DM01 : Électrocinétique et induction (Temps indicatif 2h30)

Merci d'indiquer le temps passé à faire ce DM, ainsi que les aides éventuelles utilisées.

Exercice 1: La guitare électrique

Ce sujet s'intéresse à la restitution et au traitement numérique du son produit par une guitare électrique.

1.1 Microphone : étude du mouvement vertical

Une guitare électrique se distingue d'une guitare classique par l'absence de caisse de résonance. Comme la vibration des cordes métalliques est très inefficacement transformée en onde acoustique, celle-ci est directement convertie en un signal électrique grâce à un transducteur électromagnétique : le micro. Apparus au début du XXe siècle, les micros de guitares électriques ont la particularité de restituer la vibration des cordes sans entendre le son que ces dernières produisent.

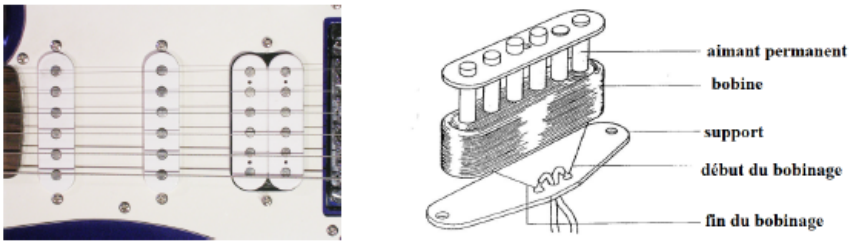


FIGURE 1

Un micro de guitare (figure 1) est constitué d'un ou de plusieurs aimants permanents entourés d'une bobine. Les aimants produisent un champ magnétique. Les cordes sont faites d'un matériau ferromagnétique. En vibrant, celles-ci modifient le champ magnétique créé par les aimants. Cette partie présente une modélisation du micro, qui, bien que rudimentaire, permet de capturer les principales caractéristiques d'un micro réel. On modélise le micro par l'association d'une bobine circulaire de rayon R, constituée de N spires et d'un aimant permanent. La bobine modélise le bobinage du micro tandis que l'aimant modélise la corde ferromagnétique en mouvement.
La spire est contenue dans le plan (O, Ox, Oy) d'un repère cartésien associé à la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Son axe de symétrie de révolution est confondu avec l'axe (Oz). L'aimant est supposé ponctuel et peut se déplacer selon l'axe (Oz) (on parlera de mouvement vertical). Le moment magnétique de l'aimant est noté $\vec{M} = M\vec{e}_z$ (figure 2).

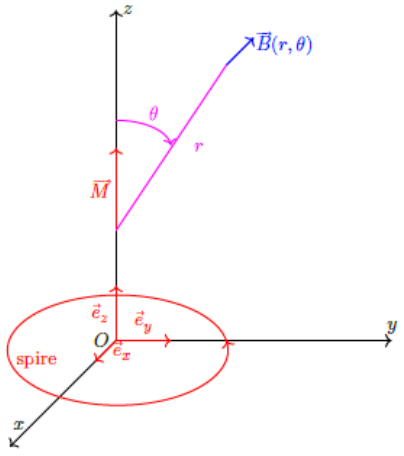


FIGURE 2

1. Justifier qualitativement l'apparition d'une force électromotrice dans la bobine lorsqu'une corde vibre.

On s'intéresse au mouvement vertical de l'aimant. Celui-ci est repéré par un point de coordonnées cartésiennes $(0, 0, z(t))$. En coordonnées sphériques, le champ magnétique créé par un moment magnétique $\vec{M} = M\vec{e}_z$ placé à l'origine du repère vaut

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 M \cos\theta}{2\pi r^3}\vec{e}_r + \frac{\mu_0 M \sin\theta}{4\pi r^3}\vec{e}_\theta$$

où $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\mathrm{H\,m^{-1}}$ est la perméabilité du vide.
On peut montrer que le flux du champ $\vec{B}$ à travers une spire vaut :

$$\phi = \frac{\mu_0 M}{2\left(R^2 + z^2\right)^{3/2}} R^2.$$

2. En déduire l'expression de la force électromotrice, e, induite dans toute la bobine.
3. On considère une vibration sinusoïdale de l'aimant autour de la position $\overline{z} = 5\,\mathrm{mm}$, d'amplitude $z_0 = 1\,\mathrm{mm}$ et à la fréquence $f = 500\,\mathrm{Hz}$. Évaluer numériquement l'ordre de grandeur de e. On prendra $R = 1\,\mathrm{cm}$, $M = 1 \times 10^{-3}\,\mathrm{A \cdot m^2}$ et $N = 5000$.
4. La réponse du micro est-elle linéaire ? Justifier à l'aide des valeurs numériques données à la question précédente.

1.2 Aspect électrique

D'un point de vue électrique, le micro se modélise de la façon représentée à la figure 3.

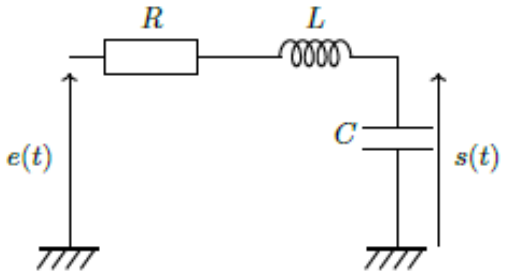


FIGURE 3

$e(t)$ est la force électromotrice induite par le mouvement de la corde. L désigne l'inductance propre du bobinage et R sa résistance. De plus, le grand nombre de spires présentes dans le bobinage provoque un effet capacitif représenté par le condensateur C.

5. Étudier le comportement asymptotique de ce circuit. En déduire le type de filtrage réalisé par le micro.
6. Donner l'expression de la fonction de transfert du micro en régime sinusoïdal forcé $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}}{\underline{e}}$.
7. Écrire la fonction de transfert sous la forme $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{H_0}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$ et exprimer les paramètres H_0, ω_0 et Q en fonction de R, L et C.
8. Montrer que, si $Q > \dfrac{1}{\sqrt{2}}$, il y a résonance à une pulsation ω_r à déterminer.
9. Tracer l'allure du diagramme de Bode en amplitude dans le cas $Q > \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.
10. Expliquer comment tracer expérimentalement un diagramme de Bode.
11. Dans le cas précis du micro de guitare, expliquer pourquoi il n'est pas possible de tracer expérimentalement le diagramme de Bode.
12. Un potentiomètre de résistance r est traditionnellement ajouté en parallèle de la capacité C. Donner l'expression littérale du nouveau gain statique du circuit en présence de ce potentiomètre. Ce dernier est accessible pour le guitariste. Quelle est son utilité ?

On souhaite mesurer les paramètres R, L et C de deux micros différents : le micro **Fender Lace Sensor** et le mirco **De Armond Dynasonic**. En l'absence de vibration de la corde, le micro est modélisé par le dipôle, d'impédance $\underline{Z}$, représenté à la figure 4 gauche.

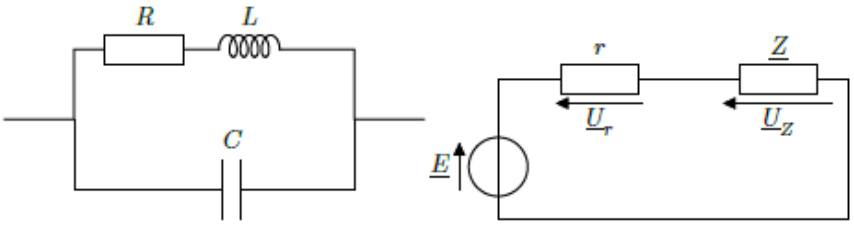


FIGURE 4

On réalise le montage de la figure 4 à droite, dans lequel e est une source de tension idéale, délivrant une tension sinusoïdale de la forme : $e(t) = E\cos(\omega t)$. r est un résistor de résistance $r = 10\,\text{k}\Omega$.

13. Exprimer $\underline{Z}$, l'impédance du micro, en fonction de R, L, C et ω.
14. Montrer que $\underline{Z} = r\dfrac{\underline{U}_Z}{\underline{U}_r}$.
15. Le graphe de la figure 5 représente $\dfrac{|\underline{U}_Z|}{|\underline{U}_r|}$ en fonction de la pulsation ω pour les deux micros étudiés : trait plein pour le micro **Fender** et pointillés pour le micro **Dynasonic**. Montrer qu'en basses fréquences $\underline{Z} \simeq R$ et en déduire la valeur de R pour chaque micro.

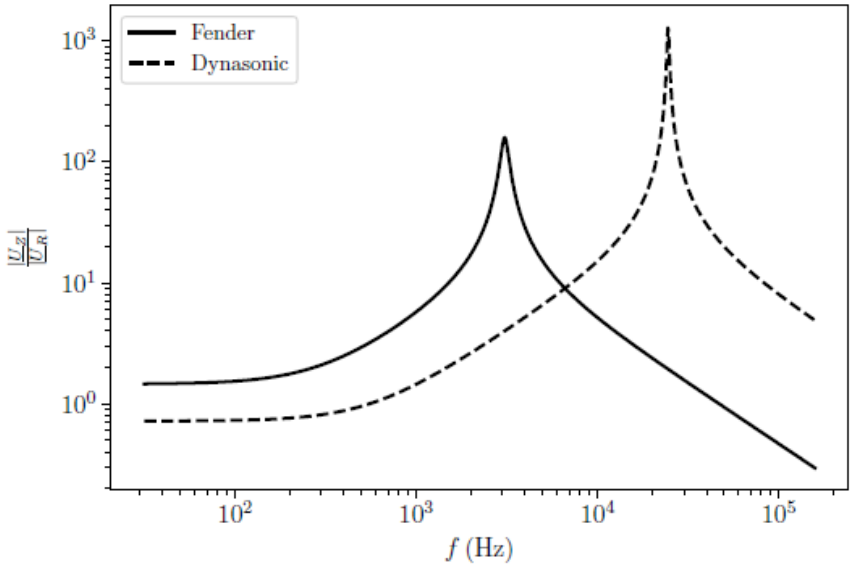


FIGURE 5

16. Les relevés expérimentaux mettent en évidence que pour des fréquences de l'ordre de 1 kHz, $\underline{Z}$ est dominée par R et L. Montrer que pour ces fréquences $L \simeq \dfrac{1}{\omega}\sqrt{\left(r\dfrac{|\underline{U}_Z|}{|\underline{U}_R|}\right)^2 - R^2}$. En déduire la valeur de L pour chaque micro.
17. $\underline{Z}$ peut s'écrire sous la forme $\underline{Z} = R\dfrac{1 + jQ\frac{\omega}{\omega_0}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$. Simplifier l'expression de $\underline{Z}$ dans l'hypothèse $Q \gg 1$ et ω proche de ω_0. Expliquer comment évaluer C à partir des relevés expérimentaux. En déduire la valeur de C pour chaque micro.
18. Justifier, à partir des mesures expérimentales, l'affirmation suivante : « Le micro Fender sonne plus aigu que le micro Dynasonic ».

1.3 Numérisation et traitement du signal

Le signal fourni par la guitare électrique est finalement numérisé puis traité. On considère dans tout ce qui suit que ce signal est une tension positive comprise entre 0 V (potentiel de la masse) et V_{cc} (potentiel haut). On étudie, en premier lieu, un convertisseur analogique numérique de type flash. Le schéma de la figure 6 représente le circuit électronique d'un convertisseur flash sur deux bits.

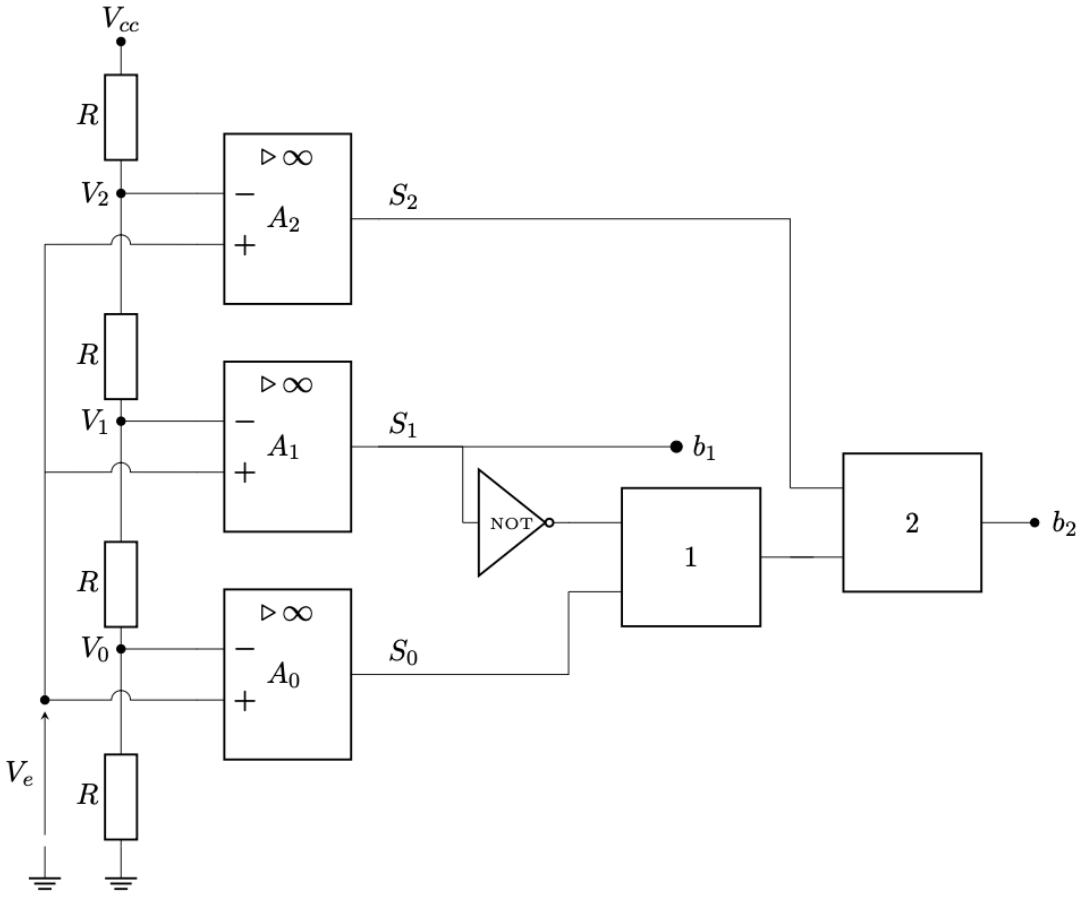


FIGURE 6

19. Justifier que les tensions V_0, V_1 et V_2 valent respectivement $\frac{1}{4}V_{cc}$, $\frac{1}{2}V_{cc}$ et $\frac{3}{4}V_{cc}$.

20. Les ALI fonctionnent en régime de saturation. On parle d'état haut noté 1 pour une saturation haute $+V_{cc}$ et d'état bas noté 0 pour une saturation basse $-V_{cc}$. Compléter le tableau suivant par des 0 et des 1.

	S_0	S_1	S_2
$0 < V_e < \frac{1}{4}V_{cc}$			
$\frac{1}{4}V_{cc} < V_e < \frac{1}{2}V_{cc}$			
$\frac{1}{2}V_{cc} < V_e < \frac{3}{4}V_{cc}$			
$\frac{3}{4}V_{cc} < V_e < V_{cc}$			

Si $S_i = 0$ cela correspond au booléen FALSE, si $S_i = 1$ cela correspond au booléen TRUE. Dans la figure figure 6, la porte 1 réalise la fonction ET et la porte 2 la fonction OU. On obtient alors la conversion du signal analogique V_e sur 2 bits b_1 et b_2.

21. Reproduire et compléter la table de vérité ci-dessous relative au convertisseur flash.

	S_0	S_1	S_2	b_1	b_2
$0 < V_e < \frac{1}{4}V_{cc}$					
$\frac{1}{4}V_{cc} < V_e < \frac{1}{2}V_{cc}$					
$\frac{1}{2}V_{cc} < V_e < \frac{3}{4}V_{cc}$					
$\frac{3}{4}V_{cc} < V_e < V_{cc}$					

22. La norme Hi-Res Audio des fichiers audios (utilisé dans les fichiers .flac, par exemple) impose un encodage sur 24 bits à une fréquence égale ou supérieure à 96 kHz. Combien d'amplificateurs linéaires intégrés seraient nécessaires pour réaliser un convertisseur flash sur 24 bits ?

En pratique, il n'existe pas dans le commerce de convertisseur flash sur plus de 12 bits (au delà, ils seraient trop chers et trop encombrants). On peut, néanmoins, mettre à profit leur grande rapidité de conversion dans des convertisseurs pipeline semi-flash. Prenons l'exemple du convertisseur pipeline 24 bits à trois étages représenté à la figure 7. E/B désigne un circuit échantillonneur bloqueur, CAN un convertisseur analogique numérique flash 8 bits et CNA un convertisseur numérique analogique 8 bits.

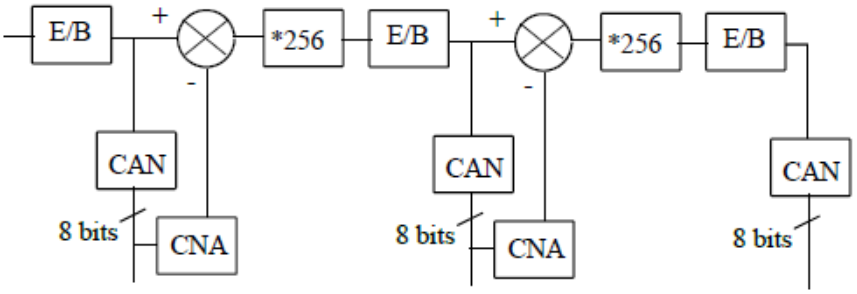


FIGURE 7

Le premier étage détermine les valeurs des 8 bits de poids fort, l'étage suivant les valeurs des 8 bits suivants, enfin le dernier étage détermine les valeurs des 8 bits de poids faible. Trois circuits échantillonneurs bloqueurs sont intercalés afin de synchroniser les trois conversions. Un échantillonneur bloqueur peut être réalisé selon le schéma de la figure 8, dans lequel l'interrupteur K est commandé par une tension créneau, appelé signal d'horloge, à la fréquence d'échantillonnage f_e.

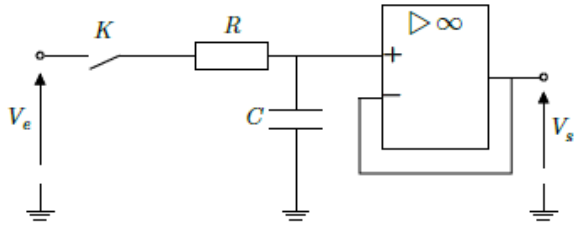


FIGURE 8

On suppose K fermé et le condensateur initialement déchargé. De plus, on suppose que les variations temporelles de $V_e(t)$ sont très lentes devant le produit RC.

23. Au bout de combien de temps le condensateur atteint-il la tension V_e à 99% ? En déduire une contrainte sur le produit RC pour que u_C diffère de V_e de moins de 1% à chaque front descendant du signal d'horloge. On supposera l'ALI idéal fonctionnant en régime linéaire.

24. Que vaut la tension de sortie lorsque l'interrupteur est ouvert ? Quel est l'intérêt de ce circuit ?