

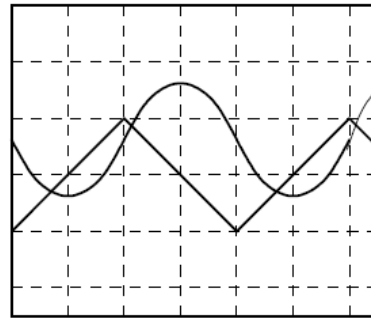
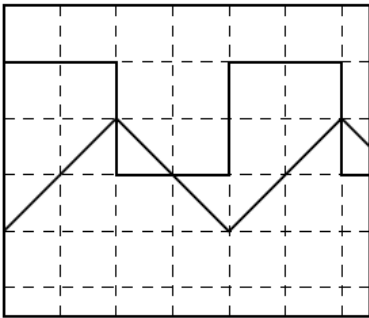
TD 1 : Traitement du signal

Exercice 1: Réponses d'un filtre (★★)

On considère un filtre passe-bande dont la fonction de transfert est du type

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}.$$

On donne les oscillogrammes suivants

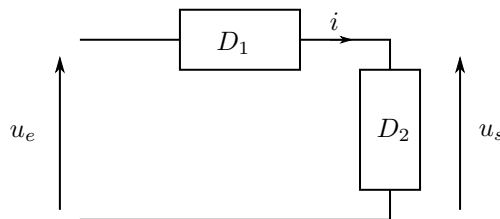


Pour la première expérience, 1 carreau = 1 ms (oscillogramme de gauche) et pour la deuxième expérience, 1 carreau = 1 μ s (oscillogramme de droite). Le calibre des tensions est le même pour les deux oscillogrammes.

1. Interpréter les oscillogrammes en identifiant les signaux d'entrée et de sortie.

Exercice 2: Le passe-bande mystère (★★)

Le filtre ci-dessous est composé d'une résistance, d'une bobine et d'un condensateur.



Lorsque la tension d'entrée est sinusoïdale, il se comporte comme un passe-bande dont la fréquence de résonance est $f_r = 1,0$ kHz et dont la largeur de bande à -3 dB vaut $\Delta f = 0,10$ kHz.

Si la tension d'entrée est constante et égale à 15 V, on mesure un courant d'intensité $i = 15$ mA.

1. Déterminer les dipôles D_1 et D_2 ainsi que les valeurs des composants R , L et C .

On injecte à présent en entrée du filtre un signal triangulaire de fréquence f_t dont la décomposition en série de Fourier est :

$$u_e(t) = \frac{1}{2} + \sum_{p=0}^{\infty} \frac{4}{(2p+1)^2 \pi^2} \cos(2\pi(2p+1)f_t t)$$

2. Lorsque $f_t = 1,0$ kHz, déterminer la nature du signal de sortie, ainsi que sa valeur efficace.
3. Déterminer l'allure du signal de sortie si $f_t = 100$ Hz puis enfin si $f_t = 10$ kHz

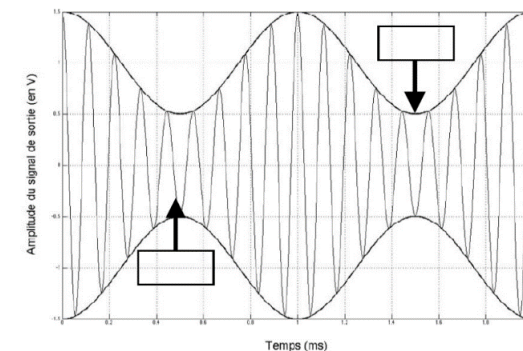
Exercice 3: Filtrage d'un signal modulé en amplitude (★★)

Un signal modulé en amplitude a pour expression

$$s(t) = S_m (1 + m \cos(\Omega t)) \cos(\omega_p t)$$

où $f_p = \frac{\omega_p}{2\pi}$ est la fréquence de la porteuse, $F = \frac{\Omega}{2\pi}$ est la fréquence de l'onde modulante et m est l'indice de modulation.

Il est représenté sur la figure ci-dessous. La fréquence porteuse f_p est toujours supérieure à F .



1. Indiquer sur la figure, dans les cases prévues à cet effet, si ces ondes peuvent être qualifiées de porteuse, modulante ou modulée.
2. Déterminer le profil spectral du signal $s(t)$ et montrer notamment qu'il se compose de trois raies.
3. Rappeler la forme canonique de la fonction de transfert d'un filtre passe-bande du second ordre de fréquence centrale f_p et de facteur de qualité Q .

Montrer que, pour une fréquence f proche de f_p , il est possible d'utiliser l'expression approchée

$$H(f) \simeq \frac{G_0}{1 + 2jQ \frac{f - f_p}{f_p}}.$$

4. Le signal $s(t)$ traverse un filtre passe-bande de fréquence centrale f_p et de facteur de qualité Q . On supposera

$$F \ll f_p.$$

En utilisant l'expression démontrée à la question précédente, donner une expression approchée du signal de sortie.

Mettre ensuite le signal de sortie sous la forme

$$s'(t) = S'_m (1 + m' \cos(\Omega t + \varphi)) \cos(\omega_p t).$$

En déduire que le rôle du filtre peut se résumer à l'introduction d'un déphasage sur le signal modulant et à une diminution de l'indice de modulation.

AN : Calculer la diminution relative de l'indice de modulation pour

$$\frac{\Omega}{\omega_p} = 0,005 \quad \text{et} \quad Q = 50.$$

Exercice 4: Étude d'un filtre en peigne de fréquence (★★)

On s'intéresse au montage représenté dans la figure ci-dessous. On supposera que les ALI sont idéaux. On suppose $0 < \beta < 1$.

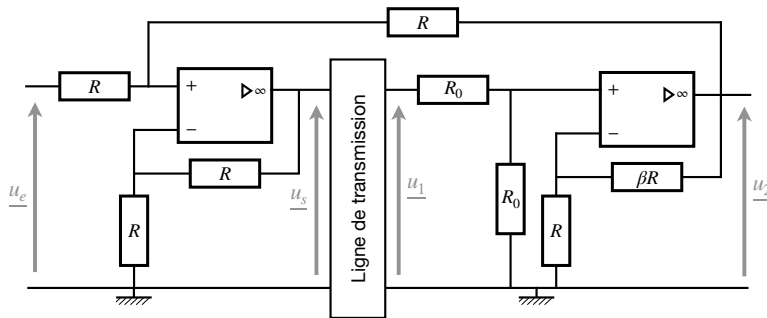


FIGURE 1 – Schéma du filtre en peigne de fréquence.

La fonction de transfert de la ligne de transmission est de la forme

$$\underline{H}_L(j\omega) = \frac{u_1}{u_s} = e^{-j\omega\tau}$$

où τ est une constante de temps caractéristique de la ligne.

1. Quel est l'effet de la ligne sur le signal u_s ? Cet élément du montage est également appelé "ligne à retard". Justifier cette dénomination.
On pourra s'intéresser au module et à la phase de la fonction de transfert $\underline{H}_L(j\omega)$.

On s'intéresse maintenant au bloc représenté dans la Figure 2.

2. Justifier que l'ALI fonctionne en régime linéaire.
3. Exprimer le potentiel V_+ de l'entrée non-inverseuse en fonction de u_1 .
On pourra identifier un pont diviseur de tension, ou appliquer une loi des nœuds exprimée en termes de potentiels.

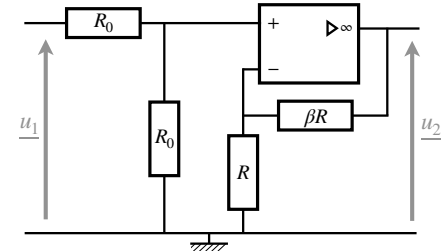


FIGURE 2 – Schéma du bloc de droite du montage.

5. En déduire l'expression de $\underline{H}_2(j\omega)$ = montage.

$\frac{u_2}{u_1}$, que l'on exprimera uniquement en fonction de $\alpha = \frac{1 + \beta}{2}$.

On s'intéresse au dernier bloc du filtre, représenté dans la Figure 3. On supposera que l'ALI fonctionne en régime linéaire.

6. En étudiant le montage de la Figure 3, montrer que l'on a

$$u_s = u_e + u_2.$$

7. En combinant les résultats des questions précédentes, montrer que la fonction de transfert de ce filtre s'exprime :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{u_s}{u_e} = \frac{1}{1 - \alpha e^{-j\omega\tau}}$$

8. Montrer que l'on a :

$$|\underline{H}(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \alpha^2 - 2\alpha \cos(\omega\tau)}$$

La représentation graphique du module de la fonction de transfert $|\underline{H}(j\omega)|$ est donnée dans la figure ci-dessous.

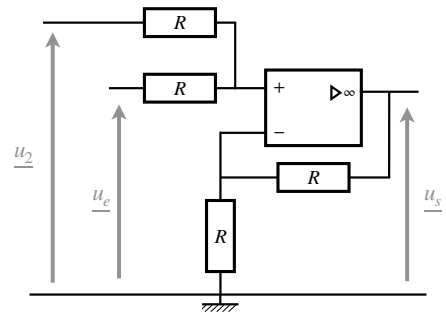
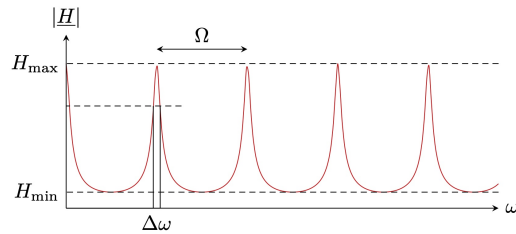


FIGURE 3 – Schéma du bloc de gauche du montage.



9. Déterminer les expressions de $H_{\max}$ et $H_{\min}$ en fonction de α , puis l'expression de Ω , la période de $|\underline{H}(j\omega)|$, en fonction de τ .
10. Montrer que la largeur de la bande-passante s'exprime :

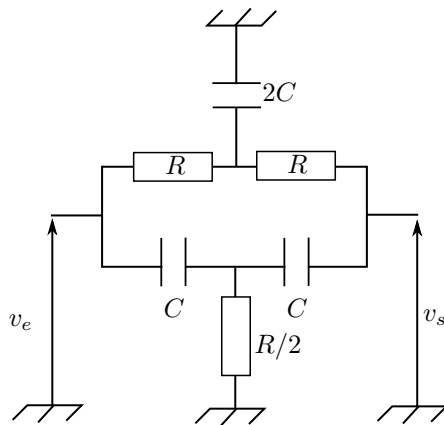
$$\Delta\omega = \frac{2}{\tau} \arccos\left(\frac{4\alpha - 1 - \alpha^2}{2\alpha}\right)$$

11. En entrée du filtre, on envoie un signal composé
- d'un signal d'intérêt périodique de période T , et
 - d'un bruit modélisé par un ensemble de signaux sinusoïdaux $\{u_i\}$ de fréquences $f_i \neq \frac{1}{T}$.

Comment choisir τ pour éliminer le bruit ?

Exercice 5: Étude d'un filtre(***)

On considère un circuit alimenté par une tension v_e sinusoïdale de pulsation ω .



1. Prévoir le comportement du quadripôle à basse et à haute fréquence. On rappelle qu'aucun courant ne sort du quadripôle.
2. Montrer que la fonction de transfert $\underline{H}$ peut se mettre sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + j \frac{x}{Q(1-x^2)}}$$

On précisera l'expression de la pulsation réduite x ainsi que celle du facteur de qualité Q .

Pour exprimer la fonction de transfert, il est conseillé de compter le nombre d'inconnues et le nombre d'équations indépendantes écrites avant toute résolution.

3. Déterminer l'expression du gain en décibel G_{dB} .
4. Déterminer le comportement asymptotique de G_{dB} .
5. La bande de réjection est constituée de l'ensemble des fréquences pour lesquelles on a :

$$|\underline{H}| < \frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$$

Déterminer les limites de la bande de réjection .

6. Tracer la courbe de réponse en gain en fonction de $\log x$. On fera un schéma soigné en précisant des valeurs remarquables.
7. Étudier les variations de l'argument de la fonction de transfert en fonction de $\log x$. Tracer la courbe de réponse en phase.

Exercice 6: Le guidage des avions, un instrument essentiel : l'altimètre.(***)

Le principe général d'un altimètre est très simple. Il est décrit sur la figure 4. Un oscillateur embarqué dans l'avion émet un signal sinusoïdal $s(t)$ modulé en fréquence. Ce signal se propage verticalement à la vitesse $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Il ne sera pas tenu compte du déphasage dû à la réflexion sur le sol ni également de l'effet Doppler.

Une antenne fixée sur l'avion permet à l'altimètre de mesurer son altitude z à partir du temps mis par l'onde radioélectrique pour effectuer l'aller-retour entre le sol et l'avion. La fréquence $f_s(t)$ du signal $s(t)$ émis par l'oscillateur de l'altimètre varie périodiquement au cours du temps selon le graphe représenté sur la figure 5.

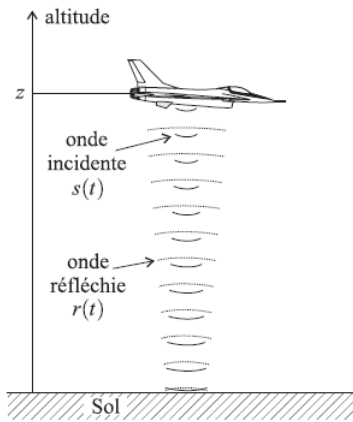


FIGURE 4 – Principe de l'altimètre

1. À partir du graphe de la figure 5, établir la loi de variation de la fréquence $f_s(t)$ sur l'intervalle $[0, t_0[$ en fonction de t , f_0 , δ_f et t_0 .

La quantité $f_s(t)$ est en fait la fréquence instantanée du signal $s(t)$ émis par l'altimètre.

Cela signifie ici que $s(t) = A \cos(\theta(t))$ avec $f_s(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta(t)}{dt}$.

2. Sachant que $s(0) = A$, montrer que $s(t)$ peut se mettre sous la forme

$$s(t) = A \cos \left[2\pi f_0 t + 2\pi \frac{\delta_f}{2t_0} t^2 \right].$$

On parle de signal modulé en fréquence car la fréquence $f(t)$ du signal $s(t)$ dépend du temps. Exprimer $f(t)$ en fonction de f_0 , $\omega_1 = \frac{\delta_f}{2f_0 t_0}$ et t . Calculer ω_1 , puis tracer l'allure du signal $s(t)$ sur une période.

On admet que le signal réfléchi par le sol puis capté par l'antenne de l'altimètre peut se mettre sous la forme $r(t) = a \times s(t - \tau)$ où a est le facteur d'atténuation de l'onde lors de sa propagation dans l'air, et τ la durée de propagation pour effectuer l'aller-retour, soit $\tau = 2z/c$ avec z l'altitude de l'avion.

3. Quelle est la valeur numérique de τ si l'altitude de l'avion est $z = 3000$ m.

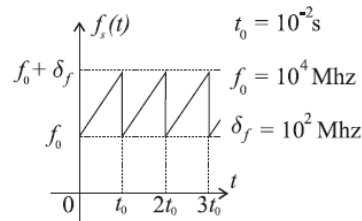


FIGURE 5 – Fréquence du signal émis par l'avion

Le schéma bloc décrivant le fonctionnement de l'altimètre est décrit sur la figure 6. On admet que $\delta_f \ll f_0$ et $\tau \ll t_0$. Le signal $n(t)$ à la sortie du multiplieur s'exprime comme

$$n(t) = k s(t) \times r(t),$$

avec k une constante positive.

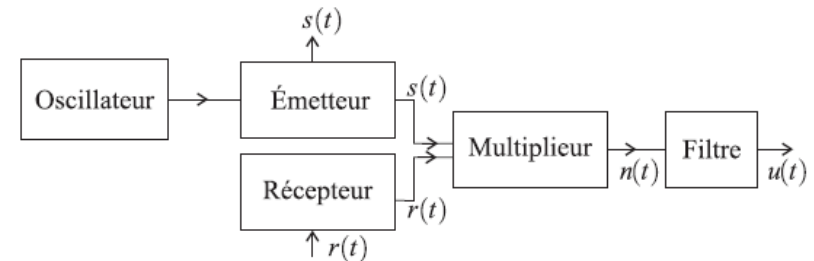


FIGURE 6 – Schéma de principe de l'altimètre

4. Montrer que le signal de sortie du multiplieur $n(t)$ peut s'écrire comme la somme de deux signaux sinusoïdaux dont l'un possède une fréquence f_1 qui ne dépend pas de t et l'autre une fréquence $f_2(t)$ qui varie avec t .

On donnera l'expression de ces deux fréquences en fonction de τ , δ_f et t_0 dans le cas de f_1 et en fonction de t , τ , δ_f , t_0 et f_0 dans le cas de f_2 .

On rappelle la formule de trigonométrie

$$2 \cos(p) \cos(q) = \cos(p + q) + \cos(p - q).$$

5. Pour les avions standards on a toujours $\tau \leq 100 \mu s$. Montrer que $f_1 \leq 1 \times 10^6$ Hz et $f_2 \approx 2 \times 10^{10}$ Hz. En déduire la nature du filtre pour pouvoir obtenir un signal de sortie $u(t)$ qui permette de déterminer facilement la valeur de τ et d'en déduire celle de l'altitude z de l'avion. Préciser alors comment choisir la fréquence de coupure du filtre.
6. Parmi les filtres dont les schémas sont représentés sur la figure 7, lesquels sont des filtres passe-bas ?
7. Pour chaque filtre passe-bas, déterminer ses caractéristiques. Pour cela on exprimera la fonction de transfert harmonique de ces filtres. En déduire lequel est le plus adapté à l'application d'altimétrie étudiée précédemment.

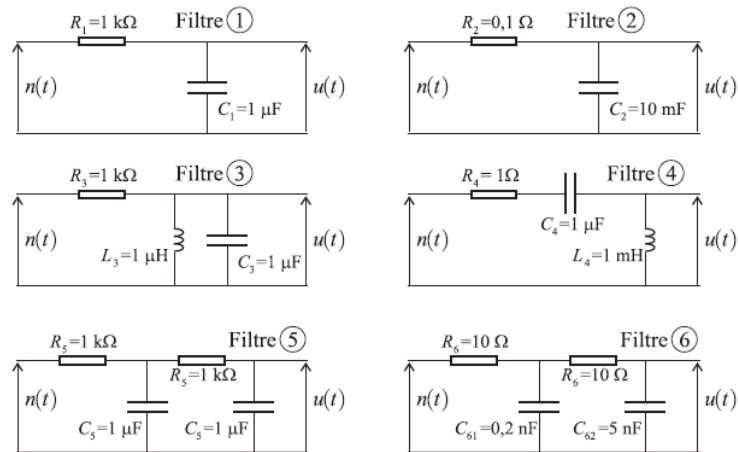
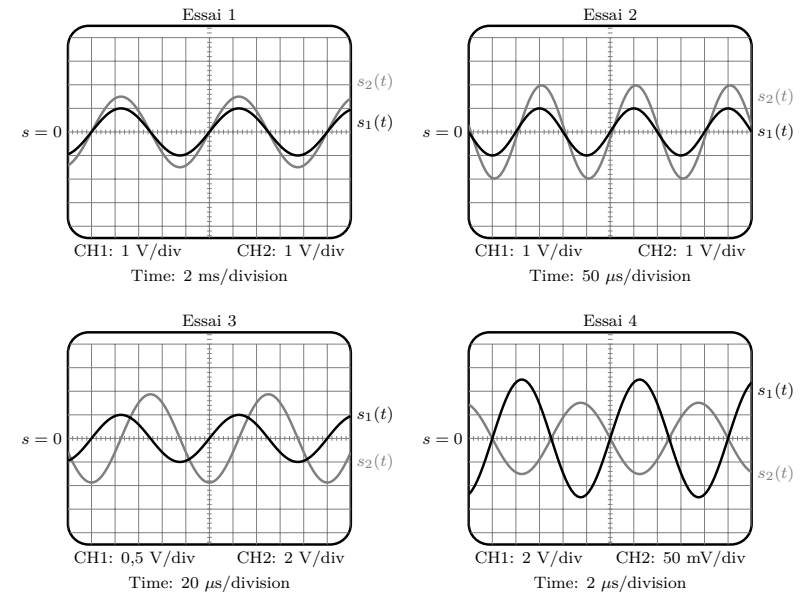


FIGURE 7 – Différents filtres

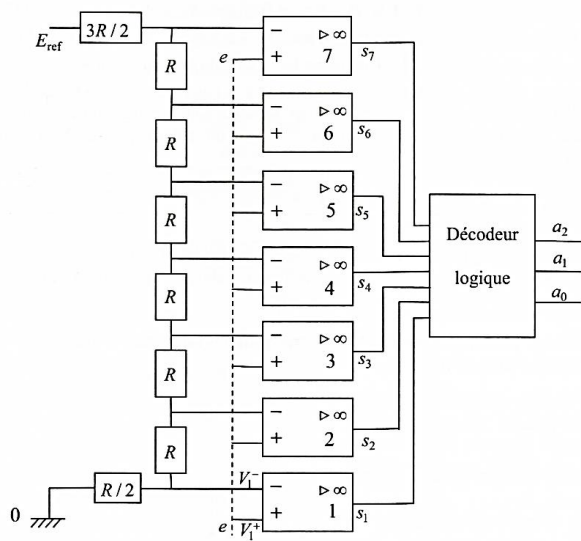
Exercice 7: Caractéristiques d'un filtre (★★)

1. Quatre essais ont été réalisés en laboratoire, à quatre fréquences différentes, avec un filtre d'ordre deux. Sur les quatre oscillogrammes des figures ci-dessous, $s_2(t)$ désigne la tension de sortie du filtre et $s_1(t)$ la tension d'entrée.

Déduire de ces quatre essais la nature du filtre testé, ainsi que ses caractéristiques : sa fréquence propre et son facteur de qualité. Expliciter clairement la démarche.

**Exercice 8: Convertisseur analogique-numérique parallèle (CAN flash) 3 bits (★)**

Une tension analogique e pouvant varier de 0 V à 7 V est convertie en signal numérique sur 3 bits $a_2a_1a_0$. Pour cela on réalise le CAN flash 3 bits représenté ci-dessous. Les 7 amplificateurs linéaires intégrés (ALI), aussi appelés amplificateurs opérationnels (AO), sont placés en parallèle.



On note V_i^+ la tension à chaque entrée (+), V_i^- la tension à chaque entrée (-) et s_i la tension de sortie de chaque ALI.

Les ALI sont en régime saturé et se comportent comme des comparateurs simples :

$$s_i = \begin{cases} +V_{\text{sat}} = 15 \text{ V} & \text{si } V_i^+ > V_i^- \\ -V_{\text{sat}} = -15 \text{ V} & \text{si } V_i^+ < V_i^- \end{cases}$$

Aucun courant ne peut entrer dans les bornes (+) et (-) des ALI (impédance d'entrée infinie).

La tension analogique e à convertir est envoyée sur les bornes V^+ des 7 ALI. Un réseau de résistances montées en série est alimenté par une tension de référence $E_{\text{ref}} = 8 \text{ V}$.

1. Considérons l'ALI 1. Que vaut la tension V_1^+ ? Que vaut la tension V_1^- ? En déduire la tension de sortie s_1 de l'ALI 1 en fonction de la valeur de e .
2. Mêmes questions pour les ALI 2 à 7 : exprimer les seuils de basculement (valeurs de e faisant basculer la tension de sortie d'une valeur à l'autre) pour chaque ALI. Décrire le comportement de sortie des ALI si on augmente progressivement la tension e de 0 V à 7 V.
3. En déduire l'état de sortie des différents ALI pour les différentes valeurs de e reportées dans le tableau ci-dessous. On notera 1 si $s = +V_{\text{sat}}$ et 0 si $s = -V_{\text{sat}}$, dans l'ordre ALI7–ALI6–...–ALI1. Par exemple, si les ALI 7 à 3 sont à $s = -V_{\text{sat}}$ et les ALI 2 et 1 sont à $+V_{\text{sat}}$, on note 0000011. 8 Le code est un code sur 3 bits $\{a_2a_1a_0\}$. Compléter la deuxième ligne du tableau ci-dessous :

$e(\text{V})$	0	1	2	3	4	5	6	7
Sortie des ALI	0000000	0000001						
Code	000	001						

4. Le code obtenu n'est pas la conversion en base 2 de la tension analogique d'entrée. Il faut utiliser un décodeur logique (...) Compléter la troisième ligne du tableau.
5. La quantification du signal sonore en vue de l'enregistrement d'un CD audio s'effectue sur 16 bits. À combien de niveaux analogiques différents cela correspond-il ? Combien d'ALI nécessiterait un CAN parallèle 16 bits ? Commenter.

Exercice 9: Tester ses connaissances : Electronique numérique (*)

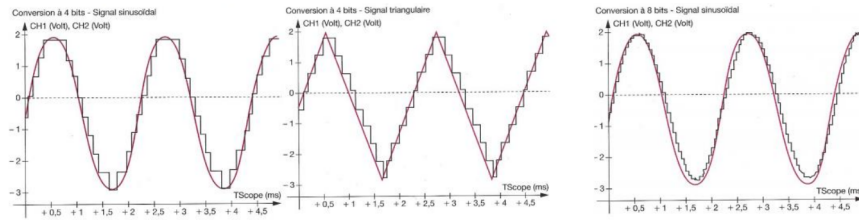
Pour chaque proposition, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant votre choix.

1. Nous passons aujourd'hui au « tout numérique » car le signal numérique est parfait.
2. Pour enregistrer un concert live de Céline Dion sur un CD, un équipement numérique permet de s'affranchir complètement des signaux analogiques.
3. Un signal sinusoïdal de 1 kHz est numérisé en vue d'une analyse spectrale. Une fréquence d'échantillonnage de 10 kHz convient.
4. Un signal créneau de 1 kHz est numérisé en vue d'une analyse spectrale. Une fréquence d'échantillonnage de 10 kHz convient.
5. Un signal contenant les fréquences 3, 6 et 8 kHz est échantillonné à la fréquence $f_e = 10 \text{ kHz}$. En dessous de f_e , le spectre est alors composé, une fois numérisé, des fréquences 2, 3, 4, 6, 7 et 8 kHz.
6. Une analyse spectrale d'un signal contenant les fréquences 100 Hz et 100 kHz est effectuée. Un échantillonnage à $f_e = 500 \text{ kHz}$ avec une acquisition de 1000 points peut convenir.
7. Un La3 ($f_0 = 440 \text{ Hz}$) est échantillonné à $f_e = 2 \text{ kHz}$. On gravit successivement les octaves (fréquence multipliée par 2). On finira par entendre un son qui semble, après numérisation et restitution, plus grave qu'à l'octave précédent.
8. Un filtre numérique pourra être modifié ultérieurement sans changer le moindre composant électronique.
9. Un spectre ne peut s'obtenir que par le calcul numérique de la transformée de Fourier.

Exercice 10: Échantillonnage (★)

Une carte d'acquisition (convertisseur analogique-numérique) présente dans un calibre donné une plage de mesure $\Delta S = 10 \text{ V}$. On envisage différents convertisseurs à 4, 8, 12 ou 16 bits.

- (a) Comparer les valeurs du pas de quantification (ou résolution) dans les différents cas.
- (b) Les perturbations électromagnétiques aux alentours induisent sur le dispositif une fluctuation des signaux de $800 \mu\text{V}$. Que peut-on conclure sur le choix du convertisseur ?
- On exploite les oscillogrammes suivants :



- Estimer le pas de quantification dans le cas de la conversion 4 bits pour le signal sinusoïdal puis pour le signal triangulaire. Conclure.
- Estimer la dynamique du convertisseur à 4 bits utilisé.
- À partir de l'oscillogramme, peut-on faire ces déterminations pour le convertisseur à 8 bits ?

Éléments de réponses :**Exercice 1**

Q1 : L'oscillogramme de gauche correspond au cas limite BF ($f_1 \ll f_0$), le circuit dérive le signal d'entrée. Le signal d'entrée est donc le signal triangulaire et le signal créneau est le signal de sortie.

L'oscillogramme de droite correspond au cas limite HF ($f_2 \gg f_0$), le circuit intègre le signal d'entrée. Le signal d'entrée est donc le signal triangulaire et le signal constitué d'arcs de parabole est le signal de sortie.

Exercice 2

Q1 : $D_1 = R$ et D_2 est l'association en parallèle de C et L . On trouve $R = 1 \text{ k}\Omega$, $C = 1,6 \mu\text{F}$ et $L = 16 \text{ mH}$.

Exercice 3

Q4 : $S'_m = S_m G_0$, $\varphi = -\arctan(2QF/f_p)$ et $m' = \frac{m}{\sqrt{1 + (2QF/f_p)^2}}$. La diminution relative est de 11%.

Exercice 5

Q2 : En posant les intensités et en appliquant la loi des nœuds en terme de potentiel, on trouve $x = RC\omega$ et $Q = 1/4$.

Q5 : On trouve comme pour un passe-bande $\Delta x = 1/Q$.

Exercice 6

Q2 : La fréquence est telle que $s(t) = A \cos(2\pi f(t)t)$. On trouve alors $f(t) = f_0(1 + \omega_1 t)$.

Q4 : $f_1 = \frac{\delta f}{t_0} \tau$ et $f_2(t) = 2f_0 + \frac{\delta f}{t_0}(t - \tau)$

Q5 : On montre que $f_1 \ll f_2$ et à partir de f_1 on peut déterminer τ , donc z . Il faut choisir un filtre passe-bas de fréquence de coupure f_c telle que $f_1 \ll f_c \ll f_2 \approx 2f_0$.

Q7 : C'est le filtre 6 qui convient. Pour le montrer il faut déterminer la fréquence caractéristique des filtres passe-bas qui doit être comprise entre f_1 et $2f_0$.

Exercice 7

Q1 : Il s'agit d'un passe-bas d'ordre 2 de facteur de qualité $Q = 5,3$ et de fréquence propre $f_0 = 10 \text{ kHz}$.

Exercice 8

Q1 : $V_1^- = 0,5 \text{ V}$