# M-2 : Lois du frottement solide


I Introduction . . . 3
II Lois de Coulomb pour le frottement de glissement . . . 5
II.1 Modélisation - vitesse de glissement . . . 5
II.2 Lois de Coulomb . . . 5
II.3 Les coefficients de frottement . . . 7
III Exemple de résolution d'un problème avec frottement solide . . . 9
III.1 Méthode . . . 9
III.2 Glissement sur un plan incliné - application à la mesure de $f_s$ . . . 9
IV Aspects énergétiques . . . 11
IV.1 Puissance de la force de contact s'exerçant sur un solide . . . 11
IV.2 Puissance totale des forces de contact entre deux solides . . . 13



MP 2026-2027
Aurore Mangin

# Chapitre M-2

# Lois du frottement solide

## I Introduction

Les actions de contact sont les actions qu'exercent l'un sur l'autre deux solides dont les surfaces sont en contact.

Exemples : action de la route sur le pneu dont une composante l'empêche de déraper, action des plaquettes de frein...

Ces actions résultent des interactions entre les atomes des surfaces de contact des deux solides. Elles dépendent de l'état des deux surfaces : état de propreté, rugosité, présence d'une couche d'oxyde sur une surface métallique... Le problème est trop complexe pour établir des lois théoriques. Les actions de contact sont donc des **actions mécaniques inconnues.**

Elles seront déterminées à partir des théorèmes de la mécanique et de **lois phénoménologiques** : les lois de Coulomb relatives au frottement.

Ces lois découlent d'observations. Regardons par exemple la mise en mouvement de différents objets sur un plan dont l'inclinaison est augmentée progressivement (cliquer ici : video).

Dans cette vidéo, on constate que selon les matériaux en contact, la condition de mise en mouvement diffère. On pourrait dire, tant que l'angle d'inclinaison $\theta$ est inférieur à un angle seuil $\theta_s$, l'objet est statique. Et pour $\theta > \theta_s$ il y a un mouvement relatif entre le support et l'objet dessus. Ce mouvement est un mouvement de translation.

Expérimentalement, on constate que la masse n'a pas d'importance. Ce sont les matériaux en contact qui comptent.

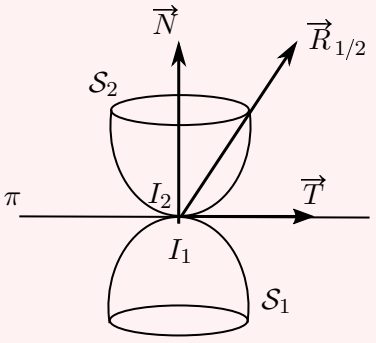
# II Lois de Coulomb pour le frottement de glissement

## II.1 Modélisation - vitesse de glissement

**Définition n°1** Modélisation du contact

Soient deux solides $\mathcal{S}_1$ et $\mathcal{S}_2$ en contact. On définit les référentiels $\mathcal{R}_1$ et $\mathcal{R}_2$ liés à chaque solide.
On modélise le contact entre les deux solides par un contact ponctuel :

- $I_1$ est le point du solide $\mathcal{S}_1$ qui à l'instant $t$ assure le contact ;
- $I_2$ est le point du solide $\mathcal{S}_2$ qui à l'instant $t$ assure le contact.




On note $\pi$ le plan commun tangent entre $\mathcal{S}_1$ et $\mathcal{S}_2$.
La réaction du support $\mathcal{S}_1$ sur le solide $\mathcal{S}_2$ se décompose en

- une composante normale $\vec{N} \perp \pi$,
- et une composante tangentielle $\vec{T} \parallel \pi$.

**Remarque :** $I_1$ est le point coïncident de $I_2$ dans $\mathcal{R}_1$.
**Remarque :** Par la troisième loi de Newton, on peut écrire la réaction de $\mathcal{S}_2$ sur $\mathcal{S}_1$ :

$$\vec{R}_{2/1} = -\vec{R}_{1/2} = -\vec{T} - \vec{N}$$

**Définition n°2** Vitesse de glissement

On appelle vitesse de glissement de $\mathcal{S}_2$ par rapport à $\mathcal{S}_1$ la vitesse dans le référentiel lié au support $\mathcal{S}_1$ du point du solide $\mathcal{S}_2$ qui à l'instant considéré assure le contact :

$$\vec{v}_g(\mathcal{S}_2/\mathcal{S}_1) = \vec{v}(I_2)_{\mathcal{R}_1}$$

La vitesse de glissement appartient au plan $\pi$.

**Remarque :** Dans le cas où $\mathcal{S}_2$ est immobile par rapport à $\mathcal{S}_1$, alors $\vec{v}_g(\mathcal{S}_2/\mathcal{S}_1) = \vec{0}$.
**Remarque :** Dans le cas où $\mathcal{S}_2$ est en translation par rapport à $\mathcal{S}_1$, on parle de glissement. Dans ce cas

$$\vec{v}_g(\mathcal{S}_2/\mathcal{S}_1) = \vec{v}(\mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1)$$

## II.2 Lois de Coulomb

**Définition n°3** Loi de Coulomb de la composante normale

La composante normale $\vec{N}$ s'oppose à la pénétration de $\mathcal{S}_2$ dans $\mathcal{S}_1$. Elle est donc dirigée de $\mathcal{S}_1$ vers $\mathcal{S}_2$, suivant la normale sortant du support $\mathcal{S}_1$.
**L'annulation de la composante normale est la condition de décollement de $\mathcal{S}_2$.**

**Remarque :** C'est une force non conservative dont l'expression dépend du mouvement de $\mathcal{S}_2$. Il faut écrire la seconde loi de Newton pour établir son expression.
**Remarque :** La composante normale $\vec{N}$ ne travaille pas dans le référentiel $\mathcal{R}_1$ lié au support. Dans un autre référentiel, on ne peut rien dire.

**Définition n°4** Loi de Coulomb pour la composante tangentielle dans le cas du glissement

Il y a glissement si $\overrightarrow{v}_g(\mathcal{S}_2/\mathcal{S}_1) \neq \overrightarrow{0}$.
Dans ce cas la composante tangentielle $\overrightarrow{T}$ :

- est parallèle à la vitesse de glissement $\overrightarrow{T} \wedge \overrightarrow{v}_g(\mathcal{S}_2/\mathcal{S}_1) = \overrightarrow{0}$ ;
- s'oppose au glissement $\overrightarrow{T} \cdot \overrightarrow{v}_g(\mathcal{S}_2/\mathcal{S}_1) < 0$ ;
- est de norme $||\overrightarrow{T}|| = f_d||\overrightarrow{N}||$, avec $f_d$ le coefficient de frottement dynamique.

On peut donc écrire la composante tangentielle comme

$$\boxed{\overrightarrow{T} = -f_d||\overrightarrow{N}|| \frac{\overrightarrow{v}_g(\mathcal{S}_2/\mathcal{S}_1)}{||\overrightarrow{v}_g(\mathcal{S}_2/\mathcal{S}_1)||}}$$

**Définition n°5** Loi de Coulomb pour la composante tangentielle dans le cas de non glissement

Il y a absence de glissement si $\overrightarrow{v}_g(\mathcal{S}_2/\mathcal{S}_1) = \overrightarrow{0}$.
Dans ce cas la composante tangentielle $\overrightarrow{T}$ :

- est parallèle et de sens opposé d'un éventuel glissement ;
- a sa norme qui vérifie l'inégalité
$$||\overrightarrow{T}|| \leqslant f_s||\overrightarrow{N}||,$$
avec $f_s$ le coefficient de frottement statique.

Il y a égalité à l'instant où le glissement s'amorce et discontinuité de $T$ si on suppose $f_s$ différent de $f_d$.

**Définition n°6** Cas d'un contact sans frottement

Le cas d'un contact sans frottement est compris dans les lois de Coulomb. Il correspond au cas de glissement avec $f_d = 0$, alors $\overrightarrow{T} = \overrightarrow{0}$.
La réaction est alors purement normale : $\overrightarrow{R}_{1/2} = \overrightarrow{N}$.

## II.3 Les coefficients de frottement

Les coefficients de frottement dépendent du couple de matériaux constituant les deux solides. Ils ne dépendent ni de l'aire de la surface de contact, ni de la valeur de la composante normale.

On donne quelques valeurs des coefficients statique et dynamique :

| surfaces en contact | $f_s$ | $f_d$ |
|---|---|---|
| acier sur acier | 0,6 | 0,4 |
| pneus en bon état sur route sèche | 0,9 | 0,8 |
| pneus usés sur route mouillée | 0,1-0,2 | 0,05-0,12 |

On constate que $f_d < f_s$. Cela signifie qu'il faut exercer une force plus importante pour passer d'un état statique à un état de glissement que pour maintenir l'état de glissement.

On remarque que la différence relative $\frac{f_s - f_d}{f_s} \ll 1$, donc il arrive fréquemment que l'on confonde ces deux coefficients. On les note simplement $f$.

# III Exemple de résolution d'un problème avec frottement solide

## III.1 Méthode

La méthode consiste à effectuer l'hypothèse de glissement ou de non glissement, de mettre en équation et de vérifier *a posteriori* l'hypothèse.

- Hypothèse de non glissement :
  - $\overrightarrow{v}_g = \overrightarrow{0}$ ;
  - lois de Coulomb $||\overrightarrow{T}|| \leqslant f_s||\overrightarrow{N}||$ et $\overrightarrow{T}$ s'oppose à un éventuel glissement.

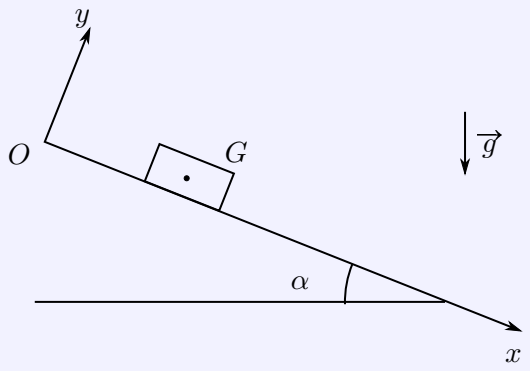
  On effectue la mise en équation et on détermine $||\overrightarrow{T}||$ et $||\overrightarrow{N}||$.
  On vérifie l'hypothèse $||\overrightarrow{T}|| \leqslant f_s||\overrightarrow{N}||$.
  On peut déterminer la condition pour passer à une phase de glissement en résolvant $||\overrightarrow{T}|| = f_s||\overrightarrow{N}||$.
- Hypothèse de glissement :
  - $\overrightarrow{v}_g \neq \overrightarrow{0}$ ;
  - lois de Coulomb $\overrightarrow{T} = -f_d||\overrightarrow{N}||\dfrac{\overrightarrow{v}_g}{v_g}$.

  On effectue la mise en équation et on détermine $\overrightarrow{v}_g$.
  On peut déterminer la condition pour passer à une phase de non glissement en résolvant $\overrightarrow{v}_g = \overrightarrow{0}$.

## III.2 Glissement sur un plan incliné - application à la mesure de $f_s$

**Application n°1** : Palet sur un plan incliné (♥ CE ♥) ✍

Un palet (de centre de masse $G$ et de masse $m$), est posé sans vitesse initiale au point $O$ sur un plan incliné faisant un angle $\alpha$ par rapport à l'horizontale. Le coefficient de frottement entre le support et le palet est noté $f$.




1. À quelle condition le palet reste-t-il en équilibre ?
2. On suppose que le palet glisse sur le support. Quelle est son accélération ? Décrire son mouvement.
3. Même question si le palet est lancé vers le haut avec une vitesse initiale $v_0$.
4. Proposer un protocole pour déterminer la valeur d'un coefficient de frottement $f$. Le mettre en œuvre et donner un OG de $f$ pour les matériaux choisis.

# IV Aspects énergétiques

## IV.1 Puissance de la force de contact s'exerçant sur un solide

**Définition n°7** Puissance dans le référentiel du support

Soit le solide $\mathcal{S}_2$ en contact avec le solide $\mathcal{S}_1$. On note $\mathcal{R}_1$ le référentiel lié au solide $\mathcal{S}_1$ et $\overrightarrow{R}_{1/2}$ la réaction de $\mathcal{S}_1$ sur $\mathcal{S}_2$. On a

$$\overrightarrow{R}_{1/2} = \overrightarrow{T} + \overrightarrow{N}$$

La puissance de la réaction **dans le référentiel lié au support** $\mathcal{R}_1$ est négative ou nulle :

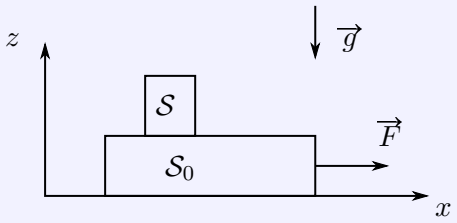
$$P(\overrightarrow{R}_{1/2})_{\mathcal{R}_1} = \overrightarrow{T} \cdot \overrightarrow{v}(I_2)_{\mathcal{R}_1} = \overrightarrow{T} \cdot \overrightarrow{v}_g(\mathcal{S}_2/\mathcal{S}_1) \leqslant 0$$

avec $I_2 \in \mathcal{S}_2$ le point de contact appartenant au solide $\mathcal{S}_2$.

**Remarque :** La composante normale au support ne travaille pas dans le référentiel lié au support.
**Remarque :** La puissance de $\overrightarrow{T}$ est négative uniquement dans le référentiel du support.

**Application n°2** : Puissance dans un autre référentiel

On considère la situation suivante où un solide cubique $\mathcal{S}$ de masse $m$ est posé sur un autre solide $\mathcal{S}_0$ de masse $M$ parallélépipédique, lui-même posé sur un support horizontal.
On néglige les frottements solides entre $\mathcal{S}_0$ et le sol. On note $f$ le coefficient de frottement entre $\mathcal{S}_0$ et $\mathcal{S}$.
Un opérateur exerce une force horizontale $\overrightarrow{F}$ constante sur le solide $\mathcal{S}_0$. Cette force met en mouvement $\mathcal{S}_0$ par rapport au sol, mais elle n'est pas suffisamment importante de telle sorte que $\mathcal{S}$ ne glisse pas par rapport à $\mathcal{S}_0$.
On note $\mathcal{R}_T$ le référentiel lié au sol.




1. Représenter la réaction $\overrightarrow{R}$ exercée par $\mathcal{S}_0$ sur $\mathcal{S}$.
2. Établir la vitesse $\overrightarrow{v}$ du solide $\mathcal{S}_0$ dans $\mathcal{R}_T$.
3. Établir l'expression de la réaction $\overrightarrow{R}$ exercée par $\mathcal{S}_0$ sur $\mathcal{S}$.
4. En déduire la puissance de la réaction $\overrightarrow{R}$ dans le référentiel $\mathcal{R}_T$. Commenter.
5. À quelle condition le solide $\mathcal{S}$ glisse-t-il par rapport à $\mathcal{S}_0$ ?

## IV.2 Puissance totale des forces de contact entre deux solides

**Définition n°8** Puissance totale des actions de contact entre deux solides

Soient deux solides $\mathcal{S}_1$ et $\mathcal{S}_2$ en contact. On note $\overrightarrow{\mathcal{R}}_{1/2} = \overrightarrow{N} + \overrightarrow{T}$ la réaction du solide $\mathcal{S}_1$ sur le solide $\mathcal{S}_2$, et $\overrightarrow{R}_{2/1}$ la réaction de $\mathcal{S}_2$ sur $\mathcal{S}_1$.
La puissance totale de la liaison vaut

$$P_{\text{contact}} = P(\overrightarrow{R}_{1/2}) + P(\overrightarrow{R}_{2/1}) = \overrightarrow{T} \cdot \overrightarrow{v}_g(\mathcal{S}_2/\mathcal{S}_1)$$

**Remarque :** Cette relation ne dépend pas du référentiel dans lequel on calcule la puissance des forces.
**Remarque :** Si $\mathcal{S}_2$ ne glisse pas sur $\mathcal{S}_1$, alors la puissance totale des actions de contact est nulle. C'est le cas dans l'application précédente.
**Remarque :** S'il y a glissement, cette puissance est négative.

Demonstration ✍

1. Démontrer cette relation.