

DM05 : Interféromètre à division d'amplitude (Temps indicatif 2h30)

Merci d'indiquer le temps passé à faire ce DM, ainsi que les aides éventuelles utilisées.

Exercice 1: Résolution interférométrique d'un doublet spectral

Les moyens spectroscopiques conventionnels (spectroscopie à prisme ou à réseau) peuvent se révéler insuffisants quand il s'agit de résoudre un doublet à très faible écart spectral. On peut alors avoir recours à des méthodes interférométriques. Il est question dans cet exercice de l'utilisation de l'interféromètre de Michelson.

Le schéma de principe d'un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air est donné figure 1. On note Ox et Oy deux axes perpendiculaires définissant les directions des deux bras de l'interféromètre. S est une source lumineuse ponctuelle située sur Ox . M_1 et M_2 sont deux miroirs plans parfaitement réfléchissants, disposés perpendiculairement à Ox en H_1 et respectivement à Oy en H_2 . Le trait incliné à 45° , noté L_s , schématise un groupe de deux lames semi-réfléchissantes à faces parallèles. Ce groupe est supposé n'introduire aucune différence de marche sur les trajets lumineux. L_p désigne une lentille mince convergente placée à la sortie de l'interféromètre de manière à ce que son axe optique soit confondu avec l'axe Oy . Un écran E est placé dans le plan focal image de L_p . On note C le foyer image de L_p .

1. Nommer les lames qui composent L_s . Qu'est-ce qui les distingue ? Expliquer la nécessité pratique d'utiliser deux lames.
2. Un rayon lumineux, noté (r) , émis par S , a été représenté. Reproduire le schéma ci-dessous sur la copie avec $SO = OH_1 = 2OH_2$ et le compléter en faisant un tracé soigné des deux rayons (r_1) et (r_2) qui émergent de l'interféromètre après division de (r) . On laissera apparent tout élément de construction (traits, prolongements de rayons, points remarquables, etc.) justifiant d'un tracé **raisonné sans utilisation d'aucun rapporteur d'angle**. Tout élément explicatif (noms, positions des points, constructions réalisées...) sera également mentionné.
3. Sur ce même schéma, positionner le miroir fictif M'_1 justifiant de la dénomination « lame d'air » en faisant apparaître le point Q_1 intersection de M'_1 avec (r_1) .
Enfin, terminer le tracé des rayons (r_1) et (r_2) après la lentille L_p jusqu'à l'écran E (on demande comme ci-dessus un tracé raisonné).

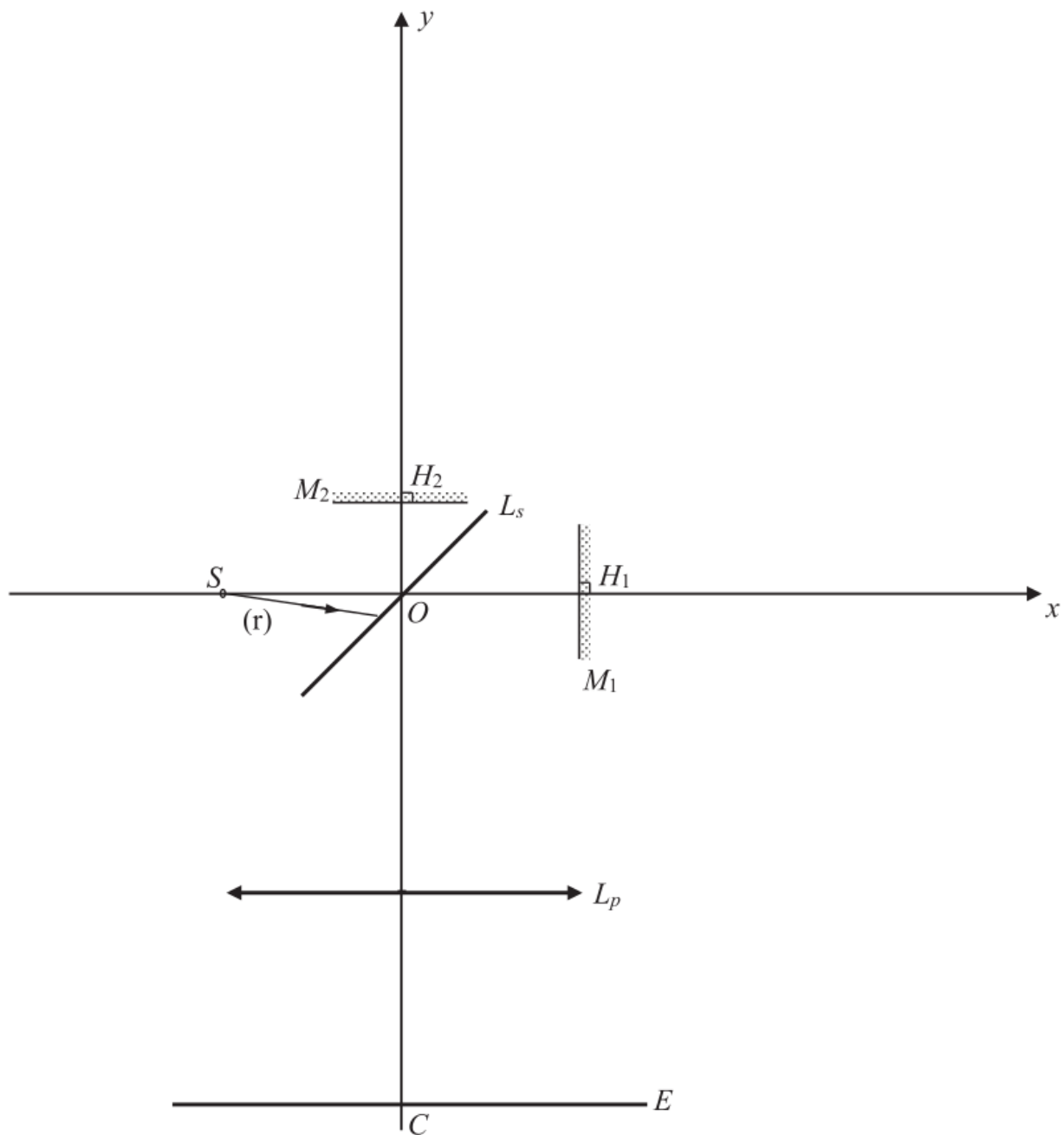


FIGURE 1 – Interféromètre de Michelson

4. Indiquer quelle est la forme des franges d'interférences observées sur l'écran (aucune justification n'est demandée). Comment nomme-t-on ces franges ?
5. En appelant e l'épaisseur de la lame d'air et en prenant l'indice optique de l'air égal à 1, exprimer la différence de marche δ au centre C de l'écran.
6. On étudie le cas où la source de lumière utilisée présente un doublet spectral de nombres d'ondes $\sigma_1 = \frac{1}{\lambda_1}$ et $\sigma_2 = \frac{1}{\lambda_2}$. Donner l'expression des ordres d'interférence p_1 et p_2 en C pour chaque radiation du doublet en fonction de δ , σ_1 et σ_2 .
7. Pour quelles valeurs de la différence $p_1 - p_2$ y-a-t-il brouillage en C ? En pratique la totalité de la figure d'interférences est affectée et on perd la visibilité des franges partout sur l'écran. En déduire, en fonction de l'écart spectral $\Delta\sigma = \sigma_1 - \sigma_2$, la variation $D\delta$ de la différence de marche entre deux situations consécutives de brouillage.

Application numérique : dans le cas du doublet H_α (écart spectral $\Delta\sigma_{exp} = 0,360 \text{ cm}^{-1}$), calculer la variation D_e de l'épaisseur de la lame d'air pour passer d'une situation de brouillage à la situation de brouillage directement consécutive.

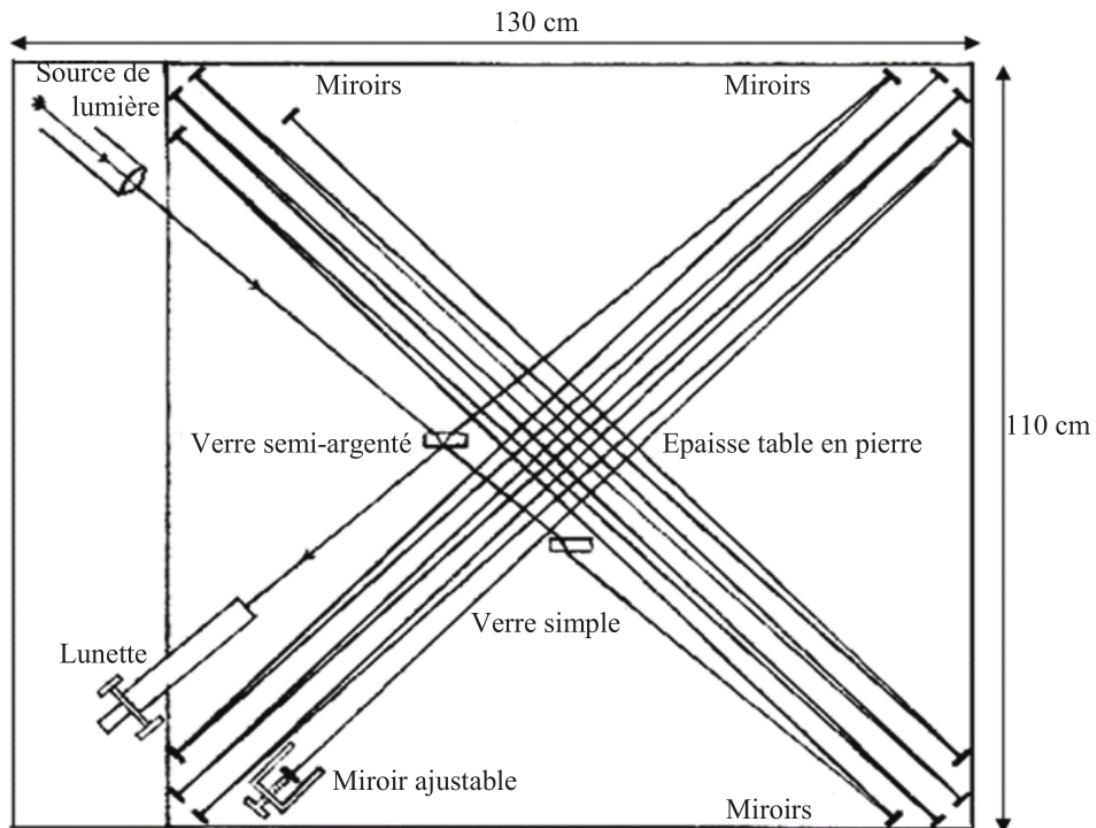


FIGURE 2 – Schéma des trajets lumineux dans l'interféromètre de Michelson et Morley de 1887

8. À l'entrée de leur interféromètre historique de 1887, Michelson et Morley ont utilisé un dispositif à prismes muni d'une fente pour sélectionner la raie H_α présente dans le spectre solaire. Ils ont observé des brouillages périodiques lors de la translation du miroir mobile de leur interféromètre. Partant du contact optique (bras de longueurs rigoureusement égales à L_0), ils ont compté un total de 6 brouillages de part et d'autre du contact optique (3 de chaque côté) pour un déplacement du miroir égal à $1/320^e$ de la longueur L_0 . Calculer la valeur de L_0 pour l'interféromètre de Michelson de 1887.
9. L'interféromètre, construit dans un sous-sol du campus de l'Université de Cleveland aux Etats-Unis, était monté sur une table en granite rectangulaire posée sur un cylindre de bois flottant dans du mercure. La table faisait environ $130\text{ cm} \times 110\text{ cm}$ de cotés. La longueur L_0 des bras de l'interféromètre était synthétisée grâce à deux groupes de miroirs permettant plusieurs allers-retours du faisceau sur chaque voie, comme représenté sur la figure 2 (page 3).

À partir de la figure 2, donner, en expliquant votre calcul, une estimation grossière de la longueur d'un bras de l'interféromètre. L'ordre de grandeur obtenu est-il en accord avec la valeur L_0 trouvée à la question 8 ?

Exercice 2: Mesure du rayon de courbure d'une lentille

Pour caractériser une lentille mince correctrice, un opticien lunetier utilise le dispositif de la figure 3 dit des « anneaux de Newton ».

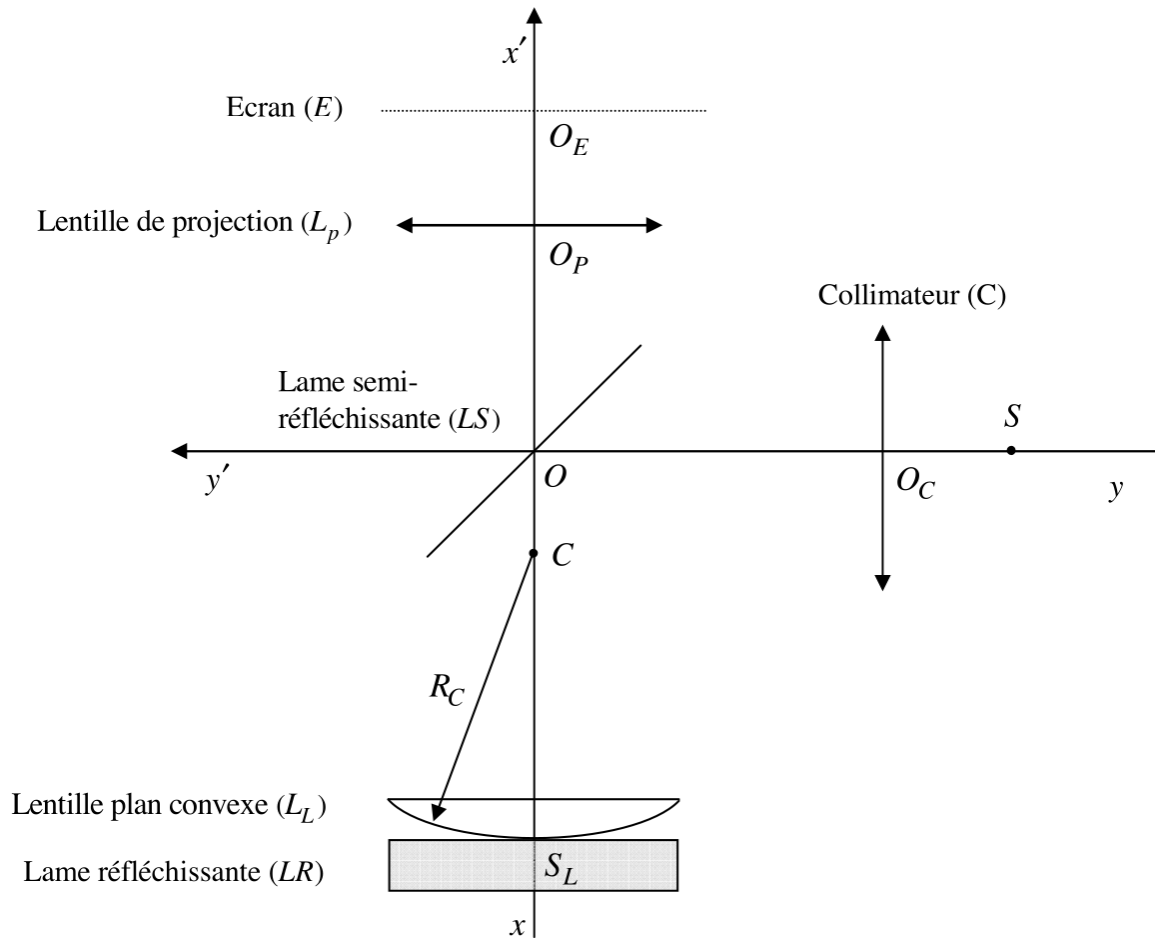


FIGURE 3 – dispositif des « anneaux de Newton » (la figure n'est pas à l'échelle)

Un collimateur fournit, à l'aide d'une source ponctuelle S située au foyer principal objet d'une lentille convergente de centre O_C , un faisceau de lumière parallèle, monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 qui tombe sur une lame semi-réfléchissante (LS) d'épaisseur négligeable, centrée en O et inclinée à 45° sur l'axe du collimateur ($y'y$). Une partie du faisceau se réfléchit parallèlement à l'axe (xx'), axe du système centré formé de la lentille plan convexe étudiée (L_L) et de la face plane de la lame réfléchissante (LR) qui sont en contact ponctuel au point S_L . L'intervalle situé entre la face sphérique de rayon R_C de centre C de (L_L) et la face plane réfléchissante de (LR) forme une lame d'air d'épaisseur e qui varie en fonction de la distance r à l'axe du système (figure 4).

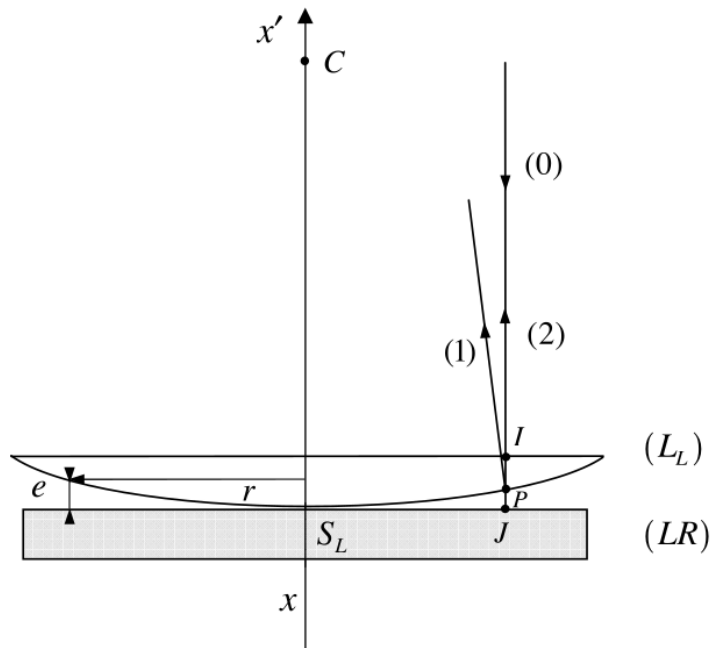


FIGURE 4 – marche d'un rayon lumineux (0) réfléchi soit par la face sphérique de (L_L) (rayon (1)) soit par la surface plane de (LR) (rayon (2)).

1. L'onde plane tombant sur la lentille (L_L) (rayon (0)) se divise en deux ondes de même amplitude à l'interface verre-air au point P . La première onde est réfléchi à l'interface verre-air (rayon (1)) tandis que la seconde est totalement réfléchi en J sur (LR) (rayon (2)). Les deux ondes interfèrent au point P . La figure d'interférences localisée au voisinage de la lentille est visualisée sur l'écran à l'aide de la lentille convergente de projection (L_p) de centre O_P qui forme l'image de la lentille sur l'écran (E) placé perpendiculairement à l'axe (xx') au point O_E (figure 3).

- (a) Donner l'expression de l'épaisseur e de la lame d'air en fonction de r et R_C .
- (b) On se place dans le cas où le rayon de courbure de la lentille est très grand devant son diamètre d'ouverture. Montrer que dans ce cas, l'épaisseur peut se mettre sous la forme :

$$e \approx \alpha \frac{r^2}{R_C}$$

où α est une constante numérique dont on précisera la valeur.

- (c) L'épaisseur e étant très faible par rapport à r , donner au point P l'expression de la différence de chemin optique géométrique $\Delta L = L_2 - L_1$ entre les rayons (2) et (1) en fonction de r et R_C .
 - (d) En tenant compte des déphasages introduits lors des différentes réflexions, donner l'expression de la différence de phase $\Delta\Phi$ entre les deux ondes qui interfèrent au point P .
 - (e) En déduire l'expression de l'intensité lumineuse au point P , en fonction de r , R_C , λ_0 et de l'intensité I_0 de l'onde incidente. Justifier l'aspect de la figure d'interférence observée sur l'écran (E) (figure 5).
 - (f) Pour quelles valeurs de r , observe-t-on des franges sombres ?
2. La figure d'interférence localisée au voisinage de la lentille est projetée sur l'écran (E) par l'intermédiaire de la lentille (L_p) de distance focale image $f'_p = +10$ cm. On donne $O_P S_L = 15$ cm. La photographie de la figure d'interférence observée sur l'écran est donnée figure 5 alors que l'on opère avec une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda_0 = 546,074$ nm.

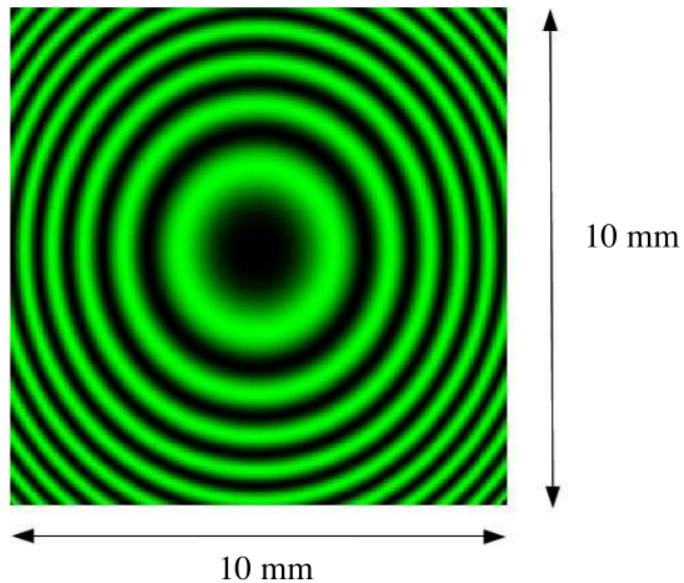


FIGURE 5 – photographie de la figure d'interférence).

- (a) Calculer la distance $O_P O_E$ à laquelle on doit positionner l'écran par rapport à la lentille de projection.
 - (b) Calculer le grandissement transversal G_{tP} du système de projection.
 - (c) Calculer à partir des informations fournies par la photographie de la figure 5 le rayon R_C de la lentille (L).
3. On éclaire maintenant le dispositif des anneaux de Newton par la lumière jaune du sodium qui est formée de deux radiations de longueur d'onde dans l'air $\lambda_1 = 588,995 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 589,593 \text{ nm}$. Comment le phénomène observé est-il modifié ? Calculer la plus petite valeur non nulle de l'ordre d'interférence pour laquelle les franges sombres des deux systèmes seraient superposées.