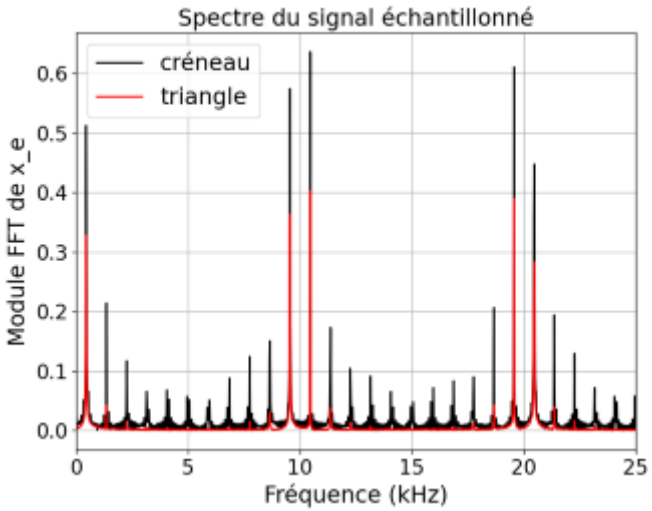
Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Échantillonnage, fréquence d'échantillonnage. Conséquences expérimentales du théorème de Nyquist-Shannon.	Choisir la fréquence d'échantillonnage afin de respecter la condition de Nyquist-Shannon. Commenter la structure du spectre du signal obtenu après échantillonnage. Mettre en évidence le phénomène de repliement de spectre au moyen d'un oscilloscope numérique ou d'un logiciel de calcul numérique.	• Énoncer le critère de Nyquist-Shannon. Pour que l'échantillonnage d'un signal ne modifie pas son spectre, il faut que la fréquence d'échantillonnage F_e vérifie la condition $\boxed{F_e > 2f_{\max}}$ avec $f_{\max}$ la fréquence maximale dans le spectre du signal. • Écrire la relation entre la période d'échantillonnage T_e, le nombre d'échantillons N et le pas fréquentiel Δf du spectre. Le pas fréquentiel dans le spectre est $\boxed{\Delta f = \frac{1}{NT_e} = \frac{f_e}{N}}$ • On donne les spectres suivants pour un signal créneau et triangulaire de fréquence $f = 450\,\text{Hz}$. Préciser la fréquence d'échantillonnage. Commenter les spectres obtenus.  Pour chaque pic à la fréquence f de la DSF du signal, on observe après échantillonnage, des pics aux fréquences f, $F_e \pm f$ et $2F_e \pm f$. On détermine graphiquement $\boxed{F_e = 10\,\text{kHz}}$. Pour le signal triangulaire, son spectre contient 3 pics visibles, tous respectant le critère de Shannon. Donc on ne voit pas de phénomène de repliement de spectre. On constate que le spectre du signal créneau est plus riche. On constate que seuls les 6 premières harmoniques $$f_{n=6} = (2n-1)f_{n=1} = 11 \times 450 = 4950\,\text{Hz} < F_e/2$$ respectent le critère de Shannon. Au-delà on observe un repliement de spectre. Par exemple l'harmonique $n = 7$, $f_7 = 5850\,\text{Hz}$ donne un pic à $$F_e - f_7 = 10000 - 5850 = 4150\,\text{Hz}$$ Ce pic est très proche de $f_{n=5} = 9f_1 = 4050\,\text{Hz}$.

Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Filtrage numérique.	Capacité numérique : à l'aide d'un langage de programmation, simuler un filtrage numérique et visualiser son action sur un signal périodique.	• Pour un passe-bas du premier ordre, rappeler l'équation différentielle, établir le schéma numérique et écrire un code prenant une liste `E` de N valeurs discrétisées du signal d'entrée $e(t)$ et calculant la liste `S` effectuant une opération de filtrage numérique de type passe-bas.

L'équation différentielle est $\frac{1}{\omega_c}\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} + s = e(t)$.
On note T_e la période d'échantillonnage. On effectue le DL de $s(t+T_e)$:

$$s(t+T_e) = s(t) + T_e s'(t) + o(T_e)$$

On note $t_k = kT_e$, $s_k \approx s(t_k)$, alors

$$s'_k = \frac{s_{k+1} - s_k}{T_e}$$

On injecte dans l'équation différentielle :

$$\frac{1}{\omega_c}\frac{s_{k+1} - s_k}{T_e} + s_k = e_k \quad \text{soit} \quad \boxed{s_{k+1} = s_k(1 - \omega_c T_e)s_k + \omega_c T_e e_k}$$

On propose le code suivant :

```
from math import pi
S=[0.]*Ne
a=2*pi*Fc*Te
for i in range(1,Ne):
    S[i]= S[i-1]*(1-a)+a*E[i-1]
```

• Établir l'expression approchée de la dérivée seconde $s''(t_k)$ en fonction de $s(t_{k+1})$, $s(t_{k-1})$, $s(t_k)$ et T_e la période d'échantillonnage.

$$s(t_{k+1}) \approx s(t_k) + T_e s'(t_k) + \frac{T_e^2}{2}s''(t_k) \quad \text{et} \quad s(t_{k-1}) \approx s(t_k) - T_e s'(t_k) + \frac{T_e^2}{2}s''(t_k)$$

En sommant, on a

$$s''(t_k) \approx \frac{s(t_{k+1}) + s(t_{k-1}) - 2s(t_k)}{T_e^2}$$