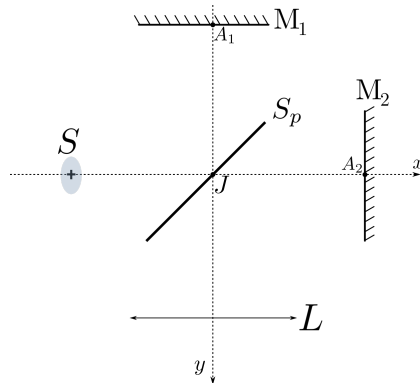


TD 5 : Optique (2)

1 Interféromètre à division d'amplitude

Exercice 1: Michelson en lame d'air (★)

Un interféromètre de Michelson est constitué par une lame semi réfléchissante, non absorbante, appelée séparatrice S_p dont les coefficients de transmission et de réflexion valent $1/2$, et de deux miroirs plans M_1 et M_2 perpendiculaires l'un à l'autre. Les distances JA_1 et JA_2 sont égales. La lame S_p est inclinée à 45° par rapport aux normales à M_1 et M_2 . La longueur d'onde de la source vaut $\lambda_0 = 546,1 \text{ nm}$ dans le vide, de symétrie de révolution autour de l'axe SJ . L'indice de l'air vaut $1,0$. On observe dans le plan focal d'une lentille mince convergente L de distance focale $f' = 1,0 \text{ m}$.

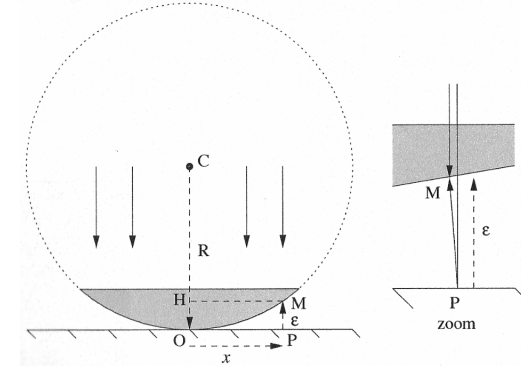


1. Qu'observe-t-on sur l'écran ?
2. On déplace M_2 de $e = 1,1 \text{ mm}$ dans la direction des x positifs. Montrer à l'aide d'un schéma que le phénomène d'interférences observé est analogue à celui d'une lame d'air à faces parallèles. Comment s'appelle le dispositif ?
3. Où sont localisées les interférences ? Comment les observe-t-on expérimentalement ?
4. Déterminer les rayons des deux premiers anneaux brillants.
5. On place sur le bras JA_1 et parallèlement au miroir M_1 , une lame d'épaisseur $e' = 9,5 \mu\text{m}$ et d'indice $n = 1,5117$. Calculer la variation de l'ordre d'interférences au centre et les rayons des deux premiers anneaux brillants.

Exercice 2: Anneaux de Newton (★★)

Une lentille plan-convexe L , fragment d'une bille de verre d'indice n , de rayon R et de centre C est posée sur un miroir plan, le contact ponctuel se trouvant en O . On éclaire le dispositif sous incidence normale en lumière monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 .

On observe les interférences sur la face sphérique. En un point M de cette face, repéré par le rayon x , se rencontrent le rayon ayant traversé la lentille et celui qui, en plus de la traversée, s'est réfléchi sur le miroir en P .



1. Montrer que l'épaisseur de la couche d'air en $x \ll R$ est $e \approx \frac{x^2}{2R}$.
2. À la réflexion sur le miroir, on observe un déphasage de π équivalent à l'ajout au chemin optique de $\lambda_0/2$. Montrer que les franges sont des cercles concentriques. Préciser le rayon de la n -ième frange brillante et celui de la n -ième frange sombre en considérant qu'un point central est une frange et en numérotant du centre vers la périphérie.
3. Décrire qualitativement ce qu'on observe en lumière blanche.

Exercice 3: Doublet jaune du mercure (★★)

On souhaite déterminer expérimentalement les caractéristiques du doublet jaune du mercure. On utilise pour cela un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air et éclairé par une lampe à vapeur de mercure munie d'un filtre jaune.

Le mercure possède un doublet de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 dans le jaune. Pour simplifier, on fait l'hypothèse que ces deux composantes ont la même intensité lumineuse $\mathcal{I}_0$ et sont de largeur spectrale nulle. On note $\lambda_m = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$ la longueur d'onde moyenne et $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ l'écart entre les deux longueurs d'onde. On a $\Delta\lambda \ll \lambda_m$, donc $\lambda_1 \approx \lambda_2 \approx \lambda_m$.

On place au centre O des anneaux un capteur de lumière de petite taille délivrant un signal u fonction affine de l'intensité lumineuse $\mathcal{I}$ en O : $u = \alpha + \beta\mathcal{I}$.

À l'aide d'un moteur, on translate le miroir mobile à vitesse constante $V = 0,56 \mu\text{m s}^{-1}$, ce qui permet de faire varier l'épaisseur de la lame d'air $e(t) = Vt$ en partant du contact optique à l'instant $t = 0$.

1. Montrer que l'intensité résultante en O s'exprime sous la forme

$$\mathcal{I}(t) = \mathcal{I}_0 \left[1 + \cos\left(\frac{\pi}{\Delta\lambda} t\right) \cos\left(\frac{2\pi}{T_0} t\right) \right]$$

où T_0 et $\Delta t \gg T_0$ sont deux grandeurs homogènes à des temps, à exprimer en fonction de λ_m , $\Delta\lambda$ et V .

On donne les deux courbes suivantes qui représentent l'enregistrement obtenu, la première sur un temps court, la deuxième sur un temps long.

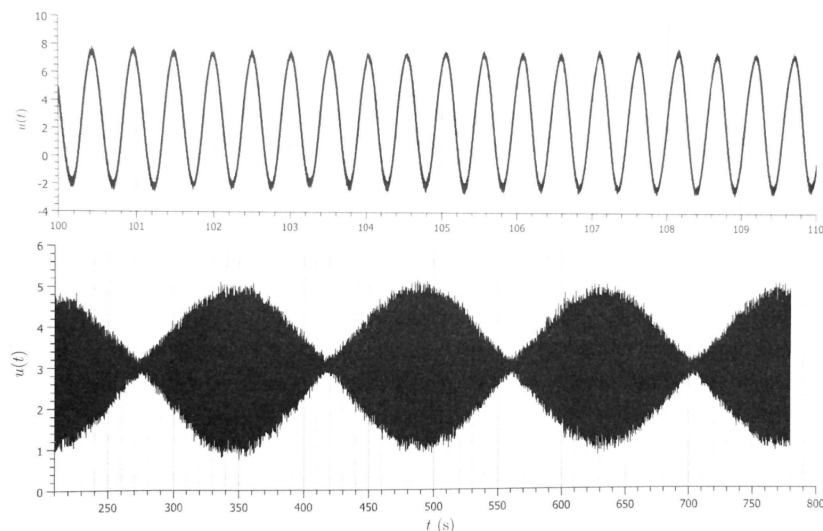


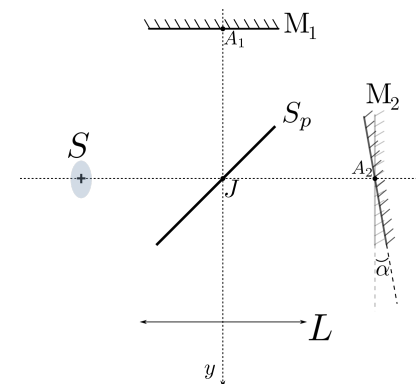
FIGURE 1 – Figure d'interférences pour le doublet jaune du mercure

- En exploitant ces courbes expérimentales, déterminer λ_m et $\Delta\lambda$.
- En utilisant la deuxième figure, préciser si l'hypothèse sur l'intensité des deux composantes du doublet est vérifiée (justifier).
L'exploitation de la courbe aurait-elle été modifiée si cette hypothèse n'avait pas été valable ?

Exercice 4: Profil de raie rectangulaire (★★)

Un interféromètre de Michelson est constitué par une lame semi réfléchissante, non absorbante, appelée séparatrice S_p dont les coefficients de transmission et de réflexion valent $1/2$, et de deux miroirs plans M_1 et M_2 perpendiculaires l'un à l'autre. Les distances JA_1 et JA_2 sont égales. La lame S_p est inclinée à 45° par rapport aux normales à M_1 et M_2 . La radiation utilisée est la raie rouge du cadmium à profil rectangulaire. On appelle A la densité spectrale de fréquence de l'éclairement. L'éclairement dû à la bande fréquence $[\nu, \nu + \Delta\nu]$ lorsque l'une des voies de l'interféromètre est occultée, est $A d\nu$ pour une fréquence comprise entre $[\nu_0 - \frac{\Delta\nu}{2}, \nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}]$. ν_0 est la fréquence centrale de la raie correspondant à la longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 643,8 \text{ nm}$. L'indice de l'air vaut $1,0$.

On se place au contact optique. On fait tourner le miroir M_2 d'un angle α autour d'un axe perpendiculaire JA_1A_2 et passant par A_2 .



- Exprimer la différence de marche et caractériser le système de franges.
- On translate le miroir M_2 de façon à faire défiler les franges. Le contraste s'annule la première fois au point A_1 pour $d = 15 \text{ cm}$. Calculer $\Delta\nu$.
- Calculer la longueur de cohérence et la durée moyenne d'un train d'onde. Conclusion.

Exercice 5: Interféromètre de Fabry-Perot (★★★)

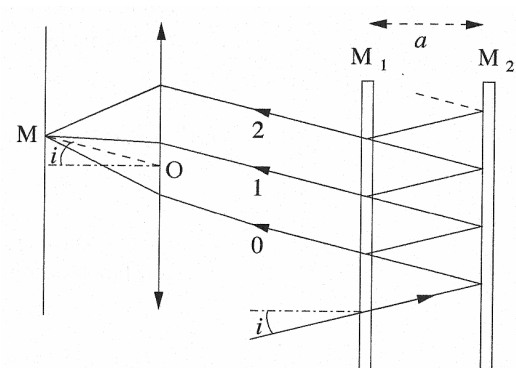
Un interféromètre de Fabry-Perot est formé de deux miroirs parallèles M_1 et M_2 semi-réfléchissants, distants de a . On note r le coefficient de réflexion en amplitude de l'onde lumineuse et t le coefficient de transmission des miroirs :

$$\underline{r} = \frac{s_r}{s_i} \text{ et } \underline{t} = \frac{s_t}{s_i}$$

Une onde lumineuse incidente frappe M_1 avec un angle d'incidence i très faible. Elle subit une suite infinie de transmissions et de réflexions. On fait l'observation à l'infini dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale f' .

On note $s_0, s_1, \dots, s_k, \dots$ les ondes lumineuses complexes en M des rayons successifs émergeant de M_1 .

$$\text{On pose } \varphi = \frac{4\pi a \cos i}{\lambda_0}.$$

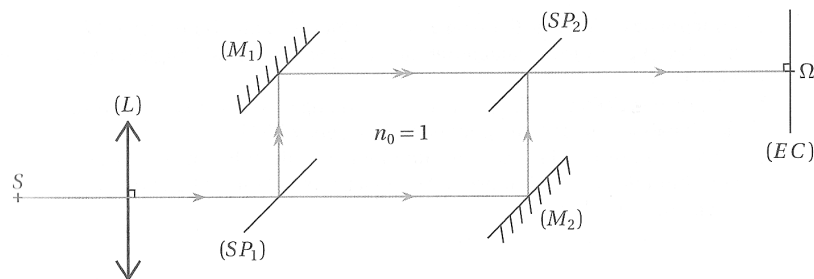


1. Déterminer la différence de marche en M entre les rayons k et $k + 1$.
2. Déterminer le rapport entre les amplitudes complexes des ondes correspondantes.
3. Montrer que l'intensité lumineuse en M s'écrit $I(\varphi) = \frac{J_0}{1 + m \sin^2(\frac{\varphi}{2})}$. Exprimer m en fonction de r et faire l'application numérique avec $r = 0,9$.

Exercice 6: Interféromètre de Mach-Zehnder (★★)

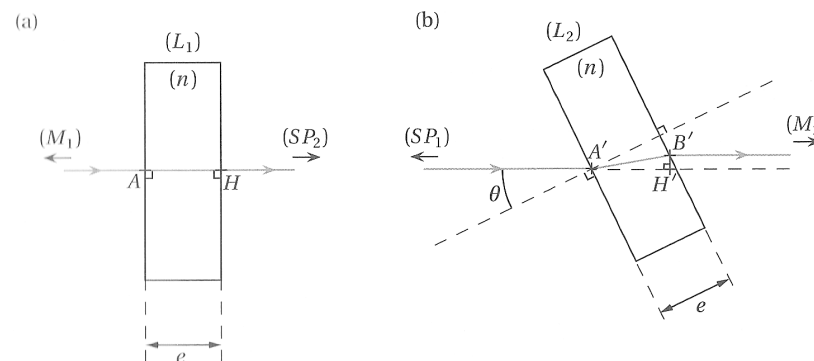
Un interféromètre de Mach-Zehnder est constitué de deux miroirs (M_1) et (M_2) ainsi que de deux lames semi-séparatrices (SP_1) et (SP_2) d'épaisseurs supposées nulles. Les lames et les miroirs sont inclinés de 45° par rapport au faisceau provenant de la source S . La source est placée au foyer objet d'une lentille convergente (L). Le faisceau est alors séparé en deux parties de même intensité par (SP_1) pour être recomposé par (SP_2). Le faisceau émergent est ensuite reçu sur l'écran (EC).

Ce dispositif est entièrement plongé dans l'air dont on admettra que l'indice a pour valeur $n_0 = 1,0$.



1. Justifier, sans calcul, que tous les points éclairés sur l'écran (EC) reçoivent deux ondes en phase. En déduire l'aspect, brillant ou sombre, de la tache lumineuse sur l'écran.

Sur le trajet issu de (M_1) et dirigé vers (SP_2), on introduit une lame à faces parallèles (L_1) d'épaisseur e et d'indice n , perpendiculaire au faisceau. Sur l'autre trajet, de (SP_1) vers (M_2), on introduit une lame à faces parallèles (L_2) identique à la première, mais faiblement inclinée d'un angle θ par rapport au faisceau.



2. (a) Exprimer, pour le parcours de (M_1) à (SP_2), la différence de marche supplémentaire δ_1 introduite par la présence de la lame à faces parallèles (L_1).
- (b) Exprimer, pour le parcours de (SP_1) à (M_2), le chemin optique ($A'B'$) puis la distance $A'H'$ en fonction de l'angle θ supposé très petit et des données e et n . En déduire la différence de marche supplémentaire δ_2 introduite par la présence de la lame à faces parallèles (L_2). On limitera les développements limités au second ordre en θ .
- (c) En supposant que la source (S) émet une onde monochromatique de longueur d'onde λ dans le visible, exprimer le déphasage ϕ des faisceaux au niveau de la tache sur l'écran.

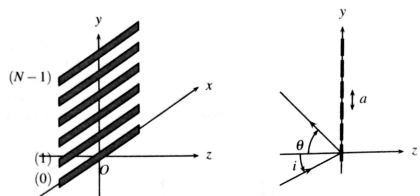
En augmentant lentement l'angle θ à partir d'une valeur nulle (sous réserve qu'il reste petit), on peut obtenir sa mesure en relevant celle de l'éclairement et à condition de compter le nombre entier m de passages par un maximum de brillance.

3. (a) Pour quelles valeurs de θ a-t-on un éclairement maximal? En prenant $\lambda = 632,8 \text{ nm}$, $n = 1,5$ et $e = 1,0 \text{ mm}$, calculer en degrés la valeur θ_1 de l'angle correspondant à $m = 1$.
- (b) Si ce dispositif était utilisé pour la mesure d'angles, dans quel sens faudrait-il modifier l'épaisseur de la lame pour gagner en sensibilité?
- (c) En supposant que la source a une longueur de cohérence $\ell_c = 10 \mu\text{m}$, quelle condition devrait-on imposer à l'épaisseur de la lame si l'on voulait mesurer un angle maximal de 1° ?

2 Réseaux

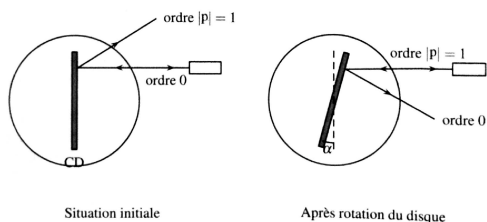
Exercice 7: Capacité de stockage d'un CD (★★)

Sur la surface d'un disque compact (CD) est gravée une piste unique en forme de spirale de pas a . Cette surface peut être modélisée, localement, par un ensemble de N miroirs parallèles identiques entre eux, régulièrement espacés d'une distance a . L'indice n_0 de l'air est confondu avec celui du vide.



Attention, les angles sont ici algébriques : $i > 0$ et $\theta < 0$.

- Seuls des faisceaux lumineux parallèles sont envisagés. La direction de la lumière incidente est contenue dans le plan (yOz) . Les rayons lumineux réfléchis par le CD sont aussi contenus dans le plan (yOz) . Le disque est éclairé sous un angle d'incidence i .
 - Par analogie avec le traitement effectué pour le réseau en transmission, déterminer l'expression de la différence de marche entre deux rayons réfléchis consécutifs.
 - Définir les directions θ_p , où p est un nombre entier, appelé ordre d'interférence, dans lesquelles les ondes réfléchies par les miroirs interfèrent de façon totalement constructive.
- On réalise l'expérience suivante. Le disque compact est éclairé en incidence normale. On tourne ensuite le disque d'un angle α afin que le faisceau diffracté par le disque dans l'ordre $|p| = 1$ soit dirigé dans la direction du faisceau lumineux incident.



- Établir la relation liant a , λ_0 et α .

- Pour $\lambda_0 = 650,0 \text{ nm}$, on mesure $\alpha = 12^\circ 40'$. En déduire une valeur numérique de a . Est-il possible d'observer la spirale gravée sur le disque à l'aide d'un microscope optique ?
- La spirale est gravée depuis l'intérieur du disque (rayon égal à $2,1 \text{ cm}$) vers l'extérieur (rayon égal à $5,9 \text{ cm}$). Estimer la longueur de cette spirale sur un CD.
- Sur la spirale sont gravés des motifs (creux ou plats), d'une longueur ℓ voisine du micromètre. Chacun de ces motifs peut être associé à un bit de codage. En déduire une estimation de la capacité de ce CD en Mo, sachant qu'un Mo représente 10^6 octets et que chaque octet est un ensemble de 8 bits.

Exercice 8: Limite de résolution d'un réseau (★★)

Un réseau comportant $n = 600$ traits par mm est éclairé sous incidence normale par un faisceau parallèle monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 589,3 \text{ nm}$. Le faisceau a une largeur $L = 1 \text{ cm}$.

- Dans quelles directions observe-t-on des raies ?

On s'intéresse dans la suite au pic d'ordre 1 de direction θ_1 .

- On note θ'_1 la direction de la première annulation de l'intensité dans l'ordre 1. Exprimer $\Delta_1(\sin \theta) = \sin(\theta'_1) - \sin(\theta_1)$ en fonction de λ et L .
- Quelle est la variation $\delta_2(\sin \theta)$ de la direction du pic d'ordre 1 si la longueur d'onde observée varie de $\Delta\lambda$?
- On admet que le plus faible intervalle $\Delta\lambda$ de longueur d'onde qu'on peut distinguer dans l'ordre 1 est atteint lorsque $\Delta_1(\sin \theta) = \Delta_2(\sin \theta)$. On appelle alors $R = \lambda/\Delta\lambda$ la résolution du réseau. Évaluer R dans l'ordre 1.
- On observe le doublet jaune du sodium $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$. Peut-on le distinguer avec ce réseau dans l'ordre 1 ?

Éléments de réponses :

Exercice 1

$$Q4 : r_1 = f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{p_1}{p_0}\right)} = 16,8 \text{ mm et } r_2 = 27,9 \text{ mm}$$

$$Q5 : \Delta p = -\frac{2(n-1)e'}{\lambda_0} = -17,8, r'_1 = f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{p'_1}{p_0}\right)} = 19,5 \text{ mm et } r'_2 = 29,7 \text{ mm.}$$

Exercice 2

Q2 : Rayon de la n -ième frange sombre : $r'_n = x'_{n-1} = \sqrt{(n-1)\lambda_0 R}$

Rayon de la n -ième frange brillante : $r_n = x_{n-1} = \sqrt{\lambda_0 R \left((n-1) + \frac{1}{2} \right)}$

Exercice 3

Q2 : $\lambda_m = 582 \text{ nm}$ et $\Delta\lambda = 2,2 \text{ nm}$.

Exercice 4

Q2 : Le contraste vaut $C = \left| \text{sinc} \left(\frac{\pi\delta}{c} \Delta\nu \right) \right|$ et $\Delta\nu = \frac{c}{2d} = 1,0 \text{ GHz}$

Exercice 5

Q1 : $\delta = 2a \cos i$

Q3 : $J_0 = \frac{I_0}{(1-r^2)^2}$ et $m = \frac{4r^2}{(1-r^2)^2} = 90$

Exercice 6

Q2 : $\delta_2 = e(n - n_0) + \frac{e}{2}n_0\theta^2 \left(1 - \frac{n_0}{n} \right)$

Q1 : $\theta_m = \sqrt{\frac{2m\lambda}{e \left(1 - \frac{n_0}{n} \right)}} = 3,5^\circ$

Q2 : $e < \frac{2\ell_c}{n_0\theta_{max}^2 \left(1 - \frac{n_0}{n} \right)} = 20 \text{ cm}$

Exercice 7

Q1 : $\delta = n_0 a (\sin(i) + \sin(\theta))$

Q2 : $\sin(\theta_p) = \frac{p\lambda}{a} - \sin(i)$

Q1 : $\sin(\alpha) = \frac{\lambda}{2a}$

Q2 : $a = \frac{\lambda}{2\sin(\alpha)} = 1,48 \times 10^{-6} \text{ m}$

Exercice 8

Q2 : $\Delta_1(\sin(\theta)) = \frac{\lambda}{L}$

Q3 : $\Delta_2(\sin(\theta)) = \frac{\Delta\lambda}{a}$

Q5 : $(\Delta\lambda)_{\min} = \frac{\lambda_{\text{moy}}}{R} = 0,1 \text{ nm}$. Comme $\Delta\lambda = 0,6 \text{ nm} > (\Delta\lambda)_{\min}$, on en conclut qu'on distinguera les deux raies jaunes du sodium dans l'ordre 1.