O-3 : Michelson : interféromètre à division d'amplitude

I Introduction . . . 3
I.1 Contexte historique et applications . . . 3
I.2 Division du front d'onde vs division d'amplitude . . . 3
II Description du dispositif . . . 5
II.1 Les différents éléments . . . 5
II.2 La séparatrice et la compensatrice . . . 7
III Michelson en lame d'air . . . 9
III.1 Schéma équivalent . . . 9
III.2 Franges d'interférences . . . 9
III.3 Franges d'égale inclinaison . . . 11
III.4 Application : étude du spectre des sources . . . 15
a) Mesure de l'écart entre les deux longueurs d'onde du doublet du sodium . . . 15
b) Mesure de la largeur spectrale d'une raie de la lampe à vapeur de mercure . . . 15
IV Michelson en coin d'air . . . 17
IV.1 Schéma équivalent . . . 17
IV.2 Franges d'interférences . . . 17
IV.3 Franges d'égale épaisseur . . . 19
IV.4 Application : mesures d'épaisseur ou d'indices ou de défauts de surface . . . 21

MP 2026-2027
Aurore Mangin

Chapitre O-3

O-3 : Michelson : interféromètre à division d'amplitude

I Introduction

I.1 Contexte historique et applications

En 1881, Albert Abraham Michelson (américain, 1852-1931) a inventé cet appareil pour tenter de mettre en évidence le mouvement de la Terre par rapport à l'éther et donc une variation de la vitesse de la lumière en fonction de l'orientation des rayons lumineux. L'échec de cette expérience a permis de montrer l'invariance de la vitesse de la lumière par changement de référentiel galiléen. Ce résultat est à la base de la théorie de la relativité restreinte (Einstein 1905).

En 1893 il a ensuite étudié avec cet interféromètre le spectre de la lampe à vapeur de cadmium et il a proposé une nouvelle définition du mètre. Il a obtenu le prix Nobel en 1907.

Cet instrument est toujours utilisé. Donnons deux exemples :

- les sondeurs atmosphériques : IASI (Interféromètre Atmosphérique de Sondage dans l'Infrarouge) placé sur les satellites météorologiques européens MetOp et AIRS, l'instrument américain sur le satellite Aqua. Ils mesurent la température et surveillent les taux d'ozone, de gaz à effet de serre (dioxyde de carbone et méthane), de polluants...
- la détection des ondes gravitationnelles : expérience Virgo (Italie près de Pise), expérience Ligo (Hanford état de Washington) La première observation de ces ondes en septembre 2015 a abouti à un prix Nobel en 2017 (3 américains).

I.2 Division du front d'onde vs division d'amplitude

Dans le chapitre précédent, nous avons étudié un interféromètre à division du front d'onde : l'interféromètre de Young. Nous avons notamment étudié la cohérence temporelle et spatiale.

Nous avons mis en évidence qu'une source étendue spatialement engendrait un phénomène de brouillage des interférences, d'où la nécessité de travailler avec des sources quasi-ponctuelles.

La question est donc : comment faire pour obtenir des figures d'interférences lumineuses en utilisant une source étendue ? Nous allons voir que l'interféromètre de Michelson à division d'amplitude répond à cette question.

Définition n°1 Interféromètre à division d'amplitude

Dans le cas d'un interféromètre à division d'amplitude, les deux rayons qui interfèrent sont issus du **même rayon incident.**
Ce rayon incident voit son amplitude divisée en deux et prendre par la suite deux chemins distincts.

II Description du dispositif

II.1 Les différents éléments

L'interféromètre est constitué :

- d'un verre anticalorique en entrée pour filtrer les rayonnements infrarouges ;
- d'une lame séparatrice et d'une lame compensatrice ;
- d'un miroir fixe M_2 ;
- d'un miroir mobile M_1 pouvant être translaté.

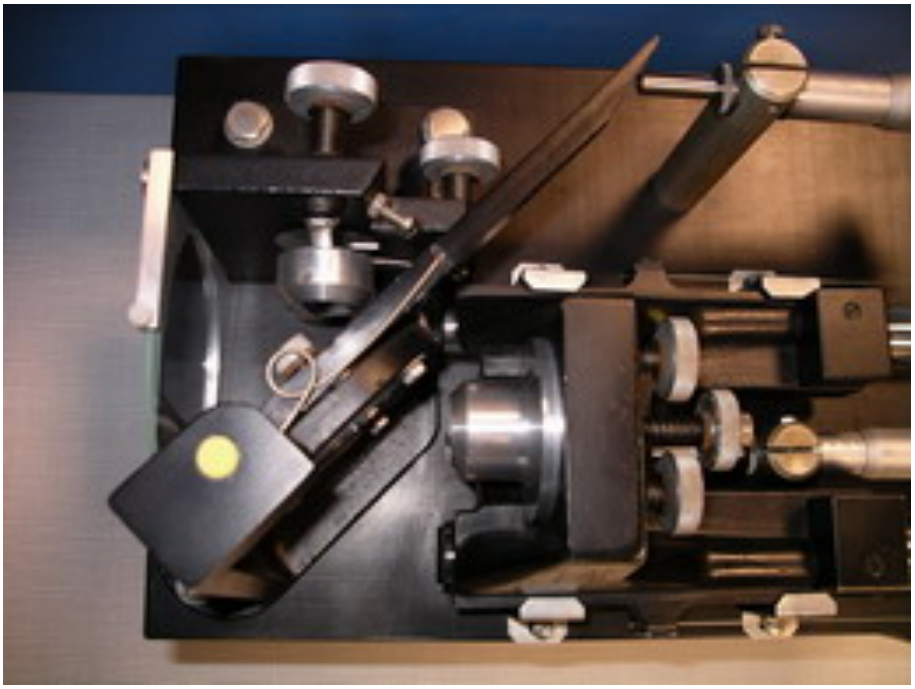
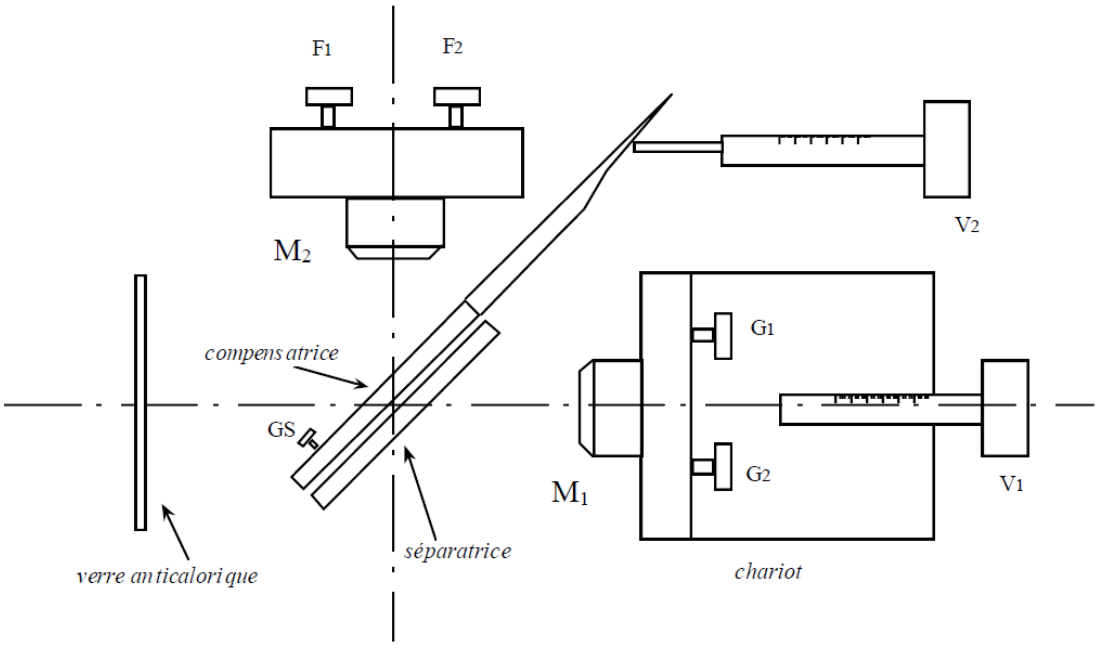


Schéma :



Précisons le rôle des différentes vis de réglage :

- les vis GS et V_2 servent à régler l'ensemble {compensatrice, séparatrice} dont on va expliquer leur rôle par la suite ;
- les vis G_1 et G_2 servent à faire le réglage grossier de l'orientation du miroir mobile M_1 ;
- les vis F_1 et F_2 permettent de faire le réglage fin de l'orientation du miroir M_2 ;
- la vis V_1 permet de déplacer le miroir M_1 : on dit que l'on chariote le miroir. Cette vis est munie d'un palmer permettant de mesurer la translation effectuée au centième de millimètre.

II.2 La séparatrice et la compensatrice

La lame séparatrice est une lame traitée sur sa face avant afin qu'elle soit semi-réfléchissante : la moitié de l'intensité lumineuse incidente est transmise, l'autre moitié est réfléchie.

La lame compensatrice est une lame identique (donc de même indice optique) mais non traitée.

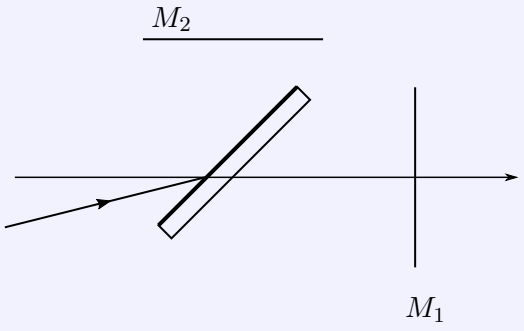
C'est deux lames sont orientées à 45 ° par rapport aux bras du Michelson.

Nous allons voir à quoi sert la lame compensatrice.

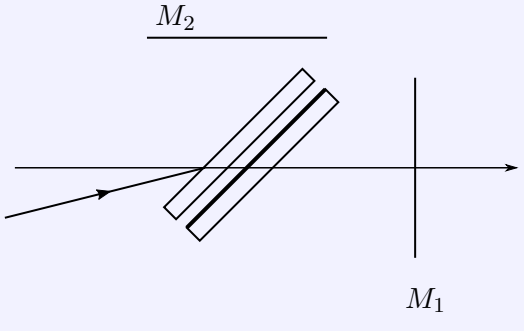
Application n°1 : Intérêt de la lame compensatrice ✍

On considère la configuration pour laquelle les deux miroirs M_1 et M_2 sont orthogonaux.

1. Compléter la marche du rayon incident déjà tracé. On rappelle que seule la face supérieure de la lame est traitée. On note (1) la rayon réfléchi par M_1 et (2) celui réfléchi par M_2. Combien de fois chaque rayon traverse-t-il la lame ?



2. Reprendre la question précédente avec la présence de la lame compensatrice. Commenter.



Définition n°2 Modèle idéal pour l'ensemble séparatrice-compensatrice

Dans toute la suite du cours, on considèrera que l'ensemble des lames séparatrice et compensatrice est équivalent à une **lame séparatrice d'épaisseur nulle.**

Par transmission elle ne modifie pas les rayons lumineux.

Par réflexion elle se comporte comme un miroir plan (les rayons semblent provenir de S', image par réflexion de S, correspondant au symétrique de S par rapport au plan S_p).

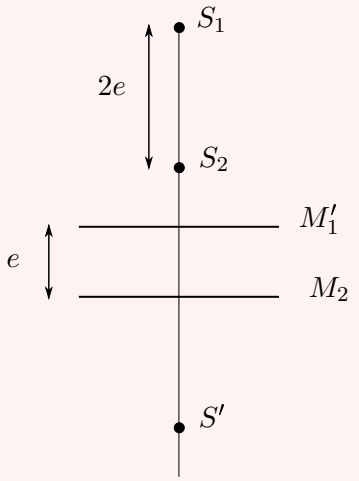
III Michelson en lame d'air

Dans la configuration en lame d'air, les deux miroirs sont parfaitement orthogonaux.

III.1 Schéma équivalent

Définition n°3 Lame d'air équivalente

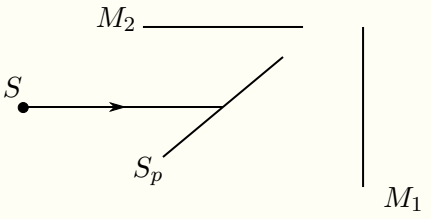
Le Michelson en lame d'air est équivalent à une lame d'air à faces parallèles d'épaisseur e.
S' est l'image de la source S à travers la séparatrice S_p.
S_1 est l'image de S' à travers le miroir virtuel M_1', image de M_1 à travers S_p.
S_2 est l'image de S' à travers M_2.
La distance entre les deux sources S_1 et S_2 est $2e$.



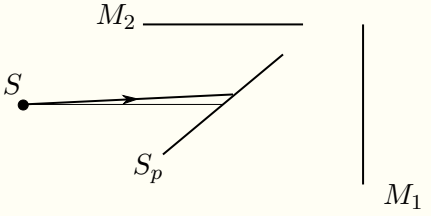
Demonstration ✍

On considère un point source S éclairant le Michelson en lame d'air.

1. Compléter la marche du rayon parallèle à M_2 déjà tracé. En notant I_0 l'intensité du rayon incident, quelle est l'intensité de chaque rayon en sortie ?



2. Compléter la marche d'un rayon d'inclinaison i. Placer les points S', S_1 et S_2 et justifier le schéma équivalent en lame d'air. On justifiera notamment le positionnement de la source virtuelle S' et du miroir virtuel M_1' à l'aide de l'équivalence des chemins optiques.



III.2 Franges d'interférences

Définition n°4 Franges circulaires et localisation

Pour un Michelson en lame d'air, les franges d'interférences sont des hyperboloïdes de révolution de foyers S_1 et S_2. On place l'écran perpendiculaire à (S_1S_2), donc les franges d'interférences sont des **cercles** d'axe (S_1S_2).
Si la source S est **ponctuelle**, le champ d'interférences est un volume donc les franges sont **non localisées**. En pratique on utilise une source **étendue** (sauf laser), alors les franges sont **localisées à l'infini**. Nous utiliserons une lentille de projection et placerons l'écran dans son plan focal image afin de visualiser les anneaux.

Remarque : Ayant montré que le système est équivalent à deux sources ponctuelles S_1 et S_2 virtuelles cohérentes, on en déduit immédiatement que les interférences sont des hyperboloïdes de révolution de foyers S_1 et S_2 (cf O-2)
Remarque : La figure d'interférences est davantage lumineuse avec une source étendue contrairement aux interféromètres à division du front d'onde qui sont limités par la cohérence spatiale. Nous verrons que chaque point source de la source étendue donne des franges d'interférences qui se superposent à l'infini. D'où la localisation des franges avec une source étendue et un phénomène lumineux.

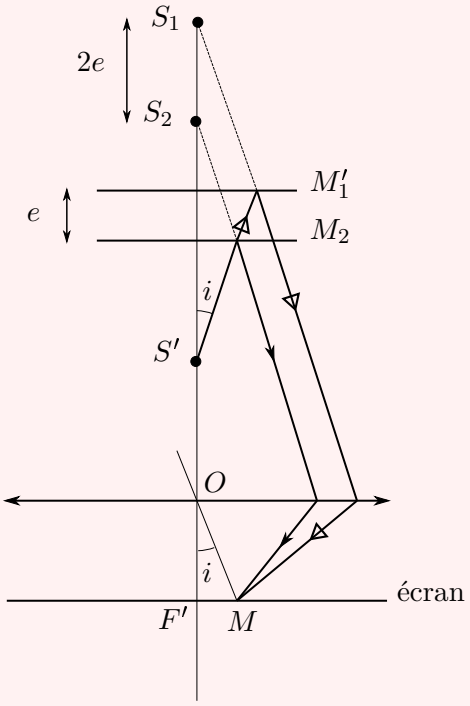
III.3 Franges d'égale inclinaison

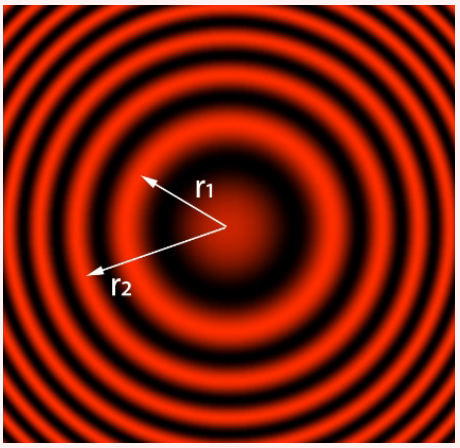
Définition n°5 Anneaux

On éclaire le Michelson en **lame d'air** avec une **source monochromatique étendue** et on place l'écran dans le plan focal image d'une lentille convergente de focale f'.
Le différence de marche s'exprime

$$\boxed{\delta(M) = 2e\cos(i)}$$

avec e l'épaisseur de la lame d'air et i l'angle d'inclinaison du rayon incident, donnant l'angle d'inclinaison permettant de repérer le point M.
Les franges sont des anneaux d'égale inclinaison qui sont centrés au foyer image de la lentille d'observation.





Le rayon du $n^{\text{ième}}$ anneau brillant est

$$\boxed{r_n = f'\sqrt{\frac{\lambda}{e}(n-\epsilon)}}$$

avec ϵ tel que pour $i = 0$, on a

$$p_0 = \frac{2e}{\lambda} = n_0 - \epsilon \quad \text{avec} \quad n_0 \in \mathbb{N}^* \quad \text{et} \quad 0 \leqslant \epsilon < 1$$

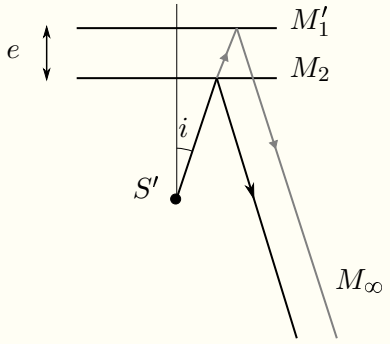
Le rayon des anneaux croit en $\sqrt{n-\epsilon}$. Ils ne sont pas régulièrement espacés. On ne peut pas définir d'interfrange.

Remarque : Si le centre est brillant, alors $\epsilon = 0$.

Demonstration ✍

On considère une source S monochromatique éclairant un Michelson en lame d'air d'épaisseur e. On regarde les interférences à l'infini en plaçant une lentille convergente de focale f' et en regardant sur un écran placé au plan focal image.
On souhaite exprimer la différence de marche en un point M par deux méthodes.

1. En étudiant la lame d'air, établir l'expression de la différence de marche.



2. Établir la différence de marche en exploitant les pseudo-sources S_1 et S_2.
3. En déduire la forme des franges d'interférences.
4. Que se passe-t-il si on considère une source étendue ?
5. Exprimer l'ordre d'interférences $p(M)$ au point M en fonction notamment de la distance r du point M à F'. Que vaut p_0, l'ordre d'interférences au centre ? Commenter.
6. Que vaut l'ordre d'interférences p_1 pour le premier anneau brillant ? Même question pour p_n pour le $n^{\text{ième}}$ anneau brillant. En déduire l'expression de r_n, rayon du $n^{\text{ième}}$ anneau brillant.
7. Comment choisir la focale de la lentille de projection ?
8. Comment éclairer le dispositif pour obtenir de nombreux anneaux lumineux ?

Définition n°6 Teinte plate ou contact optique

On appelle teinte plate ou contact optique la situation où $\boxed{e = 0}$. Alors $\delta(M) = 0$ quel que soit le point M, donc quel que soit l'angle i_M.
Il y a alors un **éclairement uniforme**.

Application n°2 : Comment atteindre la teinte plate ? (♥ CE ♥) ✍

1. Rappeler l'expression de l'ordre d'interférences $p(M)$. À p fixé, comment évolue i lorsque e diminue. Conclure.

Remarque : Pour étudier l'influence de e sur le rayon d'un anneau, il ne faut pas utiliser l'expression de r_n :

$$r_n = f'\sqrt{\frac{\lambda}{e}(n-\epsilon)}$$

car l'entier n est tel que

$$p_n = \frac{2e\cos(i)}{\lambda} = n_0 - n \quad \text{avec} \quad n_0 = \frac{2e}{\lambda} + \epsilon \quad \text{donc} \quad p_n = \frac{2e}{\lambda} + \epsilon - n$$

Donc si p_n est fixé et que l'on diminue e, alors n diminue.

III.4 Application : étude du spectre des sources

a) Mesure de l'écart entre les deux longueurs d'onde du doublet du sodium

Application n°3 : Doublet jaune du sodium ✍

On éclaire le Michelson en lame d'air avec le doublet jaune d'une lampe à vapeur de sodium

$$\lambda_1 = 589{,}0\,\text{nm} \quad \text{et} \quad \lambda_2 = 589{,}6\,\text{nm}$$

Partant de la teinte plate, on chariote le miroir M_1 jusqu'à observer un brouillage des anneaux. On note x_1 la position du miroir M_1. On revient à la teinte plate et on continue de charioter le miroir pour retrouver une condition de brouillage. On note x_{-1} la position du miroir M_1.
On note $\Delta x = x_1 - x_{-1}$ l'écart entre les deux positions de brouillage.

1. Exprimer Δx en fonction de $\lambda_m = \dfrac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$ et $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$.

b) Mesure de la largeur spectrale d'une raie de la lampe à vapeur de mercure

Application n°4 : Largeur spectrale d'une raie ✍

On éclaire le Michelson avec une lampe à vapeur de mercure suivie d'un filtre qui isole la raie verte.
On modélise la raie verte par une densité spectrale rectangulaire de centre λ_0 et de largeur $\Delta\lambda \ll \lambda_0$ que l'on cherche à déterminer.

1. À quelle condition y a-t-il brouillage des franges ? En déduire l'expression de $\Delta\lambda$ en fonction de λ_0 et e l'épaisseur de la lame correspondant au phénomène de brouillage.

IV Michelson en coin d'air

Définition n°7 Michelson en coin d'air

On dit que le Michelson est en coin d'air lorsque les deux miroirs ne sont pas orthogonaux.

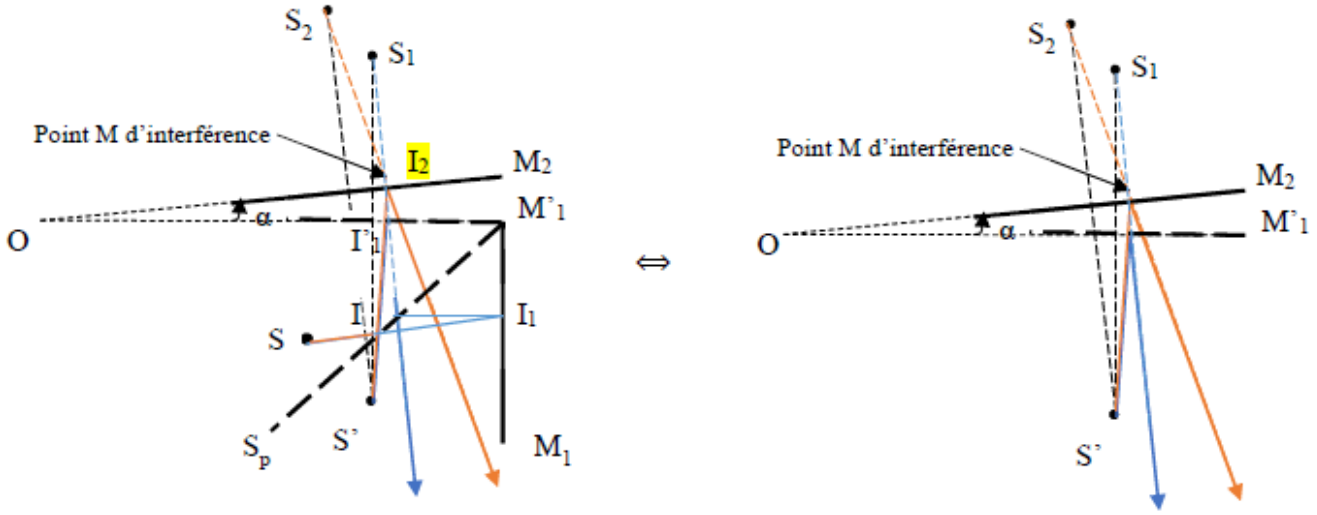
Remarque : On verra par la suite que l'angle entre les deux miroirs est très faible.

IV.1 Schéma équivalent

Comme pour le Michelson en lame d'air, on note S' le symétrique de S par rapport à la séparatrice, et M_1' l'image de M_1 par rapport à la séparatrice.

On peut utiliser le schéma simplifié de droite en notant l'équivalence du point de vue des chemins optiques :

$$(SI_1) = (S'I_1') \quad \text{et} \quad (SI_2) = (S'I_2)$$



Remarque : Le point d'intersection des deux rayons émergents se fait en M, un point proche du miroir M_2.

IV.2 Franges d'interférences

La différence de marche $\delta(M)$ s'exprime

$$\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (S'M)_2 - (S'M)_1 = S_2M - S_1M$$

Le système se ramène à des interférences produites par deux sources cohérentes en S_1 et S_2. Les franges d'interférences sont donc des hyperboloïdes de révolution de foyers S_1 et S_2.

Concernant la localisation des franges :

- si la source S est ponctuelle, alors le champ d'interférences est un volume, donc les franges sont non localisées ;
- si la source est étendue les interférences sont localisées.

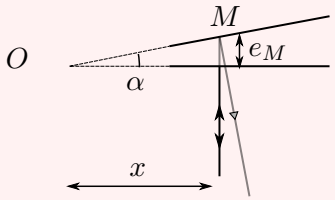
Définition n°8 Localisation des franges

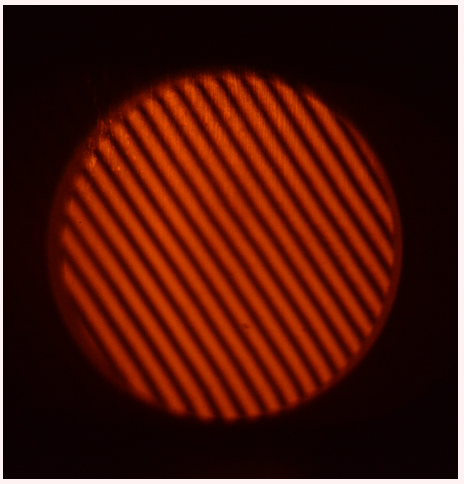
On admet que les franges d'interférences d'un interféromètre de Michelson en coin d'air obtenues avec une source étendue sous incidence quasi-normale sont **localisées au voisinage des miroirs**.

IV.3 Franges d'égale épaisseur

Définition n°9 Michelon en coin d'air : franges d'égale épaisseur

On considère un Michelson en **coin d'air** d'angle α, éclairé par une **source étendue monochromatique** sous **incidence quasi-normale.**
Les franges d'interférences sont des **segments** parallèles à l'arrête du coin d'air à $x = \text{cste}$, **localisées au voisinage des miroirs.**





La différence de marche s'écrit

$$\boxed{\delta(M) = 2e_M}$$

avec $e_M \approx \alpha x$ l'épaisseur du coin d'air en M.

L'interfrange vaut $\boxed{i = \dfrac{\lambda}{2\alpha}}$.

Remarque : L'interfrange i augmente quand α diminue. Pour passer d'un Michelson en coin d'air à un Michelson en lame d'air, il faut faire tourner les miroirs dans le sens qui augmente l'interfrange.

Demonstration ✍

1. Établir l'expression de la différence de marche. En déduire la forme des franges d'interférences.
2. Exprimer l'interfrange.
3. Comment éclairer le Michelson en coin d'air ?
4. Comment observer la figure d'interférences ?
5. Les franges sont visibles sur l'écran si l'interfrange i_m est supérieur au millimètre. Donner l'OG de α en prenant un grandissement $\gamma \approx 10$ apporté par la lentille de projection.

Remarque : L'observation en lumière blanche donne une raie centrale blanche (cas où $e = 0$ donc $\delta = 0$ pour toutes les longueurs d'onde), puis une irisation, et enfin un blanc supérieur (cf O-2).

IV.4 Application : mesures d'épaisseur ou d'indices ou de défauts de surface

À partir d'un Michelson réglé en coin d'air on peut :

- mesurer l'épaisseur d'une lame d'indice n que l'on place au niveau d'un bras du Michelson : on ajoute alors une différence de marche $2(n-1)e$ par rapport à la situation sans lame, ce qui a pour effet de translater la figure d'interférences. Pour observer cette translation, il faut utiliser une lumière blanche afin de pouvoir repérer la frange centrale.
- mesurer des défauts de surface d'un miroir.

Exercice 1: Défaut sur un miroir

Un interféromètre de Michelson est réglé en coin d'air et éclairé par un laser de longueur d'onde $\lambda = 532\,nm$. L'observation de la figure d'interférences est réalisée en utilisant une lentille mince convergente positionnée en sortie de l'interféromètre faisant l'image du plan des miroirs sur un écran avec un grandissement $\gamma = -3$.
Un des miroirs est supposé parfait alors que l'autre présente un défaut de surface. On observe alors sur l'écran la figure d'interférences figure O-3.1.

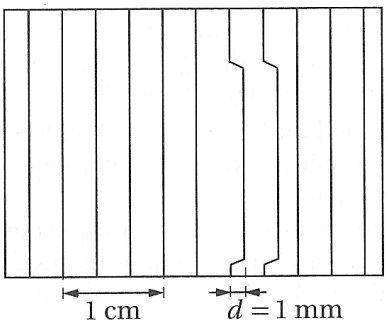


FIGURE O-3.1 – Figure d'interférences observée sur l'écran en présence d'un défaut sur un des miroirs

1. Quelle est la forme du défaut du miroir ? On donnera les dimensions caractéristiques du défaut dans le plan du miroir. Comment pourrait être améliorée la précision des mesures des dimensions du défaut ?
2. A partir de la figure O-3.1, en déduire la profondeur e du défaut.
3. En considérant que l'on peut détecter un décalage d'un cinquième d'interfrange, déterminer la profondeur minimale pouvant être détectée par cette méthode.