

O-4 : Interférences à N ondes : réseaux

I	Principe et définition d'un réseau optique	3
I.1	Observation	3
I.2	Définition et caractéristique d'un réseau optique	5
I.3	Conditions d'éclairage et d'observations	5
II	Interférences à N ondes par un réseau en transmission	7
II.1	Formule fondamentale des réseaux	7
II.2	Intensité lumineuse résultante	9
III	Applications	13
III.1	Visualisation du spectre d'une source polychromatique	13
III.2	Détermination d'une longueur d'onde à l'aide du minimum de déviation (TP)	13
III.3	Pouvoir de résolution d'un réseau	15

Chapitre O-4

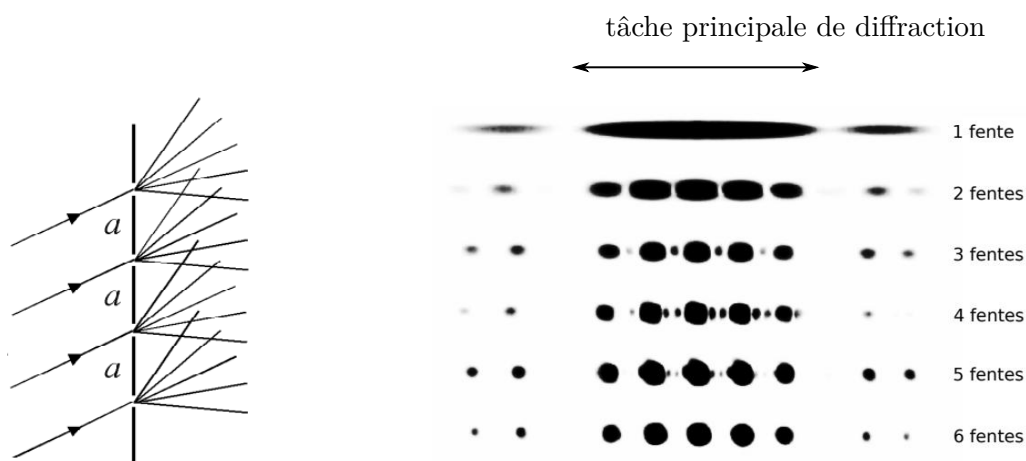
Interférences à N ondes : réseaux

I Principe et définition d'un réseau optique

I.1 Observation

Nous avons jusque là étudié le phénomène d'interférences avec deux ondes, soit à partir d'un interféromètre à division du front d'onde, soit à division d'amplitude.

Revenons sur le dispositif des trous d'Young, mais en augmentant le nombre de fentes. Les fentes de largeur d sont distantes deux à deux de a . On observe la figure suivante :



On observe que l'intensité diffractée par une fente est modulée par la figure d'interférences des N fentes. On constate que plus N est grand, plus la lumière se concentre aux lieux d'interférences constructives (franges brillantes).

I.2 Définition et caractéristique d'un réseau optique

Définition n°1 Réseau

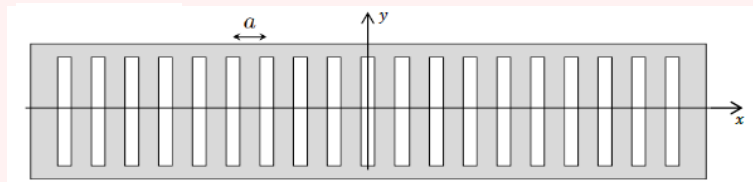
Un réseau optique est un dispositif constitué d'une série de motifs identiques, équidistants, séparés par une distance a , permettant la réflexion ou la transmission d'ondes lumineuses.

La distance a entre deux motifs consécutifs est le **pas du réseau**.

Les constructeurs de réseaux donnent p le nombre de motifs par unité de longueur :

$$p = \frac{1}{a}$$

Un réseau par transmission est constitué d'un ensemble de fentes allongées, très fines, identiques, parallèles et équidistantes, séparées par un intervalle opaque. Ces fentes sont nommées traits du réseau.



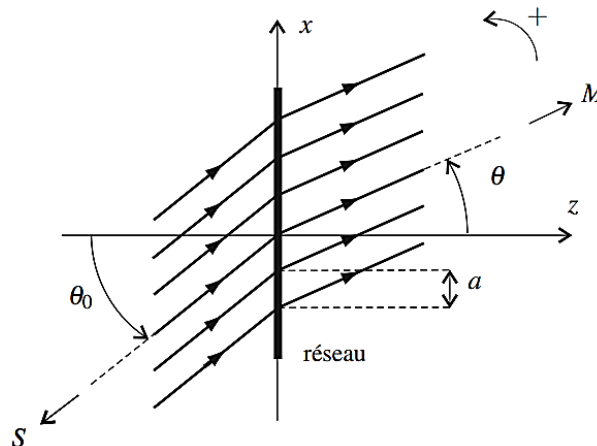
Application n°1 : Pas et nombre de traits éclairés

On considère un réseau de 500 traits par millimètre éclairé sur une largeur totale $L = 4$ cm.

1. Déterminer le pas a du réseau et le nombre N de traits éclairés.

I.3 Conditions d'éclairage et d'observations

Dans la suite, on étudie des réseaux en transmission éclairés par un faisceau de rayons parallèles et on observera les interférences à l'infini.



Pour ce faire

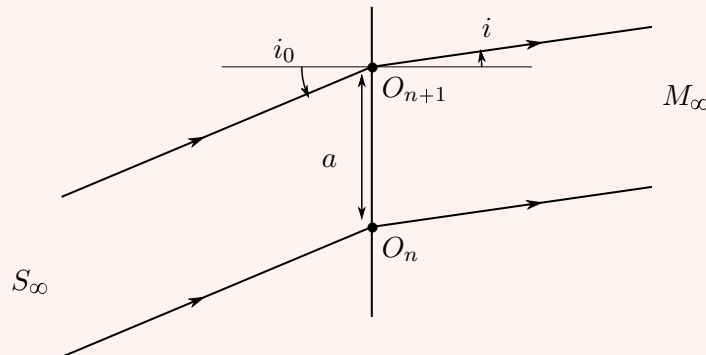
- la source S est au foyer objet d'une lentille convergente $\mathcal{L}_1$;
- l'écran est dans le plan focal image d'une lentille convergente $\mathcal{L}_2$;
- le réseau est entre $\mathcal{L}_1$ et $\mathcal{L}_2$.

II Interférences à N ondes par un réseau en transmission

II.1 Formule fondamentale des réseaux

Définition n°2 Formule fondamentale des réseaux en transmission

Soit un réseau en transmission de pas a éclairé par une source monochromatique λ à l'infini. On note i_0 l'angle d'incidence des rayons incidents sur le réseau.



En observant à l'infini, on aura de la lumière dans les directions i_k vérifiant la condition d'interférences constructives telles que

$$\sin(i_k) - \sin(i_0) = k \frac{\lambda}{a} \quad \text{avec} \quad k \in \mathbb{Z}$$

On appelle k l'ordre d'interférences.

Remarque : Pour $k = 0$, la relation est indépendante de λ . Si on éclaire avec une lumière blanche, dans la direction i_0 on aura une frange blanche.

Remarque : Pour $k \neq 0$, la relation dépendant de λ , on aura de la dispersion (cf Applications)

Démonstration

On considère deux traits consécutifs du réseau en O_n et O_{n+1} .

1. Établir l'expression de la différence de marche $\delta = (SM)_{n+1} - (SM)_n$.
2. En retranscrivant la condition d'interférences constructives, établir la relation fondamentale des réseaux en transmission.
3. Si on éclaire le réseau en lumière blanche, qu'observe-t-on ?

Complément : Réseau en réflexion

Il existe des réseaux en réflexion :

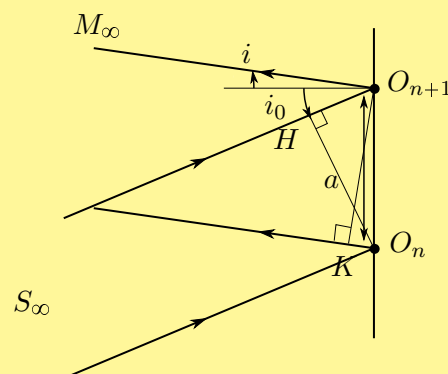
Il faut faire attention que sur la figure $i < 0$.

La différence de marche s'écrit :

$$\delta = (HO_{n+1}) - (KO_n) = a \sin(i_0) + a \sin(i)$$

La relation fondamentale des réseaux en réflexion s'écrit alors

$$\sin(i_0) + \sin(i_k) = k \frac{\lambda}{a} \quad \text{avec} \quad k \in \mathbb{Z}$$



II.2 Intensité lumineuse résultante

Définition n°3 Intensité résultante et finesse

On éclaire un réseau de N traits avec une source ponctuelle à l'infini. Soit $\phi = \phi_{n+1}(M) - \phi_n(M)$ le déphasage entre les rayons $n + 1$ et n en un point M à l'infini.

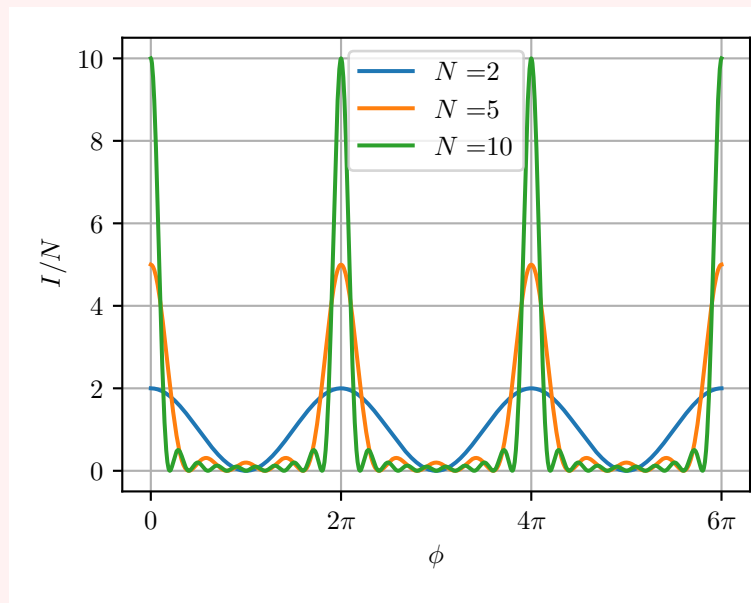
En supposant que les ondes interférant en M sont de même intensité I_0 , l'intensité résultante en M en fonction de ϕ s'écrit :

$$I(\phi) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\phi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\phi}{2}\right)}$$

On peut remarquer que

- l'intensité maximale est $I_{\max} = N^2 I_0$ pour $\phi = 0[2\pi]$;
- il y a $N - 1$ annulations de I entre deux maxima successifs ;
- la demi-largeur des pics principaux est $\Delta\phi = \frac{2\pi}{N}$

On retiendra que plus N est grand, plus les pics sont fins.



Démonstration

Pour établir l'expression de l'intensité en M , on va utiliser l'amplitude complexe $\underline{a}_n(M)$ de l'onde en M issue du trait n :

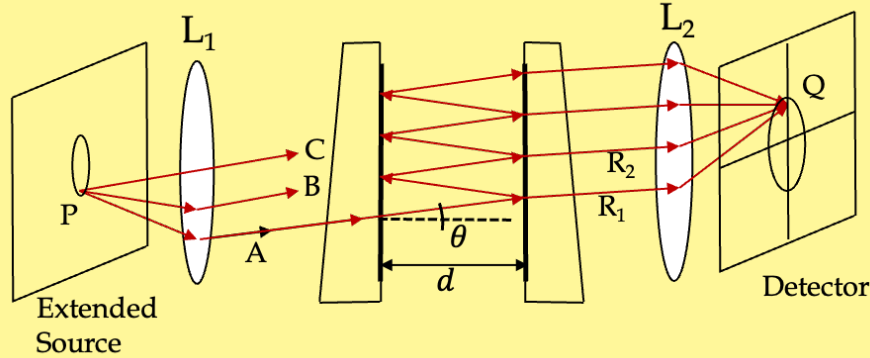
$$s_n(M, t) = a_0 \cos(\omega t - \phi_n(M)) \quad \text{donc} \quad \underline{s}_n(M, t) = \underline{a}_n(M) e^{i\omega t} \quad \text{avec} \quad \underline{a}_n(M) = a_0 e^{-i\phi_n(M)}$$

1. Pour $n = 1$, on choisit de prendre l'origine des phases en M . Alors $\underline{a}_1(M) = a_0$.
Que vaut $\phi_2(M)$? $\phi_n(M)$?
2. Exprimer l'amplitude complexe $\underline{a}(M)$ de l'onde résultante en M .
3. En déduire l'expression de l'intensité lumineuse.
4. Quelle est la périodicité de I ? Que vaut $I(\phi = 0)$? Commenter.
5. Déterminer les positions des minima. En déduire la demi-largeur $\Delta\phi$ des pics principaux. Commenter.

Complément : Fabry-Pérot

Il existe l'équivalent du réseau par division d'amplitude : c'est le dispositif de Fabry-Pérot.

On éclaire avec une source étendue à l'aide d'un collimateur une lame à faces parallèles et on observe à l'infini à l'aide d'une lentille de projection :



On observe des anneaux avec une grande finesse.

La lame à faces parallèles est formée à l'aide de miroirs semi-réfléchissants à grand coefficient de réflexion R . Ainsi un rayon entrant sous une incidence i va subir de multiples réflexions. Une faible partie de l'intensité lumineuse sera transmise à chaque interaction sur la face de droite. À la sortie de l'interféromètre on aura la superposition de N ondes mais d'intensité non identique.

En changeant le coefficient R , on change la finesse des anneaux. Sur la figure suivante, on a représenté la figure d'interférences pour $r = 0,3$, $r = 0,85$ et $r = 0,98$.



On peut mener la même méthode pour exprimer l'amplitude totale, avec a_0 l'amplitude de l'onde incidente et ϕ le déphasage entre deux rayons émergents consécutifs :

$$\begin{aligned} \underline{a}(M) &= \underline{a}_0 t^2 + \underline{a}_0 t^2 r^2 e^{-i\phi} + \underline{a}_0 t^2 r^4 e^{-i2\phi} + \dots \\ &= \underline{a}_0 t^2 \sum_{n=0}^{+\infty} \left(r^2 e^{-i\phi} \right)^n \end{aligned}$$

Comme $r^2 < 1$, on a

$$\underline{a}(M) = \frac{a_0 T}{1 - R e^{-i\phi}}$$

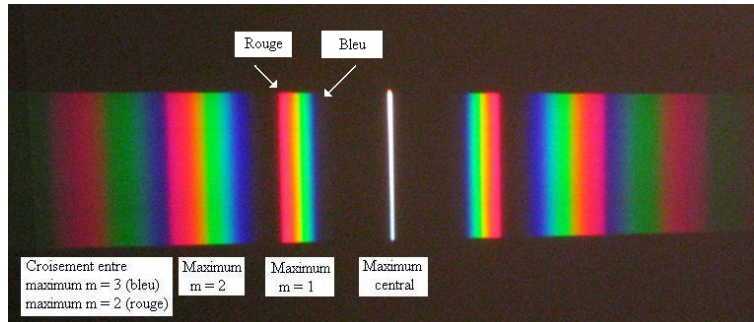
On aboutit à l'intensité, avec $T = 1 - R$:

$$I(\phi) = I_0 \frac{(1 - R)^2}{1 + R^2 - 2R \cos(\phi)} = \frac{I_0}{1 + \frac{4R}{(1 - R)^2} \sin^2(\phi/2)}$$

III Applications

III.1 Visualisation du spectre d'une source polychromatique

Si on éclaire un réseau en lumière polychromatique, on observe le spectre de la source dans chaque ordre du réseau.



On remarquera que

- l'intensité est maximale dans l'ordre 0 qui n'est pas dispersif ;
- au sein d'un ordre, les grandes longueurs d'onde sont davantage déviées ;
- les ordres vont se croiser.

III.2 Détermination d'une longueur d'onde à l'aide du minimum de déviation (TP)

Définition n°4 Protocole

On réalise une source à l'infini avec un collimateur et on règle la lunette pour une visée à l'infini. On place le réseau sur la plateforme du goniomètre. On augmente progressivement l'angle d'incidence i_0 . On observe que la déviation $D_k = i_k - i_0$ pour une longueur d'onde donnée dans un ordre k fixé diminue puis augmente.

Au minimum de déviation, on a

$$2 \sin \left(\frac{D_{k,min}}{2} \right) = k \frac{\lambda}{a}$$

Démonstration

1. Établir cette relation.

III.3 Pouvoir de résolution d'un réseau

Définition n°5 Critère de Rayleigh (HP)

Le critère de Rayleigh définit la limite de résolution d'un instrument d'optique comme les télescopes ou les microscopes. Il indique que deux sources lumineuses ponctuelles sont discernables lorsque le maximum de la figure de diffraction de l'une coïncide avec le premier minimum de l'autre.

Voici par exemple l'observation de deux ouvertures circulaires donnant deux figures de diffraction. Selon le critère de Rayleigh, on peut distinguer les deux ouvertures circulaires dans les cas d'observation (a) et (b). La figure (b) est la limite de résolution.

