

TD 4 : Optique (1)

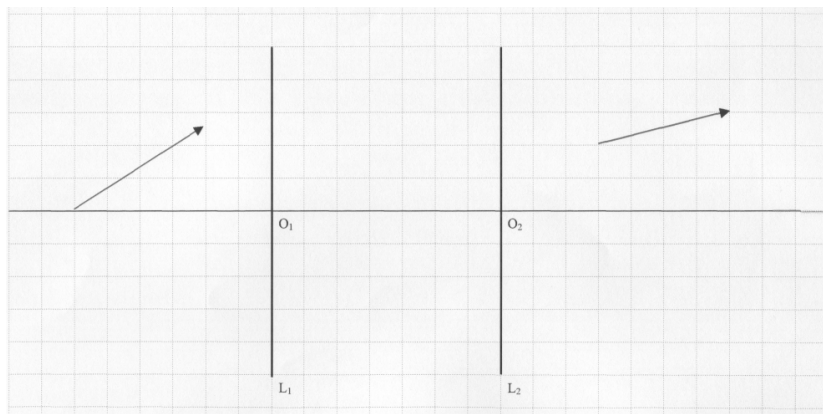
1 Optique géométrique

Exercice 1: Champ d'un appareil photographique (★)

- On souhaite prendre en photo un immeuble de 20 m de haut situé à 500 m avec un objectif assimilable à une lentille convergente de focale $f' = 50$ mm. Quelle sera la taille de l'image sur le film ?
- Le film est au format $24\text{ mm} \times 36\text{ mm}$. Jusqu'à quelle distance peut-on s'approcher de l'immeuble pour le photographier intégralement ?

Exercice 2: Étude d'un doublet de lentilles

Sur la figure, un rayon incident pénètre dans le système constitué d'un doublet de deux lentilles minces L_1 et L_2 , de centres O_1 et O_2 , puis émerge sur la partie droite. Un carreau correspond à un centimètre.



- Compléter sur la figure le trajet du rayon lumineux.
- En déduire la nature de chacune des deux lentilles.
- Soient F_1 et F'_1 les foyers objet et image de la lentille L_1 , F_2 et F'_2 les foyers objet et image de la lentille L_2 . Trouver graphiquement la position de ces foyers. Préciser les valeurs algébriques $\overline{O_1F'_1}$ et $\overline{O_2F'_2}$.
- Qu'appelle-t-on foyer objet F et foyer image F' d'un système optique ? Trouver graphiquement la position de ces foyers. Préciser les valeurs algébriques $\overline{O_1F'}$ et $\overline{O_1F}$.

Exercice 3: Lunette de Galilée (★)

En 1610, Galilée témoigne de ses travaux concernant la lunette qui portera bientôt son nom :

Je me suis mis à penser aux moyens de fabriquer l'instrument. J'y parvins si parfaitement que j'en construisis un, formé d'un tube de fer, extérieurement recouvert d'un drap cramoisi et long d'environ trois quarts de coudée (une coudée est environ égale à 50 cm), il comprenait deux lentilles de la grandeur d'un écu à chaque extrémité, l'une plan concave, contre laquelle on plaçait l'œil, l'autre plan convexe.

Quel spectacle magnifique et passionnant que de voir le corps lunaire, éloigné de nous de presque 60 rayons terrestres, rapproché au point de nous sembler éloigné de seulement 2 rayons : son diamètre nous apparaît ainsi 30 fois plus grand.

- Quelle est la nature des lentilles utilisées par Galilée ?

La lunette est réglée de façon à donner d'une étoile, objet à l'infini, une image à l'infini, ce qui permet à l'observateur d'éviter toute fatigue puisqu'il voit ainsi sans accommodation. Dans ces conditions la lunette est dite « afocale ».

- Préciser et justifier la position des foyers dans une lunette afocale.
- Réaliser un schéma, sans respecter les échelles, montrant le devenir d'un rayon incident faisant un angle α avec l'axe optique et émergeant sous un angle α' dans les conditions de Gauss.
- Déterminer l'expression du grossissement $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$ de la lunette en fonction de f'_1 distance focale de l'objectif et f'_2 distance focale de l'oculaire.
- D'après le texte de Galilée, le grossissement de sa lunette est à peu près égal à 30. En déduire les valeurs approximatives des distances focales de chacune des lentilles utilisées.

Exercice 4: Téléobjectif (★★)

Un objectif photographique est constitué d'une lentille convergente L_1 de centre optique O_1 , de distance focale image $f'_1 = 75$ mm. La pellicule est placée dans le plan focal image de l'objectif. On ajoute à cet objectif deux lentilles additionnelles :

- une lentille L_2 divergente, de centre optique O_2 et de distance focale image $f'_2 = -25$ mm, que l'on accole à L_1 ; on a ainsi $O_1 = O_2$.
- une lentille L_3 convergente, de centre optique O_3 et de distance focale image $f'_3 = 100$ mm, que l'on fixe devant le système $\{L_1 - L_2\}$. La distance O_3O_1 est évidemment réglée de manière à ce que l'image d'un objet éloigné soit nette sur la pellicule.

- Faire un schéma représentant les lentilles avec les positions relatives des centres optiques et des foyers. Compléter ce schéma par un tracé de rayons définissant la position du foyer image F' de ce téléobjectif constitué par l'ensemble $L_1 ; L_2 ; L_3$.
- Calculer l'encombrement de cet appareil, c'est-à-dire la distance du centre O_3 à la pellicule.

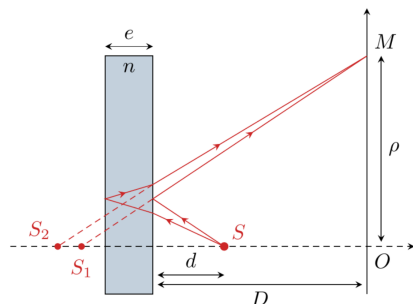
- Calculer la grandeur $\overline{A'B'}$ de l'image d'une tour $\overline{AB}$ de 90 m de hauteur, située à une distance $d = 3000$ m de l'objectif.
- Calculer l'encombrement d'un appareil qui aurait comme objectif une seule lentille donnant une image de même grandeur. Conclusion.

2 Interféromètre à division du front d'onde

Exercice 5: Franges de Pohl (★★)

L'utilisation d'une lame mince, à faces parallèles, en verre ou en mica, d'indice n , permet d'observer un phénomène d'interférences. La figure ci-contre présente le dispositif expérimental pour une source ponctuelle monochromatique S de longueur d'onde λ_0 dans le vide.

L'écran est situé parallèlement à la lame, à une distance D de celle-ci, la source S étant située à une distance d de la lame. Deux rayons issus de S interfèrent en M situé à la distance ρ de O . Le premier se réfléchit sur la face avant de la lame, ce qui rajoute un déphasage supplémentaire de π . Le second se réfléchit sur la face arrière sans introduire de déphasage.



- Montrer en argumentant la présence d'interférences sur l'écran.
- Déterminer sans faire de calcul la forme de la figure d'interférences.
- Déterminer le chemin optique $(SM)_1$ associé au premier rayon en fonction de d , D , ρ et $\lambda_0/2$.

On donne pour le second rayon pour e et ρ très petits :

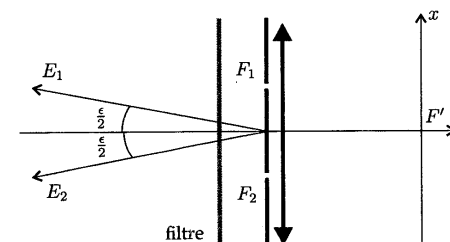
$$(SM)_2 = D + d + 2ne + \frac{\rho^2}{2(D + d + 2e)}$$

- Déterminer une expression approchée de la différence de marche et de l'ordre d'interférence.

- Donner l'ordre et le rayon du premier cercle brillant pour $d + D = 1,25$ m ; $n = 1,617$; $e = 13 \mu\text{m}$; $\lambda_0 = 0,580 \mu\text{m}$.

Exercice 6: Écart angulaire d'une étoile double (*)

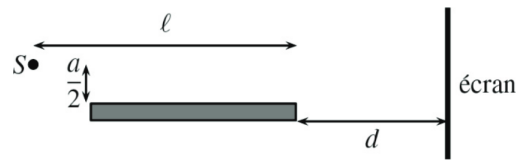
On pointe un télescope, assimilé ici à une lentille mince de distance focale f' , en direction d'une étoile double symétrique ; cette étoile est constituée de deux sources primaires incohérentes E_1 et E_2 de même intensité situées à l'infini dans des directions symétriques par rapport à l'axe du télescope et faisant entre elles un angle ϵ . Un système de fentes d'Young, très fines et espacées d'une distance a , est placé devant le télescope ainsi qu'un filtre interférentiel permettant d'isoler une étroite bande de longueur d'onde centrée sur la longueur d'onde moyenne λ_0 . Enfin, l'écran d'observation est dans le plan focal image du télescope.



- Établir l'expression des éclairagements sur l'axe $F'x$ venant de chacune des étoiles. On note $\mathcal{E}_0$ l'éclairement observé lorsque l'une des fentes est occultée et que l'une des étoiles est masquée ; cet éclairement est supposé uniforme sur l'axe $F'x$.
- Décrire ce qu'on observe sur l'écran d'observation. Montrer, *sans calculer l'éclairement total*, que la figure d'interférence est brouillée lorsque la distance entre les fentes prend des valeurs particulières $a_0, a_1, a_2, \dots$ (a_0 étant la plus faible).
- Exprimer l'éclairement résultant des contributions des deux étoiles. Quelle est le contraste de la figure d'interférence ? Retrouver le résultat de la question précédente.
- Dans le cas de Capella, étoile double située à environ 42 années-lumière de la Terre, pour $\lambda_0 = 635$ nm on trouve $a_0 = 116,5$ cm. En déduire la valeur de l'angle ϵ .

Exercice 7: Miroirs de Lloyd (★★)

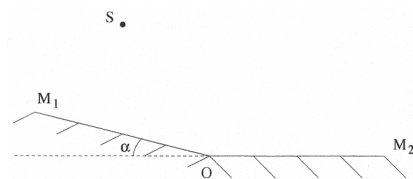
On considère un dispositif interférentiel constitué d'une lame de verre plane utilisée comme miroir plan, éclairée sous incidence rasante. Un point source S émet une lumière monochromatique de longueur d'onde λ_0 . On rappelle que la réflexion sur un miroir s'accompagne d'un retard de phase égal à π .



1. Les interférences sont obtenues par superposition de l'onde issue directement de S et de celle réfléchiée par le miroir. En déduire quelles sont les deux sources qui produisent des interférences. Sont-elles cohérentes ?
2. Représenter la marche des deux rayons lumineux qui interfèrent en un point M de l'écran. Vérifier que le dispositif fonctionne bien par division du front d'onde.
3. Décrire le champ d'interférences. Les interférences sont-elles localisées ?
4. L'écran est placé à la distance d du bord droit du miroir. La source est à la distance $a/2$ du miroir et la distance entre la source et le bord droit du miroir est notée ℓ . Déterminer l'ordre d'interférences $p(M)$, la différence de marche $\delta(M)$ et la différence de phase $\Delta\varphi(M)$ en un point M de l'écran.
5. En déduire l'expression de l'intensité vibratoire sur l'écran. Quelle est la forme géométrique des franges d'interférences ?
Peut-on remplacer la source ponctuelle par une fente lumineuse allongée dans la direction orthogonale au plan de la figure sans dégrader la visibilité des franges ?
6. On élargit maintenant la fente source dans la direction parallèle à l'écran. Sa largeur b est répartie également de part et d'autre de la position $a/2$. En utilisant le critère semi-quantitatif de visibilité des franges, estimer l'extension spatiale de la figure d'interférences où les franges restent visibles. On l'exprimera en fonction de l'interfrange i , de a et b .

Exercice 8: Miroirs de Fresnel (★★)

Dans le dispositif suivant, $\alpha = 0,080$ mrad est un petit angle. S est une source ponctuelle de lumière monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 . O est un point de l'arête (O, z), intersection des miroirs M_1 et M_2 . On donne $OS = R = 80$ cm. S_1 (respectivement S_2) est le symétrique orthogonal de S par rapport à M_1 (respectivement M_2).



L'écran est

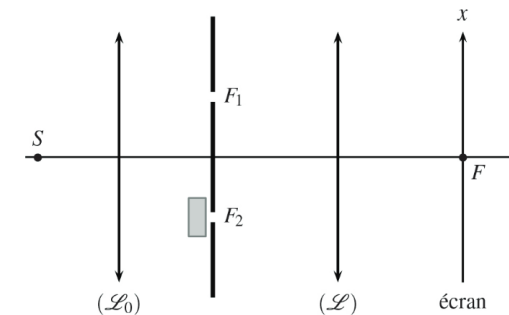
- parallèle à l'arête (O, z);
- perpendiculaire au plan médiateur de $[S_1S_2]$;
- à la distance $d = 1,20$ m de O

On note H le projeté orthogonal de O sur l'écran; un point M de l'écran est repéré par $\overline{HM} = x$ et l'axe (H, y) passe par O .

1. Faire une figure complète. Donner les coordonnées des points S_1, S_2 et M dans le référentiel (H, x, y).
2. Déterminer l'intensité lumineuse $I(x)$ si S est une source ponctuelle de lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 576,9$ nm. Calculer l'interfrange.
3. S est une source ponctuelle de lumière blanche. Décrire la figure observée.

Exercice 9: Frange achromatique (★★)

On considère le dispositif des fentes d'Young en lumière monochromatique avec observation dans le plan focal image d'une lentille L , la source S étant placée au foyer objet d'une lentille L_0 :



1. Décrire la figure d'interférence observée ainsi que la répartition de l'intensité vibratoire $\mathcal{E}(x)$ sur l'écran.
Application numérique : $F_1F_2 = a = 1,0$ mm ; $\lambda_0 = 600$ nm ; $f' = 50$ cm. Calculer l'interfrange.
2. Une lame de verre d'épaisseur e , d'indice n , est placée avant F_2 (voir figure). Déterminer la nouvelle position de la frange centrale. De combien d'interfranges s'est-elle déplacée ?
Application numérique : $n = 1,500$ et $e = 0,01$ mm.
3. On remplace désormais la source monochromatique par une source de lumière blanche. L'indice du verre varie avec la longueur d'onde dans le vide selon la loi de Cauchy :

$$n = A + \frac{B}{\lambda_0^2} \quad \text{avec} \quad A = 1,489 \quad \text{et} \quad B = 0,004 \mu\text{m}^2$$

On appelle frange achromatique celle pour laquelle $\frac{\partial \Delta \varphi}{\partial \lambda_0} = 0$ pour $\lambda_0 = \lambda_{0m} = 600 \text{ nm}$, longueur d'onde moyenne du spectre visible.

Déterminer la position de la frange achromatique. Donner, en interfrange, l'écart entre la frange achromatique et la frange centrale trouvée à la question précédente.

4. Pour mesurer l'épaisseur e d'une lame à faces parallèles d'indice n , on mesure l'écart entre les positions, sur l'écran, de l'unique frange blanche (qui est aussi la mieux contrastée) avant et après l'introduction de la lame. Quelle erreur relative commet-on sur la mesure de e si on considère que $n = 1,500$ indépendamment de la longueur d'onde ?
5. Dans cette question, on néglige la dispersion ($B = 0$). Sachant que le dispositif des fentes de Young permet d'obtenir des différences de marche géométriques allant de 0 à $10 \mu\text{m}$, quelle est la valeur maximale de e qui peut être mesurée par cette méthode ? Qu'observe-t-on si on prend une lame ayant $1,0 \text{ mm}$ d'épaisseur ? On rappelle que la longueur de cohérence de la lumière blanche peut être estimée en pratique à environ $3 \mu\text{m}$.

Éléments de réponses :

Exercice 1

Q2 : On peut s'approcher jusqu'à 28 m .

Exercice 2

Q4 : $\overline{O_2 F'} = -1,2 \text{ cm}$ et $\overline{O_F} = -6,6 \text{ cm}$

Exercice 3

Q5 : $f'_1 = 52 \text{ cm}$ et $f'_2 = -1,7 \text{ cm}$

Exercice 4

Q2 : $\overline{O_3 F'_1} = f'_3 + f'_2 + f'_1$

Q3 : $\gamma = \frac{f'_1 f'_3}{f'_2 \overline{O_3 A}}$

Exercice 5

Q4 : $p \approx \frac{2ne}{\lambda_0} - \frac{1}{2} - \frac{e\rho^2}{\lambda_0(D+d)^2}$

Q5 : $p_1 = 44$ et $\rho_1 = 15 \text{ cm}$

Exercice 6

Q2 : $a_m = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2e}$

Q4 : $\epsilon = \frac{\lambda_0}{2a_0} = 0,056''$ d'arc

Exercice 7

Q4 : $\delta(M) = \frac{nax}{d+\ell} + \frac{\lambda_0}{2}$

Q6 : $|x| \leq i \frac{a}{2b}$

Exercice 8

Q2 : $i = \frac{\lambda_0(d+R)}{2R\alpha} = 9,0 \text{ mm}$

Exercice 9

Q2 : La frange centrale se trouve en $x'_0 = \frac{(n_{\text{air}} - n)ef'}{n_{\text{air}}a}$, soit $\frac{x'_0}{i} = -8,3$.

Q3 : $\frac{x'_0 - x_0}{i} = \frac{-2Be}{\lambda_0^3} = -0,37$