O-2 : Interférences à 2 ondes : fentes d'Young et cohérence

I Dispositif des trous d'Young . . . 3
I.1 Diffraction par une « petite » ouverture . . . 4
I.2 Dispositif des trous d'Young sans lentille : observation à « l'infini » . . . 4
I.3 Dispositif avec lentilles : montage de Fraunhofer . . . 7
I.4 Généralisation à d'autres dispositifs . . . 8
II Source étendue spatialement - introduction à la cohérence spatiale . . . 9
II.1 Cas de deux points sources (exemple de l'observation d'une étoile double) . . . 9
II.2 Cas d'une source étendue . . . 11
III Source ponctuelle à spectre étendu - introduction à la cohérence temporelle . . . 13
III.1 Source à deux raies monochromatiques (doublet d'une lampe spectrale) . . . 13
III.2 Source à spectre continu . . . 14
a) Source quasi-monochromatique . . . 14
b) Lumière blanche . . . 14

MP 2026-2027
Aurore Mangin

Chapitre O-2

Interférences à 2 ondes : fentes d'Young et cohérence

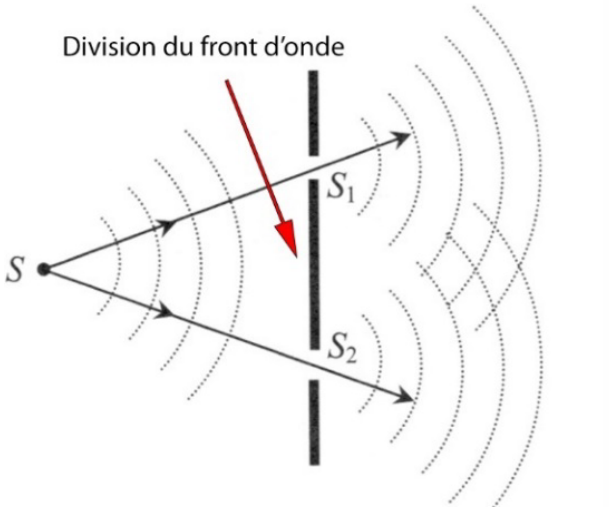
Pour observer l'influence des différents paramètres étudiés par la suite, on pourra utiliser ce site : simulations_interférences.

Dans ce chapitre, nous nous intéresserons à des systèmes interférentiels à division du front d'onde. Nous nous focaliserons sur le dispositif des trous d'Young (ou des fentes d'Young) avec ou sans lentilles.

Nous reviendrons sur les critères de cohérence des sources, notamment sur la cohérence temporelle mais aussi la cohérence spatiale.

I Dispositif des trous d'Young

Le dispositif des trous d'Young est un dispositif de division du front d'onde car l'onde issue de la source S voit son front se diviser en deux parties en S_1 et S_2. Ces deux ouvertures diffractent la lumière incidente. Elles sont éclairées par la même surface d'onde, donc elles peuvent être considérées comme deux sources cohérentes, émettant la **même séquence de train d'ondes.**

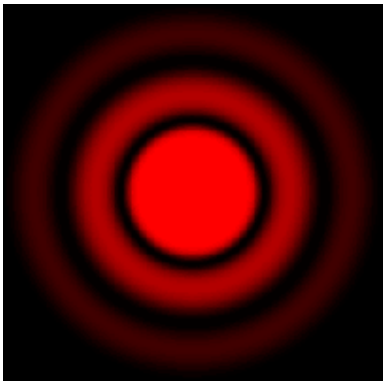


Les deux ouvertures peuvent être de forme quelconque. Usuellement, elles sont soit circulaires, soit ce sont des fentes.

I.1 Diffraction par une « petite » ouverture

Avant de regarder l'interaction de la lumière avec deux ouvertures, rappelons ce que nous pouvons observer à travers une seule ouverture.

La diffraction d'un laser rouge par une ouverture circulaire donne lieu à une tâche d'Airy :



Pour une fente, on observe la figure suivante :



Remarque : La diffraction a pour effet d'éparpiller la lumière dans la direction limitante de l'objet diffractant. Pour une fente, la figure de diffraction se fait dans la direction de la largeur de la fente. Pour une ouverture circulaire, toutes les directions sont diffractantes ! D'où une tâche à géométrie circulaire.

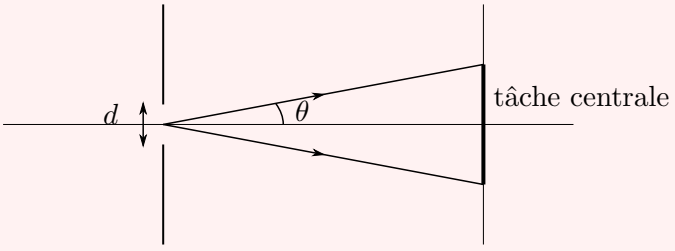
On peut donc intuiter que la diffraction par une ouverture carrée (ou rectangulaire) donne une figure en forme de croix (les deux directions limitantes)

Définition n°1 Demi-angle de diffraction

L'ouverture angulaire de la tâche centrale de diffraction vérifie

$$\boxed{\sin\theta \approx \frac{\lambda}{d}}$$

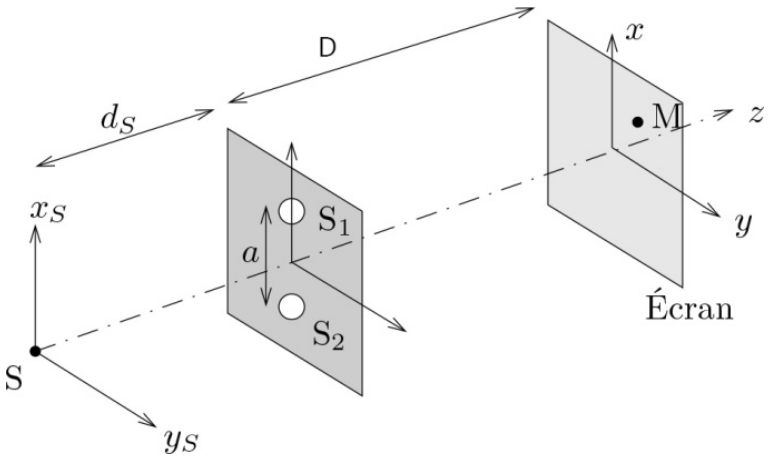
avec d la taille caractéristique de l'objet diffractant.



Remarque : Dans le cadre de l'optique géométrique $d \gg \lambda$: les phénomènes ondulatoires ne sont pas perceptibles et il y a propagation rectiligne (dans un milieu homogène) selon le modèle du rayon lumineux.

I.2 Dispositif des trous d'Young sans lentille : observation à « l'infini »

On place une source S monochromatique de longueur d'onde λ_0 à une distance d_S d'un plan contenant deux ouvertures circulaires S_1 et S_2 distantes de a. Chaque trou est de diamètre d. On observe sur un écran parallèle au plan contenant les ouvertures, à une distance D « grande » de celles-ci.

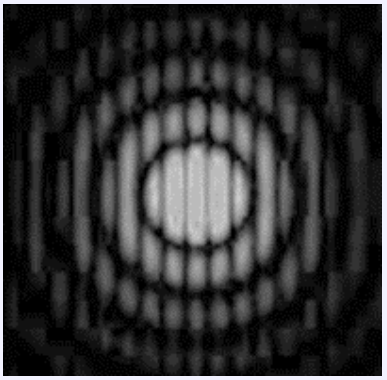


Définition n°2 Champ d'interférences - localisation des franges

On appelle champ d'interférences la zone commune éclairée par les deux sources cohérentes.
Les interférences sont dites **non localisées** lorsque le **champ d'interférences est un volume**. Elles sont dites localisées le cas échéant.

Application n°1 : Trous d'Young (♥ CE ♥) ✍

1. Qu'observerait-on sur l'écran dans le cadre de l'optique géométrique ?
2. Représenter le champ d'interférences dans le cas des trous d'Young. Les franges sont-elles localisées ?
3. Estimer les dimensions du champ d'interférences sur un écran placé à une distance $D = 1\,\text{m}$ des ouvertures circulaires de diamètre $d = 10\,\mu\text{m}$, distantes de $a = 1\,\text{mm}$ et éclairées par une source de longueur d'onde $\lambda_0 = 500\,\text{nm}$.
4. On observe la figure suivante sur l'écran. Commenter.

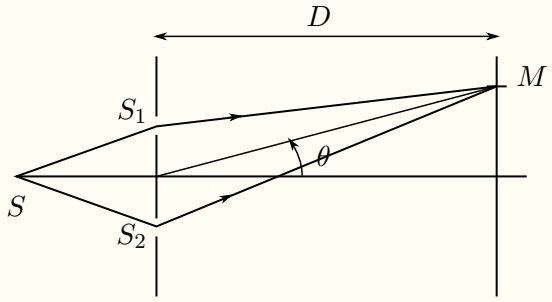


5. On suppose que l'observation se fait sur un écran à une distance D grande telle que $D \gg a$. On parle d'observation « à l'infini ».
   Le point M de l'écran est repéré par ses coordonnées $M(x, y, D)$ avec $|x| \ll D$ et $|y| \ll D$.
   Établir l'expression de la différence de marche $\delta(M)$. On prendra l'indice de l'air égal à 1 et on supposera que l'axe (Sz) est la médiatrice de $[S_1S_2]$.
6. En déduire l'expression de l'intensité lumineuse $I(M)$ au point M du champ d'interférences. Décrire l'allure des franges d'interférences.
7. Exprimer l'interfrange i.
8. Quel est l'effet d'une translation de la source selon y ?
9. Quel est l'effet d'une translation de la source selon x ?

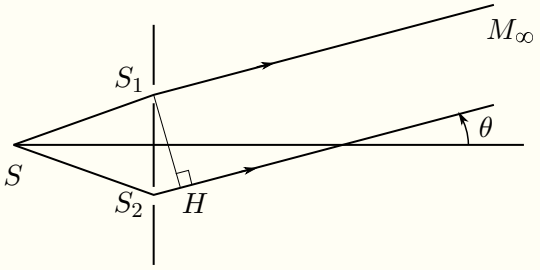
Remarque : Lors du DL, les termes d'ordre 3 négligés doivent être petits devant λ_0 sous peine d'induire une erreur sur la nature constructive ou destructive des interférences.
Remarque : On peut déterminer l'expression de la différence de marche dans le cas d'une observation à l'infini en utilisant le théorème de Malus.

Demonstration ✍

On note θ l'angle permettant de repérer le point M :



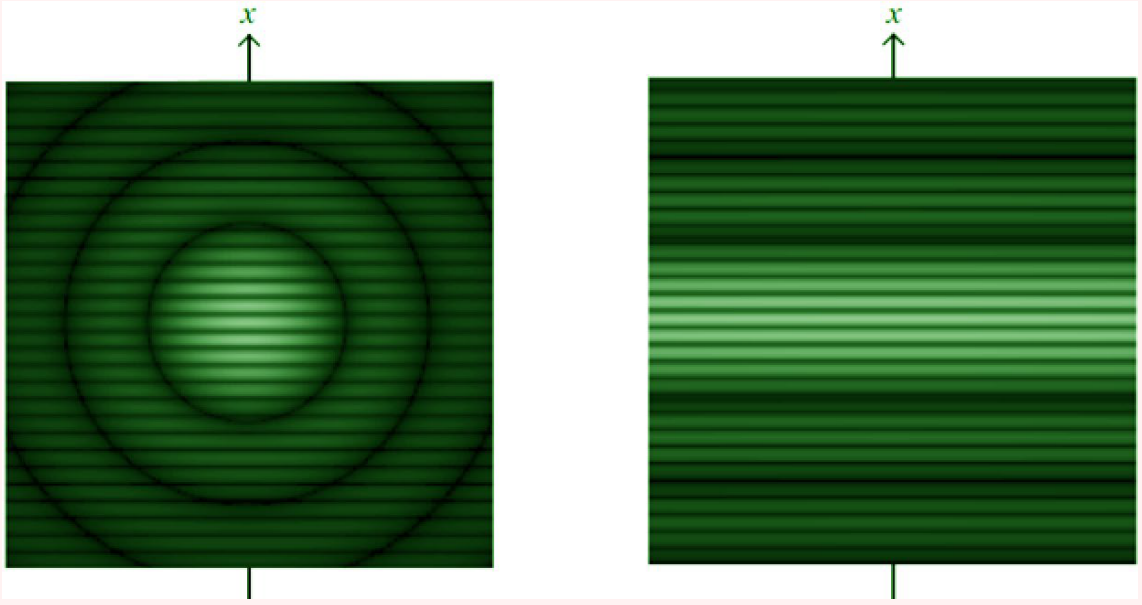
Si on observe la figure d'interférences sur un écran très éloigné, alors les ondes diffractés qui interfèrent en M sont quasi-parallèles.



1. Établir l'expression de la différence de marche.

Définition n°3 Cas des fentes d'Young

Les trous S, S_1 et S_2 peuvent être remplacés par des fentes (de très faible largeur selon Ox) parallèles à Oy.
En effet, les atomes (de positions y différentes) de la source placée derrière la fente (S) émettent des trains d'ondes incohérents entre eux. On peut donc sommer sur l'écran les éclairements dus à chacun de ces atomes.
L'éclairement ne dépendant pas de la variable y, les intensités lumineuses vont se renforcer, sans se brouiller : le phénomène sera plus lumineux.



Définition n°4 Dispositif des trous/fentes d'Young avec observation à l'infini

On retiendra que la figure d'interférences dans un plan parallèle au plan contenant les deux sources secondaire S_1 et S_2 et suffisamment éloigné est constituée :

- de franges rectilignes ;
- de période spatiale appelée interfrange

$$\boxed{i = \frac{\lambda_0 D}{n_{\text{air}} a}}$$

Si on translate la source selon x, direction parallèle à $[S_1S_2]$, la figure d'interférences est translatée.
On retiendra aussi que les interférences sont **non localisées** : elles se trouvent dans le volume définissant le champ d'interférences.

Définition n°5 Non localisation des interférences

On admet la généralisation de la **non localisation** des interférences à tout système interférentiel fonctionnant en **division du front d'onde**.

I.3 Dispositif avec lentilles : montage de Fraunhofer

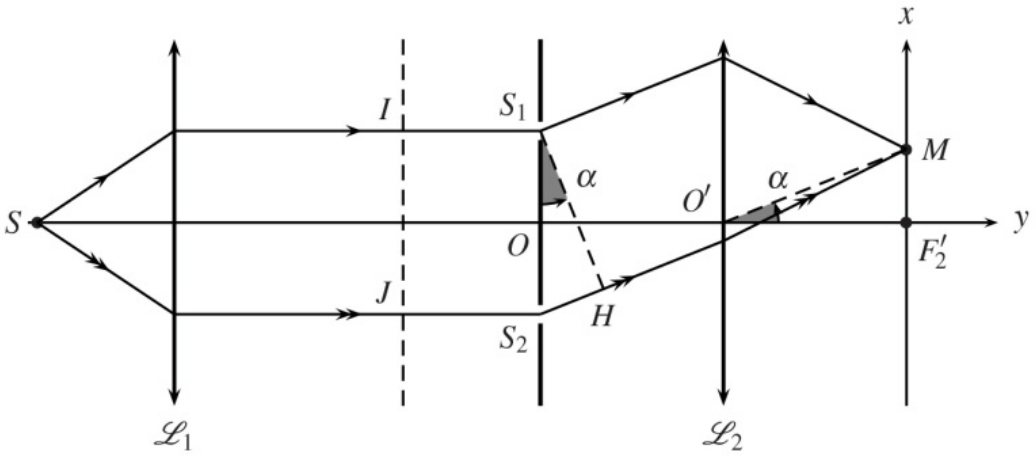
Afin d'éviter d'avoir un écran très éloigné et donc une figure d'interférences peu lumineuse, on peut utiliser des lentilles afin de ramener le plan de projection à une distance finie.

Pour cela, on place la source dans le plan focal objet d'une lentille convergente $\mathcal{L}_1$ et l'écran dans le plan focal image d'une lentille convergente $\mathcal{L}_2$. Le diaphragme D avec les deux trous est placé n'importe où entre $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$.

La source S donne entre $\mathcal{L}_1$ et D une onde plane.

Les trous d'Young S_1 et S_2 diffractent dans toutes les directions. A chaque direction correspond un point M de l'écran.

En un point M de l'écran arrivent deux rayons (1) passant par S_1 et (2) passant par S_2 qui avaient la même direction entre D et $\mathcal{L}_2$. Ils appartiennent donc à la même onde plane.



Application n°2 : Montage de Fraunhofer ✍

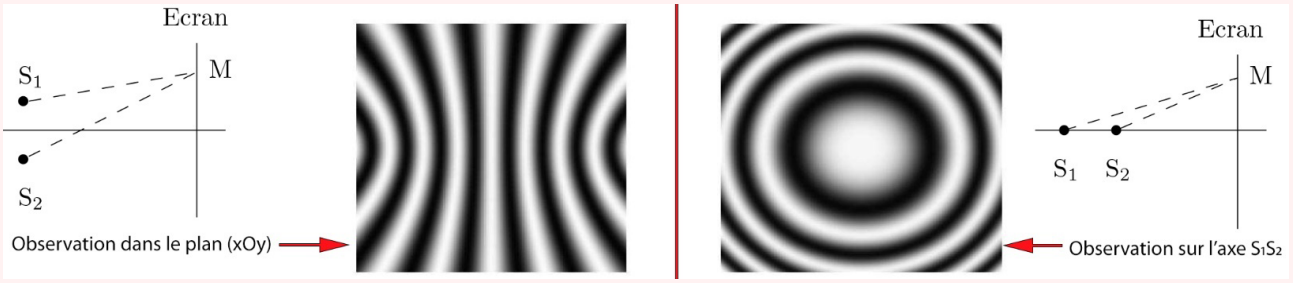
1. Dans le cas où $S = F_1$, justifier le tracé de deux rayons arrivant en un point M de l'écran. Définir la différence de marche et l'exprimer en fonction de a, la distance entre S_1 et S_2, f_2' la focale de $\mathcal{L}_2$ et x la coordonnée de M.
2. Décrire la figure d'interférences. Exprimer l'interfrange i.
3. Quel est l'effet d'une translation de la source S dans le plan focal objet de $\mathcal{L}_1$ selon x ?
4. Quel est l'effet d'une translation de la source S selon z. Que voit-on si on remplace la source ponctuelle S par un fente source d'axe Sz et des fentes à la place des trous S_1 et S_2 d'axe (S_1z) et (S_2z) ?

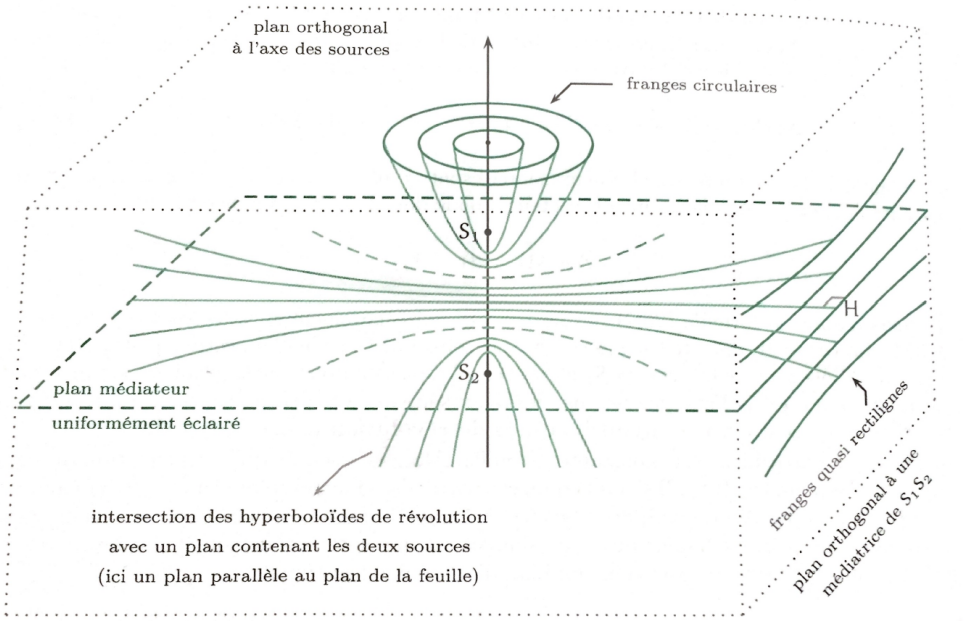
I.4 Généralisation à d'autres dispositifs

Définition n°6 Interférences de deux ondes sphériques cohérentes : hyperboloïdes

Soient S_1 et S_2 deux sources d'ondes sphériques en phase et synchrone. Les franges brillantes sont des hyperboloïdes de révolution S_1S_2.
Selon l'orientation de l'écran, on observera

- des cercles d'axe S_1S_2 sur un écran perpendiculaire à (S_1S_2),
- des franges quasi-rectilignes sur un écran « à l'infini » dans un plan parallèle à S_1S_2.



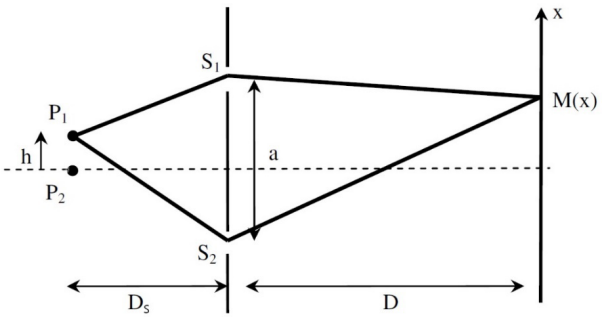


A faire : **application : miroirs de Lloyd ? ou juste en TD ?**

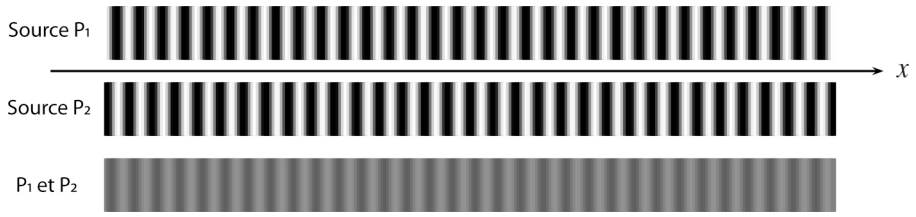
II Source étendue spatialement - introduction à la cohérence spatiale

II.1 Cas de deux points sources (exemple de l'observation d'une étoile double)

On considère deux sources ponctuelles P_1 et P_2, de même longueur d'onde λ_0, éclairant le dispositif des trous d'Young :



Les deux sources sont incohérentes, donc chaque source crée sa propre figure d'interférences, et l'intensité en un point M correspond à la somme des intensités.

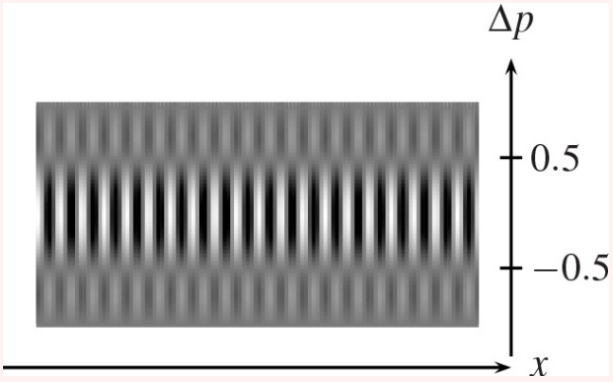


Définition n°7 Critère semi-quantitatif

On considère deux sources incohérentes P_1 et P_2, de même longueur d'onde λ_0, éclairant le dispositif des trous d'Young avec observation à l'infini.
On observera un brouillage des franges lorsque les franges brillantes de P_1 correspondent aux franges sombres de P_2, soit un écart d'ordre d'interférence

$$\Delta p(M) = p_{P_1}(M) - p_{P_2}(M) = m + \frac{1}{2} \quad \text{avec} \quad m \in \mathbb{Z}$$

Ci-dessous, on a représenté les franges d'interférences en fonction de Δp :



Demonstration ✍

On note h l'écart entre les deux sources P_1 et P_2.

1. Exprimer l'ordre d'interférences en M produit par la source P_1, puis pas la source P_2.
2. À quelle condition a-t-on une frange brillante en x pour la source P_2 et une frange sombre pour la source P_1 ?
3. On peut retrouver ce résultat en exprimant l'intensité $I(M)$, puis en étudiant le facteur de contraste. Le faire en supposant que les deux sources ont la même intensité lumineuse.

Application n°3 : Étoile double ✍

En visant l'étoile double Capella de la constellation du Clocher, des astronomes ont obtenu une annulation du contraste pour une distance minimale entre les diaphragmes diffractant de $a = 1{,}16\,\text{m}$ dans le visible $\lambda = 635\,\text{nm}$.

1. En déduire la distance angulaire α sous laquelle on voit cette étoile double depuis la Terre. On donnera le résultat en radians puis en secondes d'arc.

II.2 Cas d'une source étendue

Définition n°8 Cohérence spatiale

L'utilisation d'une source étendue pour des systèmes à division du front d'onde donne lieu à un brouillage des interférences si les franges dues au bord de la fente sont décalées d'une demi-interfrange par rapport aux franges dues au centre de la fente :

$$\boxed{|\Delta p| \geqslant \frac{1}{2}}$$

Ce critère amène a définir une inégalité sur la largeur de la source h :

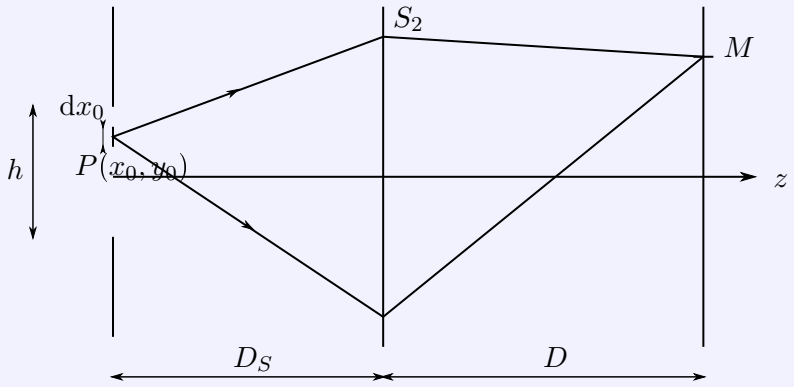
- si $h \ll \ell_s$ la figure d'interférences sera fortement contrastée ;
- si $h \geqslant \ell_s$ le figure d'interférences sera brouillée.

La grandeur ℓ_s est appelée longueur de cohérence spatiale.

Remarque : On verra qu'on pourra utiliser une source étendue pour les dispositifs à division d'amplitude sans perte de contraste.

Application n°4 : OG de longueur de cohérence spatiale ✍

On considère le dispositif des trous d'Young éclairé par une source monochromatique étendue spatialement comme une fente de largeur h.



On décompose la source étendue en sources quasi-ponctuelles monochromatiques $P(x_0, y_0)$ de surface $\mathrm{d}x_0\mathrm{d}y_0$. Les différents points de la source sont incohérents donc leurs intensités s'ajoutent. On observe sur l'écran la superposition des figures d'interférences dues aux différents points de la source. Ces différentes figures ont le même interfrange mais sont continûment décalés les uns des autres. Les franges claires de chaque système ne coïncident pas et la figure est vite brouillée. Le contraste diminue au fur et à mesure que la largeur de la fente augmente.

1. Pour quelle largeur de la fente y-a-t-il brouillage ? Faire l'application numérique avec $D_S = 50\,\mathrm{cm}$, $a = 1\,\mathrm{mm}$ et $\lambda_0 = 500\,\mathrm{nm}$.

Complément : Expression du contraste pour une source étendue (HP)

Il est possible de déterminer l'expression de l'intensité $I(M)$ par intégration de l'intensité $\mathrm{d}I_P(M)$ issue de chaque point source $P(x_0, y_0)$ de surface $\mathrm{d}S = \mathrm{d}x_0\mathrm{d}y_0$:

$$\mathrm{d}I_P(M) = \mathrm{d}I_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(\frac{ax}{D} + \frac{ax_0}{D_S}\right)\right)\right]$$

Or l'intensité émise par la surface $\mathrm{d}S$ est proportionnelle à cette surface donc

$$\mathrm{d}I_P(M) = \alpha\mathrm{d}x_0\mathrm{d}y_0\left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(\frac{ax}{D} + \frac{ax_0}{D_S}\right)\right)\right]$$

Complément : Expression du contraste pour une source étendue (HP)

Par intégration pour tout point P de la source ($x_0 \in [-h/2, h/2]$ et $y_0 \in [-L/2, L/2]$), on a

$$\begin{aligned} I(M) &= \alpha \int_{-L/2}^{L/2} \mathrm{d}y \int_{-h/2}^{h/2} \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(\frac{ax}{D} + \frac{ax_0}{D_S}\right)\right)\right] \mathrm{d}x_0 \\ &= \alpha L \left[h + \frac{\lambda_0 D_S}{2\pi a}\left(\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(\frac{ax}{D} + \frac{ah}{2D_S}\right)\right) - \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(\frac{ax}{D} - \frac{ah}{2D_S}\right)\right)\right)\right] \end{aligned}$$

Or $\sin p - \sin q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$, donc

$$\begin{aligned} I(M) &= \alpha L \left[h + \frac{\lambda_0 D_S}{\pi a}\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{ax}{D}\right)\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{ah}{2D_S}\right)\right] \\ &= \alpha L \left[h + h\,\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi}{\lambda_0}\frac{ah}{D_S}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{ax}{D}\right)\right] \end{aligned}$$

avec le sinus cardinal

$$\mathrm{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}.$$

On pose $I_0 = \alpha L h$ et le facteur de visibilité

$$V(h) = \mathrm{sinc}\left(\frac{\pi}{\lambda_0}\frac{ah}{D_S}\right),$$

alors l'intensité en M s'exprime :

$$\boxed{I(M) = I_0\left(1 + V(h)\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\frac{ax}{D}\right)\right)}$$

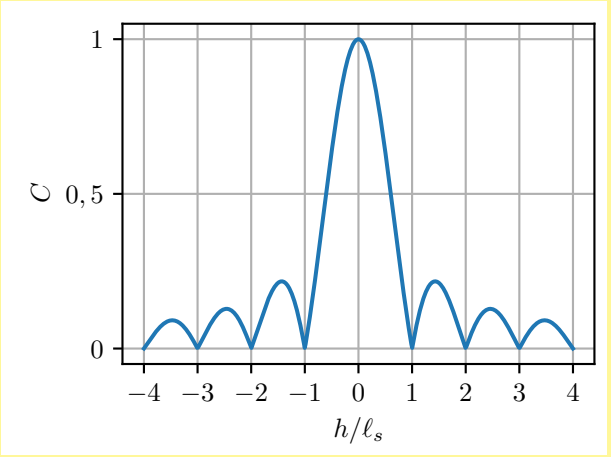
On retrouve la longueur de cohérence spatiale ℓ_s à partir de la première annulation de V :

$$V(\ell_s) = 0 \quad \text{donne} \quad \boxed{\ell_s = \frac{\lambda_0 D_S}{a}}$$

Le contraste des franges d'interférences s'exprime comme

$$C(h) = \left|\mathrm{sinc}\left(\frac{\pi}{\lambda_0}\frac{ah}{D_S}\right)\right|$$

Le tracé donne



On constate bien la première annulation pour $h = \ell_s$, mais pour $h > \ell_s$ le contraste n'est pas nul. Néanmoins, il est assez faible, donc la figure d'interférences sera faiblement contrastée.

III Source ponctuelle à spectre étendu - introduction à la cohérence temporelle

Remarque : Ce phénomène de cohérence temporelle est davantage visible avec un Michelson (cf O-3).

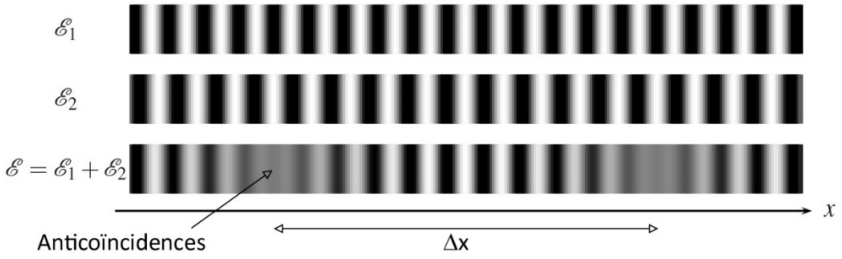
III.1 Source à deux raies monochromatiques (doublet d'une lampe spectrale)

Un dispositif d'interférences à deux ondes est éclairé par une source ponctuelle émettant deux longueurs d'onde très proches λ_1 et λ_2 donc telles que $\Delta\lambda = |\lambda_2 - \lambda_1| \ll \lambda_{1,2}$ (par exemple le doublet jaune d'une lampe à vapeur de sodium).

Deux ondes de longueurs d'onde différentes sont incohérentes donc les intensités s'ajoutent. On observe sur l'écran la superposition des figures d'interférences dues aux deux longueurs d'onde.

Mais l'interfrange de chaque figure dépend de la longueur d'onde. On observe des zones de bon contraste lorsque les franges brillantes dues aux deux longueurs d'onde coïncident presque.

On observe des zones de brouillage lorsque les franges brillantes de λ_1 se superposent aux franges sombres de λ_2. On parle aussi de zones d'anticoïncidence.



Définition n°9 Critère de brouillage avec deux raies

Soit une source ponctuelle constituée de deux longueurs λ_1 et λ_2 éclairant un dispositif des trous d'Young. Chaque longueur d'onde crée son système de franges d'interférences dont l'interfrange dépend de la longueur d'onde.
On observera un brouillage des franges lorsqu'il y aura anti-coïncidence des deux systèmes de franges soit

$$\Delta p(M) = p_{\lambda_1}(M) - p_{\lambda_2}(M) = \delta(M)\left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) = m + \frac{1}{2} \quad \text{avec} \quad m \in \mathbb{Z}$$

Application n°5 : Écartement entre deux brouillage ✍

On souhaite déterminer l'écartement Δx entre deux lieux consécutifs de brouillage.
On se place dans le cas d'une source ponctuelle de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 éclairant des trous d'Young écartés de $a = 1\,\text{mm}$. On observe sur un écran à une distance $D = 1\,\text{m}$ du plan contenant les trous.

1. Rappeler l'expression de l'interfrange
2. Exprimer l'intensité en un point M de l'écran. On suppose que l'intensité lumineuse est la même pour les deux longueurs d'onde. On la notera I_0. On rappelle que $\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$.
3. On suppose les deux longueurs d'onde proches :

$$\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda \quad \text{avec} \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda_1} \ll 1$$

   Simplifier l'expression précédente.
4. En déduire l'écart Δx entre deux lieux consécutifs de brouillage. Vérifier la cohérence avec le critère de brouillage.

III.2 Source à spectre continu

a) Source quasi-monochromatique

On rappelle qu'une source monochromatique n'existe pas. Une source dite quasi-monochromatique est une source dont le profil spectral est

- de fréquence moyenne ν_m,
- de largeur spectrale $\Delta\nu \ll \nu_m$.

Cette source éclaire un dispositif d'interférences à deux ondes. On décompose la source de spectre continu en sources monochromatiques de fréquence ν et de largeur spectrale $\mathrm{d}\nu$. On observe la superposition des figures d'interférences crées par chaque fréquence. Mais ces systèmes d'interférence ont des interfranges différentes. Au centre en $\delta_M = 0$, toutes les franges brillantes se superposent et le contraste est bon. Quand on s'éloigne du centre, les franges brillantes ne coïncident plus et le contraste diminue.

Définition n°10 Critère semi-quantitatif de brouillage des interférences - lien avec la cohérence temporelle

Il y a brouillage des interférences si

$$|\Delta p| = |p_{\nu_m+\Delta\nu/2} - p_{\nu_m}| \geqslant \frac{1}{2}$$

où Δp est évalué sur la moitié de l'étendue spectrale de la source.
Comme $p_\nu(M) = \dfrac{\delta_M}{\lambda} = \dfrac{\delta_M \nu}{c}$, on en déduit

$$\left|\frac{\delta_M \Delta\nu}{2c}\right| \geqslant \frac{1}{2} \quad \text{soit} \quad \boxed{|\delta_M| \geqslant \frac{c}{\Delta\nu}}$$

Avec le modèle de trains d'ondes décrivant une source quasi-monochromatique, on avait conclu à l'existence d'interférences si

$$\delta_M < \ell_c = c\tau_c \quad \text{avec} \quad \Delta\nu \cdot \tau_c \approx 1$$

On retrouve qu'il y a des interférences s'il n'y a pas de brouillage quand

$$|\delta_M| < \frac{c}{\Delta\nu}$$

Remarque : On peut aussi procéder par intégration sur la fréquence de l'intensité de sources de fréquence ν et de largeur $\mathrm{d}\nu$

$$\mathrm{d}I_\nu(M) = 2\alpha(\nu)\mathrm{d}\nu\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta_M\right)\right) \quad \text{et} \quad I(M) = \int_{\nu_m-\Delta\nu/2}^{\nu_m+\Delta\nu/2} \mathrm{d}I_\nu(M)$$

Le coefficient α peut dépendre de la fréquence. Il dépend du profil spectral de la source.

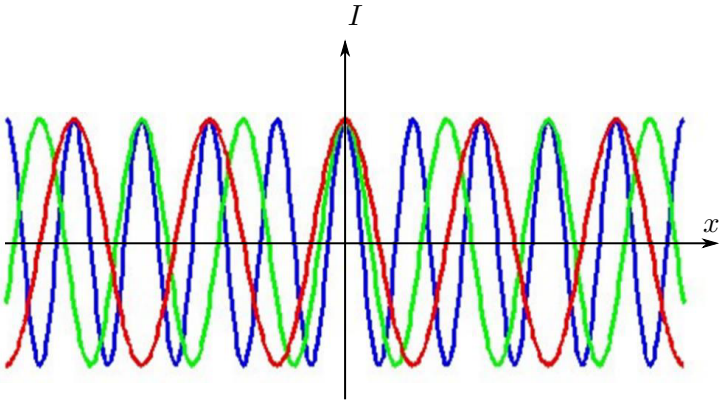
b) Lumière blanche

On observe la superposition des figures d'interférences dues à chaque longueur d'onde.

Toutes les longueurs d'onde donnent une frange brillante en $\delta_M = 0$ donc on observe une frange brillante blanche au centre de la figure.

L'interfrange dépend de la longueur d'onde donc les franges brillantes suivantes dues aux différentes longueurs d'onde ne se superposent pas. On observe donc une irisation.

On trace l'intensité $I(x)$ pour le rouge, le vert et le bleu :

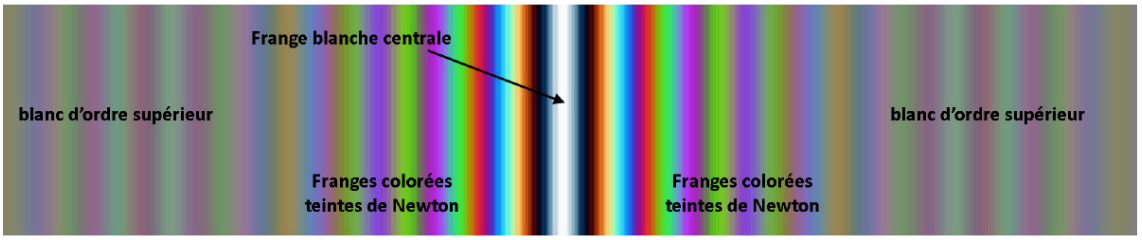


On constate que pour $x = 0$, les trois intensités sont maximales, donc on perçoit du blanc.

Là où les 3 intensités sont quasi-nulles, on perçoit du noir.

Dans les autres situations, on perçoit une irisation des franges.

Lorsqu'on s'éloigne du centre, la différence de marche devenant trop importante, on observe un brouillage des interférences. On observe un blanc dit d'ordre supérieur car son spectre présente des cannelures noires (donc des longueurs d'onde « éteintes » pour lesquelles il y a interférence destructive).



Voici le spectre que l'on peut observer en un point M fixé où l'on voit un blanc d'ordre supérieur :

