TS-1 : Filtrage linéaire d'un signal périodique

I Rappels : filtrage linéaire . . . 3
I.1 Quadripole linéaires . . . 3
I.2 Régime transitoire et régime permanent . . . 7
I.3 Régime libre ou réponse à un échelon . . . 7
a) Circuit du premier ordre . . . 7
b) Circuit du second ordre . . . 9
I.4 Réponse harmonique ou régime sinusoïdal forcé . . . 11
a) Fonction de transfert harmonique . . . 11
b) Diagramme de Bode . . . 13
c) Les différents filtres du programme . . . 13
II Analyse harmonique . . . 16
II.1 Développement d'un signal périodique en série de Fourier . . . 16
II.2 Représentation spectrale . . . 19
III Effet d'un filtre sur un signal périodique non sinusoïdal . . . 23
III.1 Principe du filtrage harmonique . . . 23
III.2 Effet d'un passe-bas d'ordre 1 sur un signal créneau . . . 25
III.3 Effet d'un passe-haut d'ordre 1 sur un signal triangulaire . . . 27
III.4 Effet d'un passe-bande d'ordre 2 sur un signal créneau . . . 29

MP 2026-2027
Aurore Mangin

Chapitre TS-1

Filtrage linéaire d'un signal périodique

Dans ce chapitre, nous allons rappeler les résultats essentiels vus en MPSI sur les circuits électriques linéaires et leur application au filtrage de signaux périodiques.

I Rappels : filtrage linéaire

I.1 Quadripole linéaires

Définition n°1 Circuit linéaire

Un opérateur est dit linéaire si la réponse à une tension d'entrée $e(t) = \lambda_1 e_1(t) + \lambda_2 e_2(t)$ s'écrit $s(t) = \lambda_1 s_1(t) + \lambda_2 s_2(t)$ avec $s_1(t)$ la réponse à la tension $e_1(t)$, et $s_2(t)$ la réponse à la tension $e_2(t)$.

Un circuit électrique linéaire est constitué de composants linéaires tels qu'un résistor, un condensateur, une bobine, un générateur idéal de tension, pour lesquels la relation courant/tension est linéaire.

On peut donner comme exemple de dipoles non linéaires une diode, une ampoule.

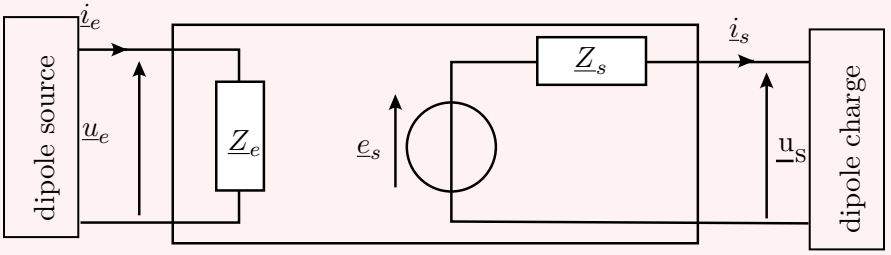
Définition n°2 Modélisation d'un quadripole linéaire

Il est dit linéaire s'il est caractérisé par une équation différentielle linéaire à coefficients constants entre le signal d'entrée $u_e(t)$ et le signal de sortie $u_s(t)$:

$$\boxed{a_0 s + a_1 \frac{\mathrm{d}u_s}{\mathrm{d}t} + a_2 \frac{\mathrm{d}^2 u_s}{\mathrm{d}t^2} + ... + a_n \frac{\mathrm{d}^n u_s}{\mathrm{d}t^n} = b_0 u_e + b_1 \frac{\mathrm{d}u_e}{\mathrm{d}t} + b_2 \frac{\mathrm{d}^2 u_e}{\mathrm{d}t^2} + ... + b_m \frac{\mathrm{d}^m u_e}{\mathrm{d}t^m}}$$

L'ordre du circuit est donné par l'ordre de dérivée le plus élevé ($\boxed{Max(n,m)}$).

Un quadripole se modélise par une impédance d'entrée $\underline{Z_e}$, impédance vue par le dipole source, et un générateur de Thévenin composé notamment d'une impédance de sortie $\underline{Z_s}$. C'est le générateur perçu par le dipole de charge.

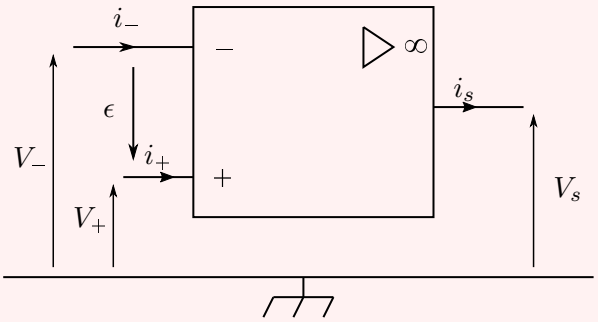


Pour un 1**GFB**, l'impédance de **sortie** est de $\boxed{50\,\Omega}$, pour un **oscilloscope** l'impédance d'**entrée** est de l'ordre de $\boxed{10\,\mathrm{M}\Omega}$.

Pour un **ALI idéal**, l'impédance d'**entrée est infinie** (donc $i_e = 0$) et l'impédance de **sortie est nulle** (c'est un générateur idéal pour le dipole de charge).

Définition n°3 ALI idéal

Un ALI est un quadripole actif (il possède une alimentation interne en $\pm V_{cc}$) composé en entrée d'une borne inverseuse (borne $-$) et d'une borne non inverseuse (borne $+$), et une sortie pouvant débiter du courant.



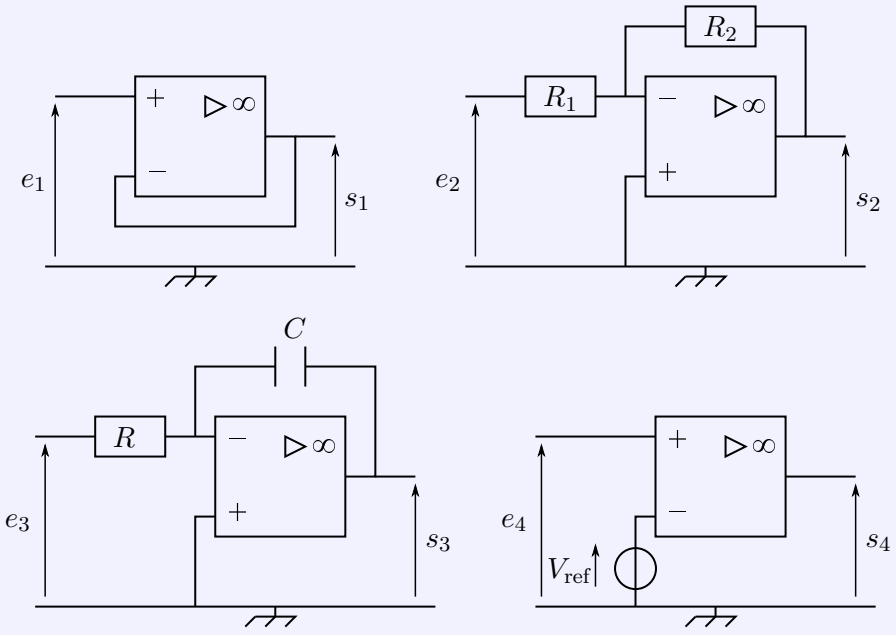
S'il est **idéal**, alors $\boxed{Z_e \to +\infty,\ Z_s \to 0 \text{ et } i_+ = i_- = 0.}$
Il peut fonctionner selon deux régimes :

- le régime **linéaire** où $\epsilon = 0$ donc $\boxed{V_+ = V_-}$;
- le régime de **saturation** où $\boxed{V_s = \text{signe}(\epsilon)\text{V}_{\text{cc}}}$.

Remarque : Pour que l'ALI soit en régime linéaire, il faut nécessairement une connexion entre la borne inverseuse $-$ et la sortie par le biais de composants ou juste un fil. Cette condition est nécessaire, mais non suffisante.
Remarque : Utiliser l'ALI en régime saturé permet notamment de réaliser des comparateurs (on compare V_+ et V_-).

Application n°1 : Circuits avec ALI ✍

1. Pour chaque circuit, exprimer la tension en fonction des autres grandeurs. Proposer un nom pour chacun de ces montages.



Définition n°4 fitre

On appelle filtre un circuit conçu pour transmettre sélectivement les différentes composantes fréquentielles d'une excitation $e(t)$.

I.2 Régime transitoire et régime permanent

Pour résoudre l'équation différentielle d'ordre n précédente, il faut connaitre

- le signal d'entrée $e(t)$;
- les n conditions initiales $s(0)$, $\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}(0)$, …, $\dfrac{\mathrm{d}^{n-1}s}{\mathrm{d}t^{n-1}}(0)$.

Alors on peut écrire la solution sous la forme

$$s(t) = s_h(t) + s_p(t),$$

avec $s_h(t)$ la solution de l'équation homogène, et $s_p(t)$ une solution particulière.

Définition n°5 Stabilité d'un filtre

Le filtre est stable si toutes les solutions de l'équation homogène associée à une équation différentielle tendent vers zéro au cours du temps :

$$s_h(t) \underset{t\gg\tau}{\to} 0 \quad \text{alors} \quad \boxed{s(t) \underset{t\gg\tau}{\approx} s_p(t)}$$

Tant que $s_h(t)$ n'est pas négligeable devant $s_p(t)$, on parle de régime transitoire.
On parle de **régime permanent** quand on peut écrire $\boxed{s(t) \approx s_p(t)}$.

I.3 Régime libre ou réponse à un échelon

On étudie la réponse d'un circuit d'ordre 1 ou 2 en régime libre (échelon descendant) ou la réponse à un échelon de tension montant. On va rappeler la forme canonique de l'équation différentielle, et préciser l'ordre de grandeur du temps du régime transitoire.
Remarque : Pour un échelon montant, le second membre est une constante temporelle. Il faudra donc ajouter la solution particulière $s_p(t) = \text{cste}$ à la solution de l'équation homogène.

a) Circuit du premier ordre

Définition n°6 Circuit du premier ordre

Soit la fonction $y(t)$ caractérisant l'évolution du système. Pour un système linéaire d'ordre 1, l'équation différentielle vérifiée par $y(t)$ possède l'équation homogène suivante :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}y_h}{\mathrm{d}t} + \frac{1}{\tau}y_h = 0}$$

Application n°2 : Circuit *RC* série ✍

Dans un cas d'un circuit *RC* série soumis à un échelon descendant de E à 0,

1. établir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$;
2. définir la constante de temps τ ;
3. résoudre l'équation différentielle et tracer l'évolution temporelle de q en plaçant τ sur ce graphique ;
4. faire un bilan énergétique.

b) Circuit du second ordre

Définition n°7 Circuit du second ordre

Soit la fonction $y(t)$ caractérisant l'évolution du système. Pour un système linéaire d'ordre 2, l'équation différentielle vérifiée par $y(t)$ possède l'équation homogène suivante :

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}^2 y_h}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}y_h}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 y_h = 0}$$

- ω_0 est la pulsation propre du système en $\mathrm{rad\,s^{-1}}$. Elle correspond à la pulsation des oscillations du système en l'absence de dissipation (pulsation de l'oscillateur harmonique correspondant).
- $Q > 0$ est le facteur de qualité du système (Q est sans dimension). Plus Q est grand, plus l'amortissement est faible.

Si $Q \to +\infty$, alors il n'y a pas d'amortissement, on parle d'oscillateur harmonique.

Définition n°8 Les différents régimes transitoires

On note Δ le discriminant de l'équation caractéristique $r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0$.

- Si $\boxed{Q > 1/2}$, i.e. $\Delta < 0$, alors le régime transitoire est pseudo-périodique.

  On pose la pseudo-pulsation telle que $\boxed{\Delta = -4\omega^2}$.

  Les racines sont $r_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\omega$.

  Les solutions de l'équation homogène s'écrivent $\boxed{y_h(t) = A\cos(\omega t + \phi)\exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q}t\right)}$.

- Si $\boxed{Q = 1/2}$, i.e. $\Delta = 0$, alors le régime transitoire est critique.

  On a une racine double $r = -\frac{\omega_0}{2Q}$.

  Les solutions de l'équation homogène s'écrivent $\boxed{y_h(t) = (At + B)\exp\left(-\frac{\omega_0}{2Q}t\right)}$.

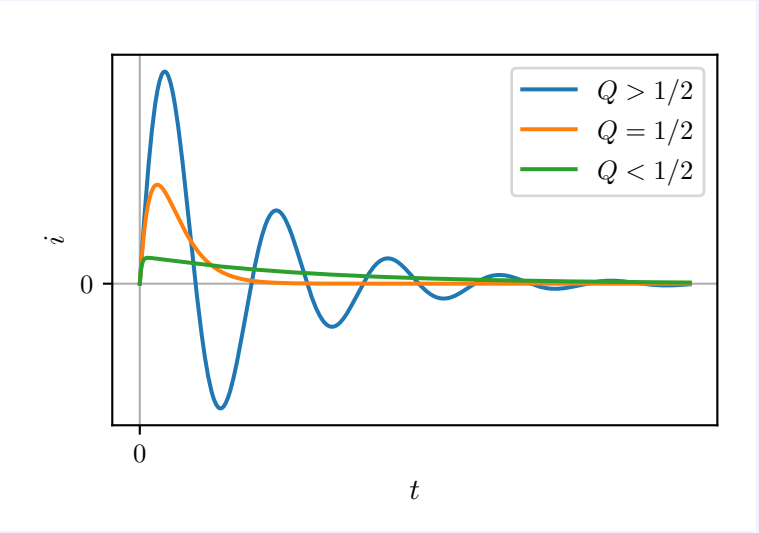
- Si $\boxed{Q < 1/2}$, i.e. $\Delta > 0$, alors le régime transitoire est apériodique.

  Les racines sont $r_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2}$.

  Les solutions de l'équation homogène s'écrivent $\boxed{y_h(t) = A\exp(r_1 t) + B\exp(r_2 t)}$.

Application n°3 : Circuit *RLC* série ✍

On donne le tracé de l'évolution de l'intensité pour un circuit *RLC* série soumis à un échelon montant de tension.



1. Établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$. Exprimer ω_0 et Q en fonction de R, L et C.
2. Justifier les conditions initiales.
3. Définir le décrément logarithmique. Donner un ordre de grandeur du facteur de qualité du régime pseudo-périodique représenté.

Définition n°9 Temps caractéristique des différents régimes

Les trois régimes ont une décroissance exponentielle $e^{-t/\tau}$, avec τ la durée caractéristique du régime transitoire.

- Le régime critique permet d'atteindre le régime permanent le plus rapidement, avec $\boxed{\tau_c = \dfrac{1}{\omega_0}}$
- Pour le régime pseudo-périodique, $\boxed{\tau_{pseudo} = \dfrac{2Q}{\omega_0} > \tau_c}$ avec $Q > 1/2$.

  Remarque : Pour des systèmes faiblement amortis (Q élevé), le régime transitoire dure longtemps.
- Pour le régime apériodique, dans le cas d'un fort amortissement $Q \ll 1$, $\boxed{\tau_a \approx \dfrac{1}{\omega_0 Q} > \tau_c}$.

I.4 Réponse harmonique ou régime sinusoïdal forcé

a) Fonction de transfert harmonique

On applique une tension d'entrée sinusoïdale : $u_e(t) = U_e \cos(\omega t + \phi_e)$
On mesure **à vide** ($i_s(t) = 0$) la tension de sortie : $u_s(t) = U_s \cos(\omega t + \phi_s)$
Le circuit étant linéaire, on peut utiliser la notation complexe pour résoudre le problème :

$$\underline{u_e}(t) = \underline{U_e} e^{j\omega t} \quad \text{avec} \quad \underline{U_e} = U_e e^{j\phi_e} \quad ; \quad \underline{u_s}(t) = \underline{U_s} e^{j\omega t} \quad \text{avec} \quad \underline{U_s} = U_s e^{j\phi_s}$$

Définition n°10 Fonction de transfert harmonique

On définit la fonction de transfert harmonique d'un quadripôle (à vide) : $\boxed{\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{u_s}(t)}{\underline{u_e}(t)} = \dfrac{\underline{U_s}}{\underline{U_e}}}$

La fonction de transfert relie

- les amplitudes au travers du gain $G(\omega)$ de la fonction de transfert : $\boxed{G(\omega) = |\underline{H}(\omega)| = \dfrac{U_s}{U_e}}$
- les phases au travers de l'argument $\phi(\omega)$ de la fonction de transfert : $\boxed{\phi(\omega) = arg(\underline{H}(\omega)) = \phi_s - \phi_e}$

b) Diagramme de Bode

Définition n°11 Diagramme de Bode

On définit le gain en décibel comme $\boxed{G_{\text{dB}} = 20\log\left(\dfrac{U_s}{U_e}\right) = 20\log(G)}$, avec $G = |\underline{H}| = \dfrac{U_s}{U_e}$ le gain linéaire.

Les diagrammes de Bode sont composés de 2 graphes :

- courbe de réponse en gain (implicitement en décibel) : graphe $G_{\text{dB}} = f(\log(\omega))$
- courbe de réponse en phase : graphe $\phi = f(\log(\omega))$

Définition n°12 Pulsation de coupure et bande passante

On définit la pulsation de coupure ω_c : $\boxed{G(\omega_c) = \dfrac{G_{\max}}{\sqrt{2}} \quad \Leftrightarrow \quad G_{\text{dB}}(\omega_c) = G_{\text{dBmax}} - 3\,\text{dB}}$

La bande passante $\Delta\omega$ est l'ensemble des pulsations vérifiant :

$$\boxed{\frac{G_{\max}}{\sqrt{2}} \leqslant G(\omega) \leqslant G_{\max} \quad \Leftrightarrow \quad G_{\text{dBmax}} - 3\,\text{dB} \leqslant G_{\text{dB}}(\omega) \leqslant G_{\text{dBmax}}}$$

Pour un filtre **passe-bande d'ordre 2**, on montre $\boxed{\dfrac{\Delta\omega}{\omega_0} = \dfrac{1}{Q}}$

c) Les différents filtres du programme

Définition n°13 Résonance

On rappelle que pour un filtre d'ordre 2, il y a résonance si le facteur de qualité Q est supérieur à $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ à la pulsation ω_r telle que

- $\omega_r < \omega_0$ pour un passe-bas d'ordre 2 ;
- $\omega_r > \omega_0$ pour un passe-haut d'ordre 2 (HP).

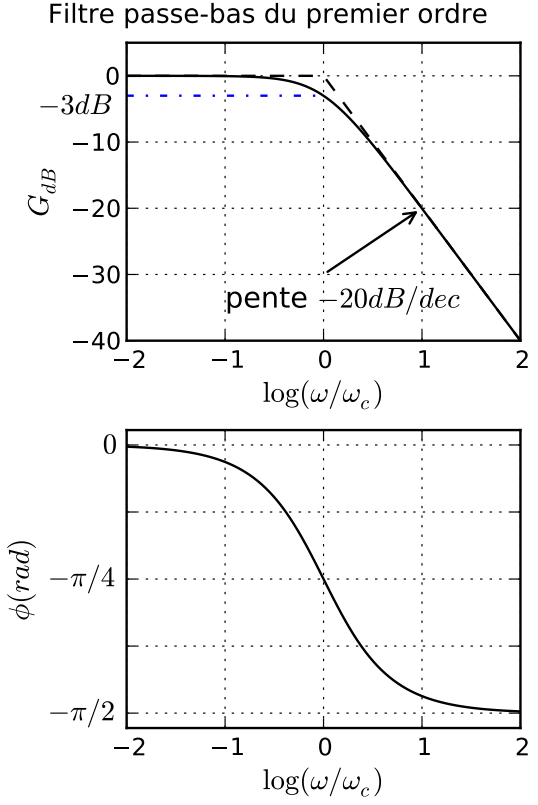
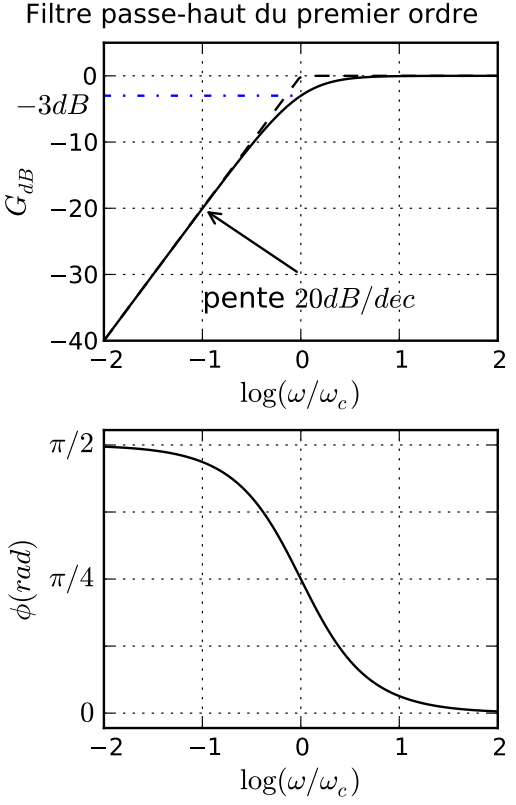
Remarque : Si $Q \geqslant 2$, alors on peut faire l'approximation $\omega_r \approx \omega_0$.

Définition n°14 Pente des asymptotes

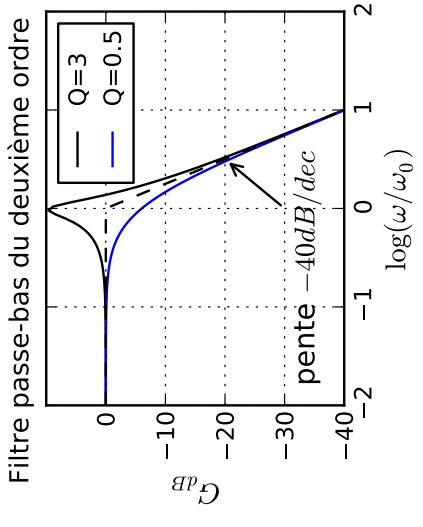
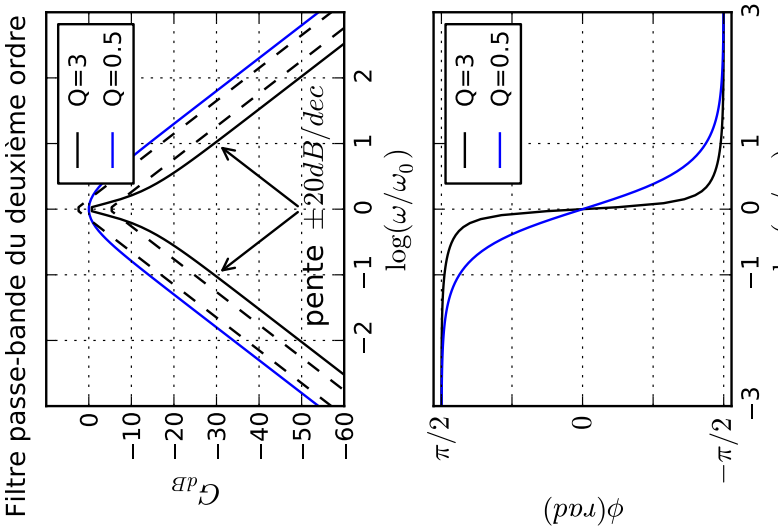
Pour un filtre d'ordre n, la somme des valeurs absolues des pentes des asymptotes BF et HF vaut $20 \times n$ dB/dec.

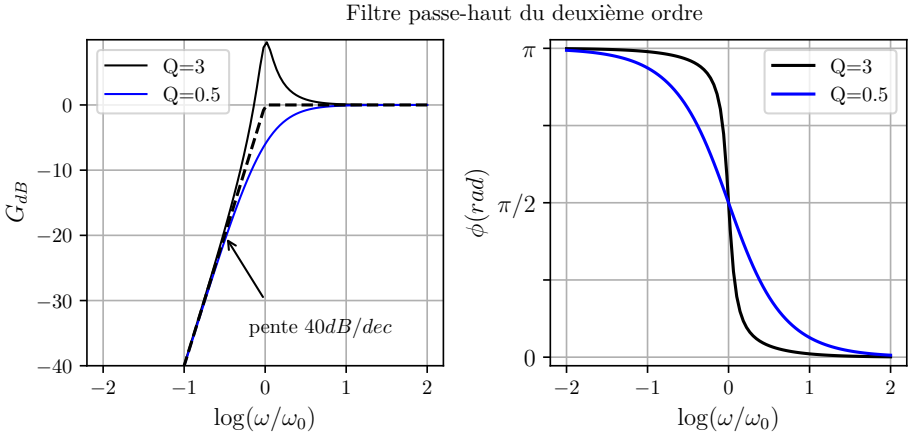
Remarque : Plus l'ordre est élevé, plus le montage électronique est compliqué. On utilise des filtres numériques (voir chapitre TS-2) pour réaliser des filtres d'ordre élevé (couramment $n = 12$ pour le traitement du son).

Filtres du premier ordre

Nature	Passe-bas	Passe-haut
Variable réduite	$x = \omega/\omega_c$, avec $\omega_c = 1/\tau$ la pulsation de coupure	
Fonction de transfert	$\underline{H}(jx) = \dfrac{1}{1+jx}$	$\underline{H}(jx) = \dfrac{jx}{1+jx}$
Gain en décibel	$G_{\text{dB}}(x) = -10\log(1+x^2)$	$G_{\text{dB}}(x) = 20\log(x) - 10\log(1+x^2)$
Phase	$\phi(x) = -\arctan(x)$	$\phi(x) = \pi/2 - \arctan(x)$
Diagrammes de Bode		

Filtres du deuxième ordre

Nature	Passe-bas	Passe-bande
Variables réduites	$x = \omega/\omega_0$, avec ω_0 la pulsation propre, et Q le facteur de qualité	
Fonction de transfert	$\underline{H}(jx) = \dfrac{1}{1 - x^2 + jx/Q}$	$\underline{H}(jx) = \dfrac{1}{1 + jQ(x - 1/x)}$
Gain en décibel	$G_{\text{dB}}(x) = -10\log((1-x^2)^2 + x^2/Q^2)$	$G_{\text{dB}}(x) = -10\log(1 + Q^2(x - 1/x)^2)$
Phase	$\phi(x) = -\pi/2 - \arctan\left(Q\left(x - \dfrac{1}{x}\right)\right)$	$\phi(x) = -\arctan\left(Q\left(x - \dfrac{1}{x}\right)\right)$
Diagrammes de Bode		

Nature	Passe-haut
Variables réduites	$x = \omega/\omega_0$, avec ω_0 la pulsation propre, et Q le facteur de qualité
Fonction de transfert	$\underline{H}(jx) = \dfrac{-x^2}{1-x^2+jx/Q}$
Gain en décibel	$G_{\text{dB}}(x) = 40\log(x) - 10\log((1-x^2)^2 + x^2/Q^2)$
Phase	$\phi(x) = \pi/2 - \arctan\left(Q\left(x - \dfrac{1}{x}\right)\right)$
Diagrammes de Bode	

II Analyse harmonique

II.1 Développement d'un signal périodique en série de Fourier

Définition n°15 Analyse de Fourier

Tout signal physique $u(t)$ « gentil » (au moins C^1 par morceaux) périodique de période $T = 2\pi/\omega$ peut se décomposer en une somme infinie de fonctions sinusoïdales de pulsations différentes multiples de la pulsation ω

$$s(t) = \underbrace{C_0}_{<s>} + \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{C_n \cos(n\omega t + \phi_n)}_{s_n(t)}$$

- C_0 est la valeur moyenne du signal $s(t)$:

$$C_0 = < s > = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)\mathrm{d}t$$

- Le terme de rang $n = 1$ correspond au fondamental.
- Les termes de rang $n > 1$ correspondent aux harmoniques.

Remarque : Pour un signal physique, à partir d'un certain rang, les harmoniques deviennent négligeables :

$$\lim_{n\to+\infty} C_n = 0$$

Complément : Détermination des coefficients (HP)

On peut écrire la décomposition en série de Fourier sous la forme suivante :

$$s(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} [A_n \cos(n\omega t) + B_n \sin(n\omega t)]$$

avec

$$A_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)\cos(n\omega t)\mathrm{d}t \quad \text{et} \quad B_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} s(t)\sin(n\omega t)\mathrm{d}t$$

On peut alors en déduire les expressions des coefficients

$$C_0 = \frac{A_0}{2} \quad \text{et} \quad C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \quad \text{et} \quad \tan\phi_n = -\frac{B_n}{A_n}$$

Remarque : Si $s(t)$ est une fonction paire (ou impaire), alors sa décomposition aussi, donc on peut écrire

$$s(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t) \quad \text{pour une fonction paire}$$

$$s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(n\omega t) \quad \text{pour une fonction impaire}$$

Définition n°16 Valeur moyenne/efficace et ondulation

En mode **DC** d'un multimètre, on mesure la **valeur moyenne** $C_0 = < s >$.
En mode **AC** d'un multimètre TRMS (True Root Mean Square), on mesure la **valeur efficace** :

$$\boxed{s_{\text{eff}} = \sqrt{< s^2 >} = \sqrt{C_0^2 + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{C_n^2}{2}}}$$

Cela signifie que l'énergie ou la puissance moyenne associée à une fonction périodique $s(t)$ est égale à la somme des énergies ou puissances moyennes associées à chacune des composantes de Fourier de $s(t)$.

L'ondulation du signal correspond à la partie variable

$$s_{\text{var}}(t) = s(t) - < s > = \sum_{n=1}^{\infty} s_n(t)$$

Remarque : On observe la partie variable avec un oscilloscope en mode AC. En mode DC, on observe le signal total $s(t)$.

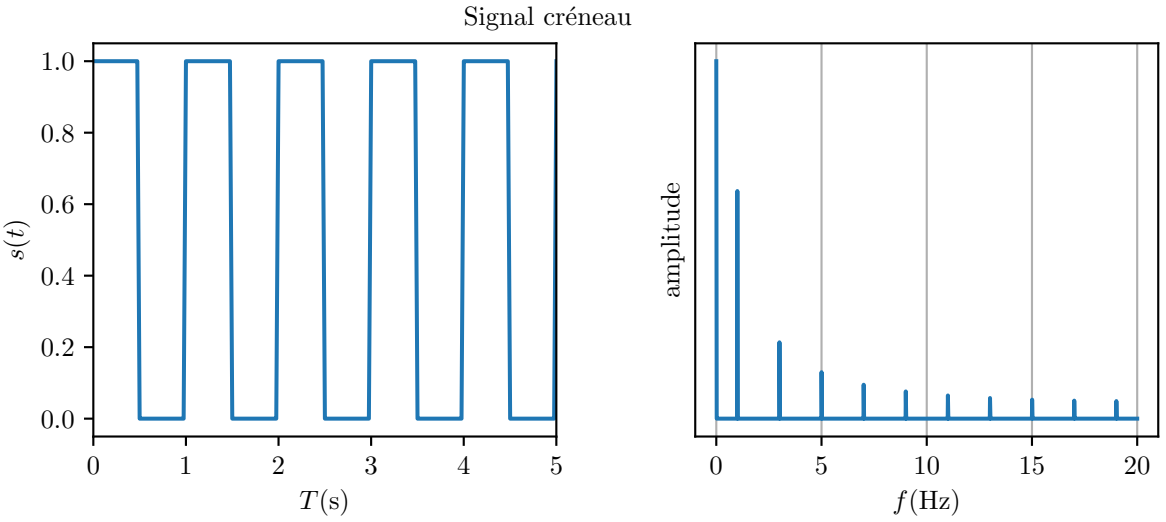
II.2 Représentation spectrale

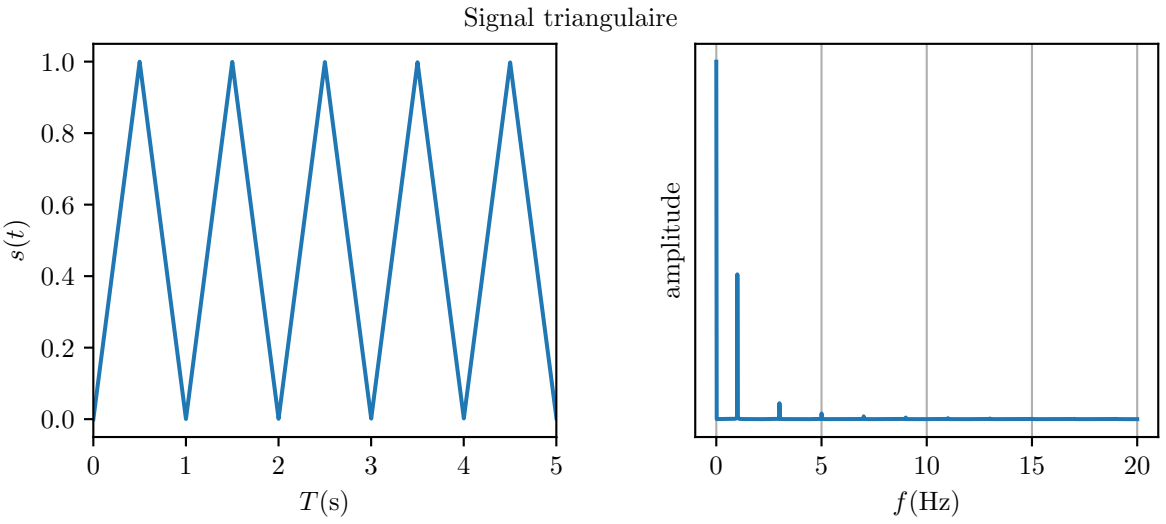
Définition n°17 Spectre en amplitude/reconstitution du signal

Le spectre en amplitude d'un signal $s(t)$ de période T et de fréquence $f = 1/T$ consiste à représenter les amplitudes C_n de la DSF du signal $s(t)$ en fonction de la fréquence. Il s'agit un spectre discret ou spectre de raie.
La présence d'harmoniques de **rang élevé** dans le spectre rend compte de l'existence de **variations brutales** du signal au cours du temps (fortes pentes ou discontinuités).
Le **fondamental et les premières harmoniques** contiennent la **forme générale** du signal.
Les harmoniques de **rang élevé** contiennent les **détails fins** et les **discontinuités** éventuelles du signal.

Application n°4 : Signal créneau / triangulaire ✍

1. On donne les représentations temporelles et le spectre en amplitude pour un signal créneau et un signal triangulaire de même fréquence. Commenter.





On note $s_{F,n}(t) = c_0 + \sum_{p=1}^{n} s_p(t)$ la synthèse de Fourier de rang n. C'est la série de Fourier de $s(t)$ limitées à ses n premiers termes. On a donc $\lim_{n\to+\infty} s_{F,n}(t) = s(t)$.

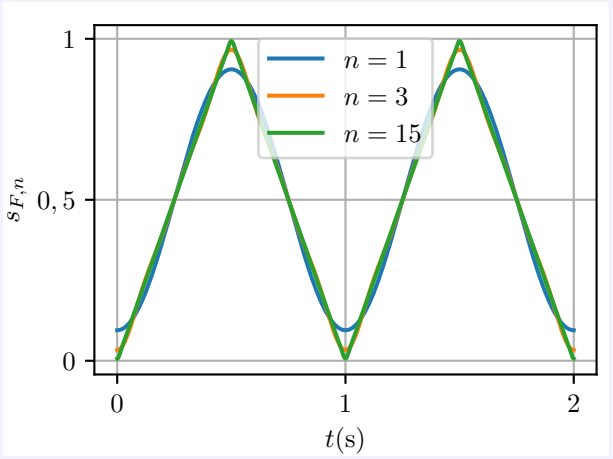
2. On donne la DSF du signal triangulaire précédent. Commenter.

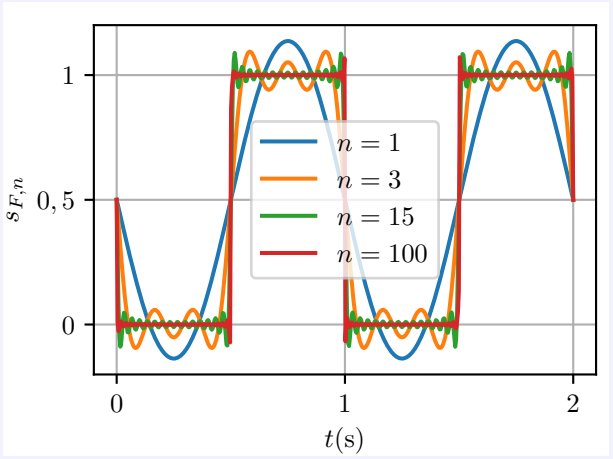
$$s_t(t) = \frac{U_0}{2} - 4U_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\dfrac{2\pi(2n-1)}{T}t\right)}{\pi^2(2n-1)^2} \quad \text{avec} \quad U_0 = 1\,\text{V}$$

De même pour le signal créneau :

$$s_t(t) = \frac{U_0}{2} - 4U_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\dfrac{2\pi(2n-1)}{T}t\right)}{\pi(2n-1)} \quad \text{avec} \quad U_0 = 1\,\text{V}$$

On représente les synthèses de Fourier pour $n = 1, 3, 15$:





III Effet d'un filtre sur un signal périodique non sinusoïdal

III.1 Principe du filtrage harmonique

Définition n°18 DSF du signal de sortie

Soit un signal d'entrée T_e périodique développable en série de Fourier :

$$e(t) = E_0 + \sum_{n=1}^{\infty} E_n \cos(n\omega_e t + \phi_{e,n}) \quad \text{avec} \quad \omega_e = \frac{2\pi}{T_e}$$

Ce signal est injecté dans un filtre linéaire de fonction de transfert $\underline{H}(\omega)$. Le signal de sortie est alors décomposable en série de Fourier :

$$s(t) = \underline{H}_0 E_0 + \sum_{n=1}^{\infty} E_n G(n\omega_e) \cos(n\omega_e t + \phi_{e,n} + \psi(n\omega_e))$$

$$\text{avec} \quad G(n\omega_e) = |\underline{H}(n\omega_e)| \quad ; \quad \psi(n\omega_e) = \arg\left(\underline{H}(n\omega_e)\right) \quad \text{et} \quad \underline{H}_0 = \underline{H}(\omega = 0)$$

Remarque : Ne surtout pas écrire $\underline{s} = \underline{H}\,\underline{e}$ pour un signal non sinusoïdal !
Remarque : Le signal de sortie contient les mêmes fréquences que le signal d'entrée. Le système linéaire ne permet pas d'enrichir le spectre fréquentiel du signal de sortie par rapport à celui en entrée.
Remarque : Le diagramme de Bode en gain permet d'observer si les pulsations $n\omega_e$ sont transmises ou fortement atténuées.

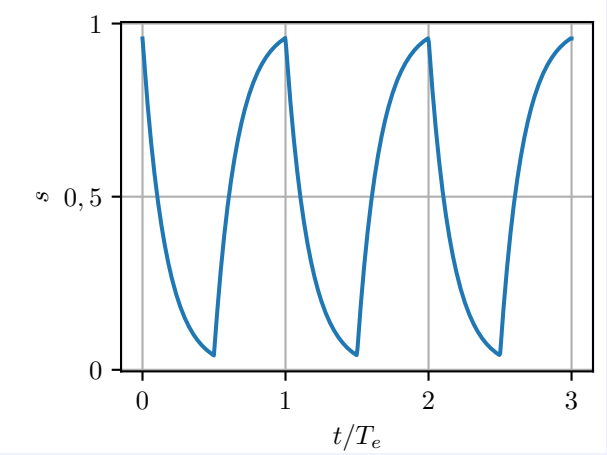
III.2 Effet d'un passe-bas d'ordre 1 sur un signal créneau

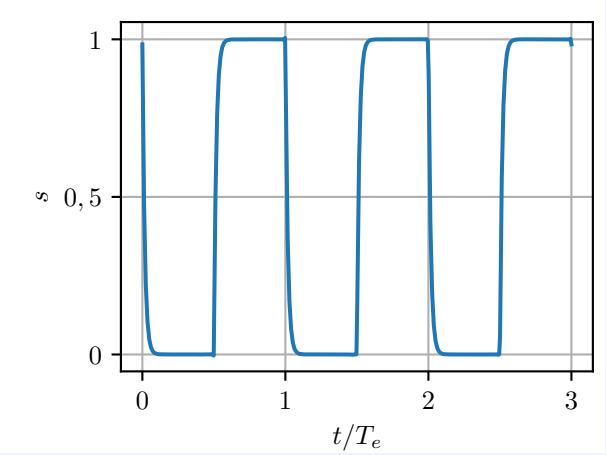
Application n°5 : Filtrage d'un signal créneau ✍

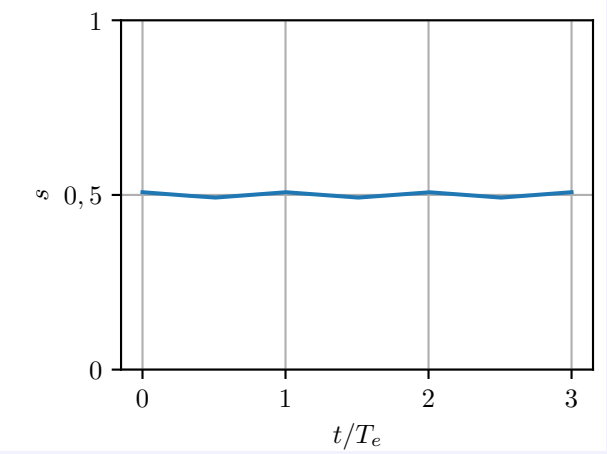
On considère un signal d'entrée créneau de période $T_e = 1/f_e$:

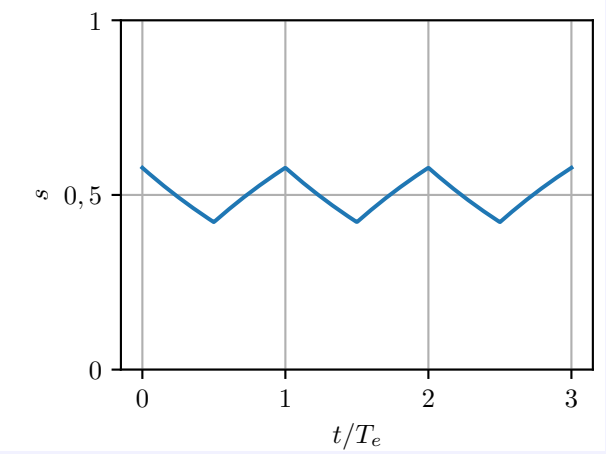
$$e(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t \in [0, T_e/2[\\ U_0 & \text{si} \quad t \in [T_e/2, T_e[\end{cases}$$

Ce signal est injecté à l'entrée d'un filtre passe-bas du premier ordre de gain statique $G_0 = 1$ et de fréquence de coupure f_c variable.
On obtient les graphiques suivants (pas forcément dans l'ordre) pour $f_e/f_c = \{0,1; 1; 10; 100\}$:









1. Rappeler la fonction de transfert harmonique du filtre. Donner le diagramme de Bode du filtre.
2. Attribuer chaque courbe au rapport f_e/f_c en justifiant. Préciser, si c'est le cas, le caractère du filtre (moyenneur, intégrateur ou dérivateur).

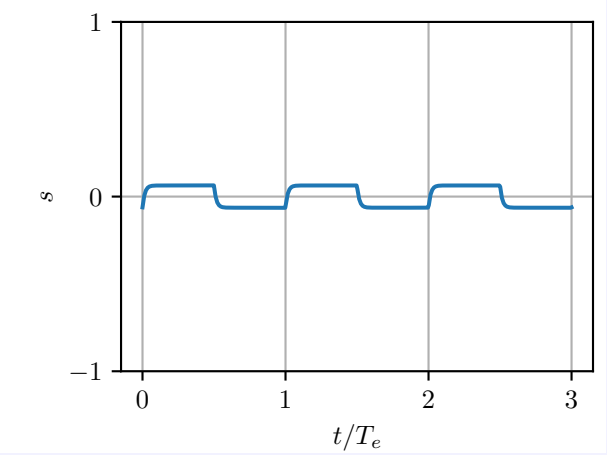
III.3 Effet d'un passe-haut d'ordre 1 sur un signal triangulaire

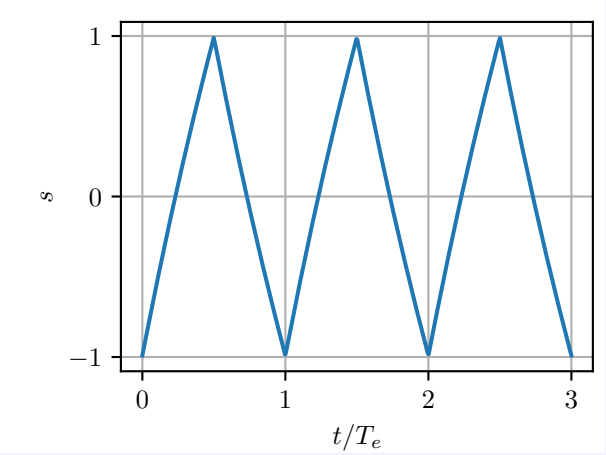
Application n°6 : Filtrage d'un signal créneau ✍

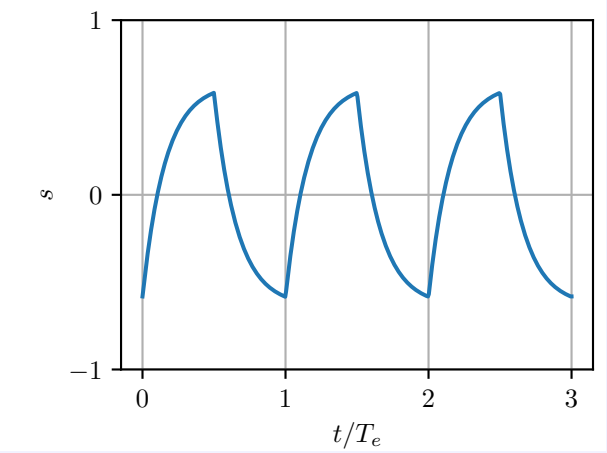
On considère un signal d'entrée triangulaire de période $T_e = 1/f_e$:

$$e(t) = \begin{cases} U_0 \dfrac{4t}{T_e} - U_0 & \text{si} \quad t \in [0, T_e/2[\\ U_0 \left(3 - \dfrac{4t}{T_e}\right) & \text{si} \quad t \in [T_e/2, T_e[\end{cases}$$

Ce signal est injecté à l'entrée d'un filtre passe-haut du premier ordre de gain haute fréquence $G_0 = 1$ et de fréquence de coupure f_c variable.
On obtient les graphiques suivants (pas forcément dans l'ordre) pour $f_e/f_c = \{0,1; 1; 10\}$:







1. Rappeler la fonction de transfert harmonique du filtre. Donner le diagramme de Bode du filtre.
2. Attribuer chaque courbe au rapport f_e/f_c en justifiant. Préciser, si c'est le cas, le caractère du filtre (moyenneur, intégrateur ou dérivateur).

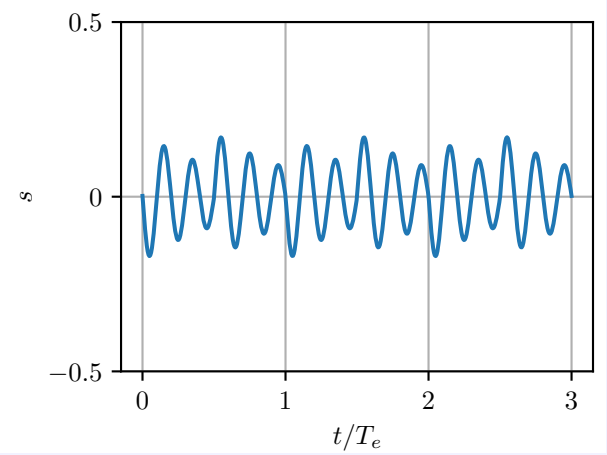
III.4 Effet d'un passe-bande d'ordre 2 sur un signal créneau

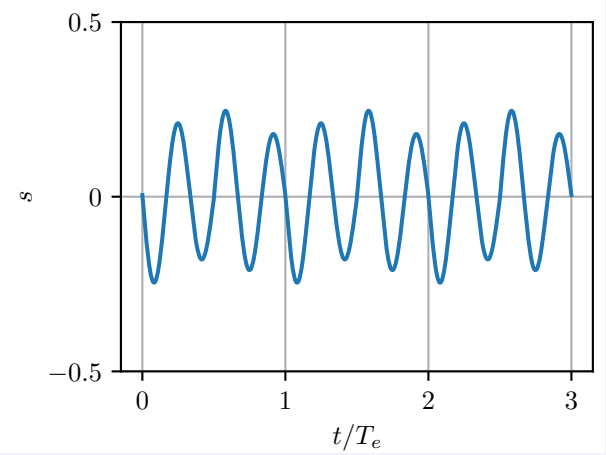
Application n°7 : Filtrage d'un signal créneau ✍

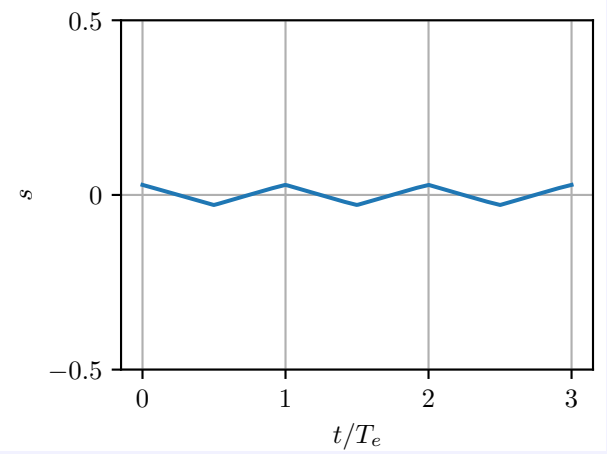
On considère un signal d'entrée créneau de période $T_e = 1/f_e$:

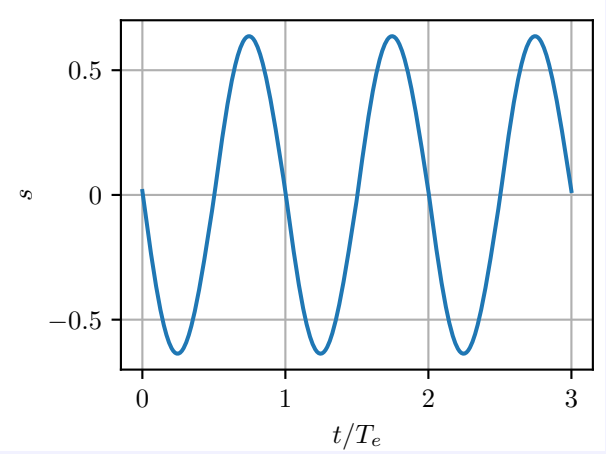
$$e(t) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad t \in [0, T_e/2[\\ U_0 & \text{si} \quad t \in [T_e/2, T_e[\end{cases}$$

Ce signal est injecté à l'entrée d'un filtre passe-bande du deuxième ordre de facteur de qualité $Q = 10$ et de fréquence propre f_0 variable.
On obtient les graphiques suivants (pas forcément dans l'ordre) pour $f_e/f_0 = \{1/3; 1/5; 1; 3\}$:









1. Rappeler la fonction de transfert harmonique du filtre. Donner le diagramme de Bode du filtre.
2. Attribuer chaque courbe au rapport f_e/f_0 en justifiant. Préciser, si c'est le cas, le caractère du filtre (moyenneur, intégrateur ou dérivateur).