DM04 : Optique géométrique - Interféromètre à division du front d'onde (Temps indicatif 1h30+1h30)

Merci d'indiquer le temps passé à faire ce DM, ainsi que les aides éventuelles utilisées. L'exercice 1 de révision est facultatif.

Exercice 1: Objectif d'un appareil photographique

1.1 Objectif et téléobjectif

Cette partie traite de la comparaison entre l'encombrement d'un téléobjectif composé de deux lentilles et d'un objectif composé d'une unique lentille permettant de former une même image d'un objet situé à une grande distance du photographe.

On modélise l'objectif d'un appareil photographique par une lentille L_1 que l'on associe à un capteur CCD de taille $15{,}8 \times 23{,}6\,\text{mm}^2$. La lentille L_1 est convergente de vergence $V_1 = 5{,}00\,\delta$. La distance entre la lentille L_1 et le capteur, notée Δ, est appelée encombrement de l'appareil. Cet appareil photographique est utilisé pour photographier un animal de hauteur $H = 80\,\text{cm}$ situé à $D = 200\,\text{m}$.

1. À quelle distance d_1 de la lentille d'entrée L_1 faut-il placer le capteur pour former une image nette ?
2. Réaliser un schéma représentant la situation, on fera apparaître la lentille L_1, ses foyers objet et image, ainsi que le capteur CCD que l'on placera en accord avec la question précédente.
3. Quel est l'encombrement Δ de l'appareil photographique ?
4. Quelle est la taille h de l'image obtenue sur le capteur ?

On remplace l'objectif simple par un téléobjectif constitué de la même lentille d'entrée L_1 associée à une seconde lentille L_2 placée à une distance $d_2 = 15{,}5\,\text{cm}$ derrière la lentille d'entrée L_1. Cette seconde lentille est divergente, de vergence $V_2 = -20\,\delta$. La distance entre la lentille L_1 et le capteur, notée Δ', est appelée encombrement du téléobjectif. On photographie le même animal de hauteur $H = 80\,\text{cm}$ toujours situé à $D = 200\,\text{m}$.

5. À quelle distance d_2' de la lentille L_2 faut-il placer le capteur pour former une image nette ?
6. Quel est alors l'encombrement Δ' du téléobjectif ?
7. Quelle est la taille h' de l'image formée à l'aide du téléobjectif ?
8. Quelle serait la distance focale d'un téléobjectif mono-lentille constitué d'une seule lentille convergente et qui permettrait de former une image de la même taille que celle obtenue à l'aide du téléobjectif ? Quel serait l'encombrement d'un tel appareil photographique ?

1.2 Profondeur de champ

L'appareil photographique est désormais utilisé pour photographier l'image d'un objet A placé à $6{,}0\,\text{cm}$ de l'objectif sur l'axe optique. On modélise l'objectif de l'appareil photographique par une lentille simple de distance focale $2{,}0\,\text{cm}$.

9. Rappeler ce que sont les conditions de Gauss.
10. Définir la notion de stigmatisme rigoureux et approché.
11. Réaliser un schéma à l'échelle de la situation décrite ci-dessus en y faisant également apparaître l'image A' conjuguée à l'objet A par la lentille.
12. Ajouter sur votre schéma un diaphragme de $6{,}0\,\text{cm}$ de diamètre centré sur l'axe optique accolé à la lentille, ainsi que le pixel central du capteur placé dans le plan de l'image A', centré sur l'axe optique et de taille $1{,}0\,\text{cm}$. Construire alors les positions extrêmes de l'objet A (notées A_1 et A_2), situées sur l'axe optique et respectant les conditions assurant un stigmatisme approché.

13. Mesurer la profondeur de champ p sur votre schéma.
14. Réaliser un nouveau schéma et déterminer la nouvelle profondeur de champ p' pour un diaphragme de diamètre 4,0 cm centré sur l'axe optique. Quelle est l'influence du diamètre du diaphragme sur la profondeur de champ ?

Exercice 2: Le télescope interférentiel VLTI

On s'intéresse au Very Large Telescope array (VLT) de l'European Southern Observatory à Paranal au Chili qui est constitué de plusieurs télescopes dont on fait interférer les signaux optiques reçus.
On considérera pour la suite deux de ces télescopes (cf. figure 1).

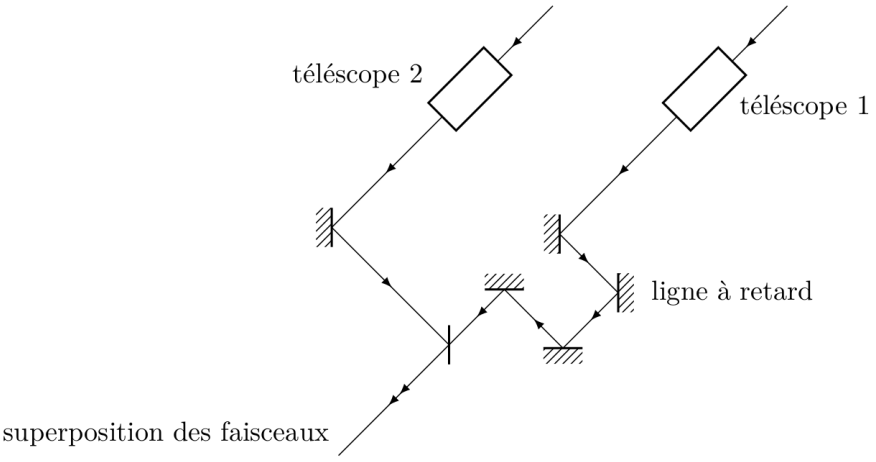


FIGURE 1 – Principe du VLTI

On assimile les deux télescopes distants de a (variable jusqu'à 100 meter) à deux trous T_1 et T_2 de taille négligeable, de sorte que le VLTI sera équivalent au montage de la figure 2, où la lentille d'axe optique Oz, de centre O possède une distance focale f'. Le foyer image de la lentille est noté F' et le plan focal est le plan d'observation. T_1 et T_2 sont à une distance $a/2$ de l'axe optique.



FIGURE 2 – Schéma équivalent du VLTI

2.1 Observation d'une source ponctuelle dans la direction de l'axe optique

Un unique objet ponctuel à l'infini A est observé dans la direction de l'axe optique. Pour simplifier, on supposera que cet objet émet une unique radiation de longueur d'onde $\lambda = 2{,}00\,\mu$m.

1. Où se trouve l'image géométrique A' de A à travers la lentille ?
2. Calculer la différence de marche δ_0 entres les ondes provenant de A et se recombinant en A', passant par les deux trous T_1 et T_2 sur la figure 2.
3. En déduire le rôle de la ligne à retard de la figure 1.
4. En quoi y a-t-il nécessité de la ligne à retard pour satisfaire aux conditions d'interférences ?
5. Dans quelle mesure peut-on considérer que le contraste des interférences vaut 1 ? Dans la suite on supposera effectivement que le contraste vaut 1.

6. Déterminer l'expression de l'intensité lumineuse $I_A(x)$ d'un point d'abscisse x dans le plan focal.
7. En déduire l'expression de l'interfrange.
8. Tracer l'allure de la figure d'interférence dans le plan $(xF'y)$ telle qu'on pourrait l'observer avec une caméra infrarouge.

2.2 Observation d'une source ponctuelle dans une direction différente de celle de l'axe optique

Un unique objet ponctuel à l'infini B est observé dans la direction $i_B \neq 0$ par rapport à l'axe optique dans le plan xOz, avec les mêmes caractéristiques que A.

9. À quelle distance x_B de F' se trouve l'image géométrique de B ?
10. Déterminer l'expression de l'intensité lumineuse $I_B(x)$ en un point d'abscisse x.
11. L'interfrange est-il différent de celui trouvé précédemment ?

2.3 Observation de deux sources ponctuelles

Deux objets ponctuels à l'infini A et B sont observés dans les directions $i_A = 0$ et $i_B \neq 0$ par rapport à l'axe optique dans le plan xOz. Pour simplifier, on supposera que ces deux objets émettent une unique radiation de longueur d'onde $\lambda = 2{,}00\,\mu$m et la même puissance lumineuse.

12. Ces deux sources sont-elles cohérentes ? Justifier la réponse.
13. En déduire l'intensité lumineuse $I_{A\cup B}(x)$ en un point d'abscisse x.
14. Pour quelle(s) distances(s) a entre les deux télescopes y a-t-il brouillage des interférences ? On exprimera le résultat en fonction de i_B.
15. Proposer alors une méthode de détermination expérimentale de l'angle entre deux étoiles composant une étoile double.
16. Quelle est la valeur numérique (en secondes d'arc) de la limite de résolution angulaire i_m du VLTI ?