

DM04 : Interféromètre à division du front d'onde (Temps indicatif 1h45)**Remarques générales****Exercice 1**

- Question 1 : L'objet étant très éloigné ($D \gg f'_1$), on peut le considérer comme étant à l'infini, donc inutile d'appliquer une relation de conjugaison, on peut directement écrire $A'_1 = F'_1$.
- Question 2 : On attend un tracé de rayons. Pour avoir l'image dans le plan focal image, il faut donc considérer l'objet à l'infini !
- Question 5 : Commencer systématiquement par préciser les points conjugués par chaque sous-système :

$$A \xrightarrow{L_1} A' = F'_1 \xrightarrow{L_2} A''$$

Préciser à quelle lentille vous appliquez une relation de conjugaison ou de grandissement, en étant rigoureux sur les notations. Ne pas noter O le centre de la lentille, le noter O_2 pour différencier avec le centre optique de L_1 .

- La détermination graphique de la profondeur de champ est une capacité exigible !

Exercice 2

- Question 1 : On demande où se situe l'image de A . On est donc dans le cadre de l'optique géométrique (cadre de la formation des images), en l'absence de diffraction. L'objet étant à l'infini sur l'axe optique, son image est F' .
- Question 5 : Pour avoir un contraste maximal, il faut que les ondes aient même intensité, et qu'il n'y ait pas de brouillage (cf cohérence spatiale et temporelle).
- Question 6 et 10 : Il faut établir la différence de marche à l'aide d'un tracé de rayons, en définissant les angles **orientés** et en appliquant le théorème de Malus.
- Question 13 et 14 : On étudie le phénomène de brouillage à partir de l'étude du facteur de contraste C à identifier à partir de l'expression de l'intensité

$$I(x) = I_{\text{moy}} \left(1 + V \cos \left(\frac{2\pi}{i} x + \phi \right) \right)$$

Si vous utilisez le critère semi-quantitatif, il s'agit celui lié à l'augmentation de l'écart entre deux sources ponctuelles (et non celui lié à l'élargissement d'une source étendue)

$$\Delta p = \frac{1}{2} + m \quad \text{avec} \quad m \in \mathbb{Z} \quad \text{et non} \quad \Delta p \geq \frac{1}{2}$$

- Question 15 : La résolution de l'instrument est liée à la possibilité de détecter au moins un brouillage. On se place donc dans le cas où $a = \frac{\lambda}{2i_B}$.

Exercice 1: Objectif d'un appareil photographique**Concours EPITA – 2026 – Physique – Partie I, légèrement modifié****1.1 Objectif et téléobjectif**

1. L'objet étant situé à grande distance de l'objectif ($D = 200 \text{ m} \gg f'_1 = 1/V_1 = 20,0 \text{ cm}$), on peut considérer qu'il est à l'infini. Dans ce cas, son image se forme dans le plan focal image de la lentille L_1 et :

$$\boxed{d_1 = \frac{1}{V_1}} \quad \text{A.N. :} \quad \boxed{d_1 = 20,0 \text{ cm}}$$

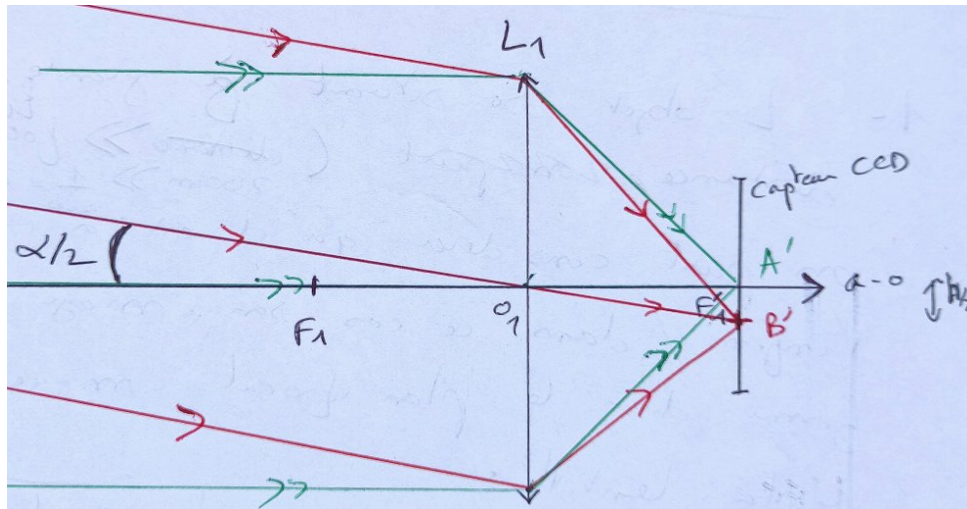
Le calcul exact, par exemple à partir de la relation de conjugaison avec origine au centre, donne :

$$d_1 = \frac{Df'_1}{D - f'_1} \quad \text{A.N. : } d_1 = 20,020\,020\,020\dots \text{ cm}$$

Qui s'arrondit bien à $d_1 = 20,0 \text{ cm}$ à trois chiffres significatifs.

2. Sur le schéma ci-dessous, on a tracé :

- en vert, les rayons incidents parallèles à l'axe optique, issus du centre A de l'animal (si on suppose qu'on centre son image sur le capteur), qui émergent vers le foyer image ($A' = F'_1$);
- en rouge, les rayons parallèles entre eux, issus du point le plus haut de l'animal, noté B , et qui émergent vers un foyer secondaire image (B' est dans le plan focal image de L_1).



3. Δ étant défini comme la distance entre L_1 et le capteur, on a immédiatement $\Delta = d_1$. Soit, en fonction des données du problème :

$$\boxed{\Delta = \frac{1}{V_1}} \quad \text{A.N. : } \boxed{\Delta = 20,0 \text{ cm}}$$

4. On peut utiliser les deux expressions connues du grandissement γ de la lentille :

$$\gamma_1 = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \quad \text{et} \quad \gamma_1 = \frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_1A}}$$

Or, ici, en orientant les distances algébriques verticales positivement vers le haut :

$$\overline{A'B'} = -h \quad ; \quad \overline{AB} = H \quad ; \quad \overline{O_1A'} = d_1 \quad \text{et} \quad \overline{O_1A} = -D$$

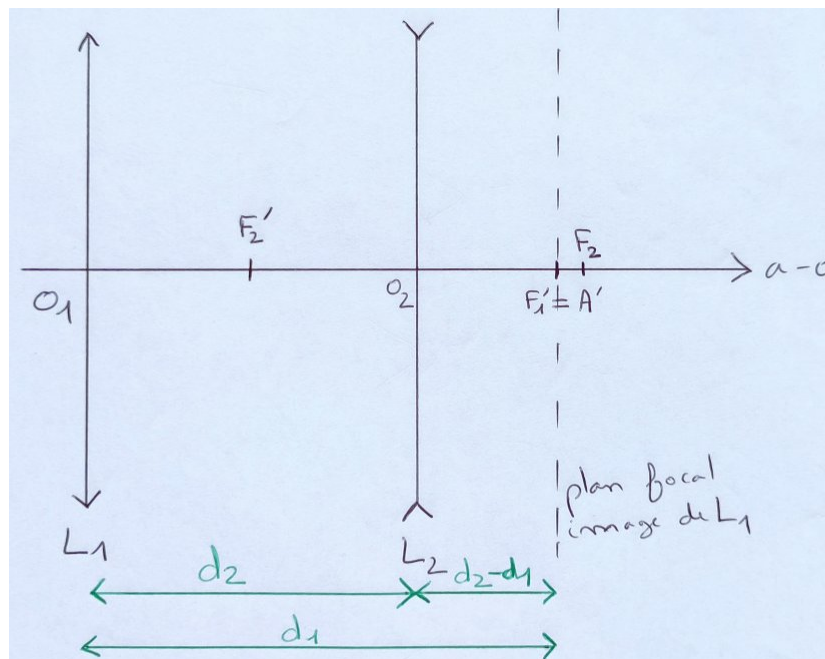
On trouve donc :

$$-\frac{h}{H} = -\frac{d_1}{D} \quad \text{soit} \quad h = H \frac{d_1}{D}$$

Et en fonction des données du problème :

$$\boxed{h = \frac{H}{DV_1}} \quad \text{A.N. : } h = 8,0 \times 10^{-1} \text{ m} \times \frac{2,00 \times 10^{-1} \text{ m}}{2,00 \times 10^2 \text{ m}} \quad \text{soit} \quad \boxed{h = 8,0 \times 10^{-4} \text{ m}}$$

5. L'image de L_1 se trouve toujours à $d_1 = 20,0 \text{ cm}$ à droite de L_1 . Or, $d_2 < d_1$, on a donc la répartition suivante sur l'axe optique des éléments connus à ce stade :



L'image par L_1 de l'animal, A' , constitue donc un objet virtuel pour L_2 , dont on note x_2 l'abscisse sur l'axe optique, en prenant l'origine des coordonnées au centre optique O_2 de la lentille L_2 :

$$x_2 = d_1 - d_2 \quad \text{A.N. : } x_2 = 4,5 \text{ cm}$$

La relation de conjugaison avec origine au centre (relation de Descartes) donne alors, en notant x'_2 l'abscisse de l'image A'' de A' par L_2 et $f'_2 = 1/V_2$ la distance focale image de L_2 :

$$\frac{1}{x'_2} - \frac{1}{x_2} = \frac{1}{f'_2}$$

On en déduit :

$$x'_2 = \frac{f'_2 x_2}{f'_2 + x_2} \quad \text{soit} \quad x'_2 = \frac{d_1 - d_2}{1 + (d_1 - d_2)V_2}$$

L'application numérique donne :

$$x'_2 = \frac{4,5 \text{ cm}}{1 + 4,5 \times 10^{-2} \text{ m} \times (-20 \delta)} \quad \text{soit} \quad x'_2 = \frac{4,5 \text{ cm}}{1 - 9,0 \times 10^{-1}} \quad \text{donc} \quad x'_2 = 45 \text{ cm} > 0$$

Puisque x'_2 est positif, l'image est réelle (c'est plutôt rassurant, vu qu'on compte placer un capteur à cet endroit), la distance d'_2 recherchée n'est donc autre que x'_2 et :

$$d'_2 = \frac{d_1 - d_2}{1 + (d_1 - d_2)V_2} \quad \text{A.N. : } d'_2 = 45 \text{ cm}$$

6. On peut s'aider du schéma précédent pour raisonner ou travailler avec les distances algébriques et la relation de Chasles :

$$\overline{O_1 A''} = \overline{O_1 O_2} + \overline{O_2 A''}$$

Avec $\overline{O_1 O_2} = d_2$ et $\overline{O_2 A''} = d'_2$, on trouve immédiatement :

$$\Delta' = d_2 + d'_2 \quad \text{soit} \quad \Delta' = d_2 + \frac{d_1 - d_2}{1 + (d_1 - d_2)V_2}$$

Application numérique :

$$\Delta' = 15,5 \text{ cm} + 45 \text{ cm} \quad \text{soit} \quad \Delta' = 61 \text{ cm}$$

7. À l'aide des deux expressions du grandissement de la lentille L_1 , on avait trouvé :

$$h = \frac{H}{DV_1}$$

On fait la même chose pour la lentille L_2 :

$$\gamma_2 = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{A'B'}} \quad \text{et} \quad \gamma_2 = \frac{\overline{O_2A''}}{\overline{O_2A'}}$$

La première expression de γ_2 montre qu'il est positif, la lentille L_2 ne retourne pas l'image dans ces conditions et $\overline{A''B''} < 0$, toujours en orientant les distances algébriques verticales positivement vers le haut. On obtient donc :

$$\overline{A''B''} = -h' \quad ; \quad \overline{A'B'} = -h \quad ; \quad \overline{O_2A''} = x'_2 \quad \text{et} \quad \overline{O_2A'} = x'_2$$

On trouve :

$$\frac{h'}{h} = \frac{x'_2}{x_2} \quad \text{soit} \quad h' = h \times \frac{d_1 - d_2}{1 + (d_1 - d_2)V_2} \times \frac{1}{d_1 - d_2} \quad \text{donc} \quad h' = h \frac{1}{1 + (d_1 - d_2)V_2}$$

Finalement :

$$h' = \underbrace{\frac{H}{DV_1}}_{=8,0 \times 10^{-4} \text{ m}} \times \underbrace{\frac{1}{1 + (d_1 - d_2)V_2}}_{=10} \quad \text{A.N. :} \quad \boxed{h' = 8,0 \text{ mm}}$$

8. Puisqu'il n'y a qu'une seule lentille convergente, on peut toujours utiliser la relation obtenue avec la lentille L_1 :

$$h = H \frac{f'_1}{D}$$

Mais, ici, les longueurs h , H et D sont fixées ($h = 8,0 \text{ mm}$, $H = 80 \text{ cm}$ et $D = 200 \text{ m}$) tandis que la focale est la grandeur recherchée :

$$\boxed{f'_1 = D \frac{h}{H}} \quad \text{A.N. :} \quad f'_1 = 200 \text{ m} \times \frac{8,0 \times 10^{-3} \text{ m}}{8,0 \times 10^{-1} \text{ m}} \quad \text{soit} \quad \boxed{f'_1 = 2,0 \text{ m}}$$

Et on a vu que l'encombrement de l'appareil, dans ces conditions, était directement donné par la distance focale. On aurait donc : est la grandeur recherchée :

$$\boxed{\Delta = D \frac{h}{H}} \quad \text{A.N. :} \quad \boxed{\Delta = 2,0 \text{ m}}$$

Un tel encombrement n'est pas envisageable en pratique pour de la photographie animalière : *l'objectif ne serait pas manipulable.*

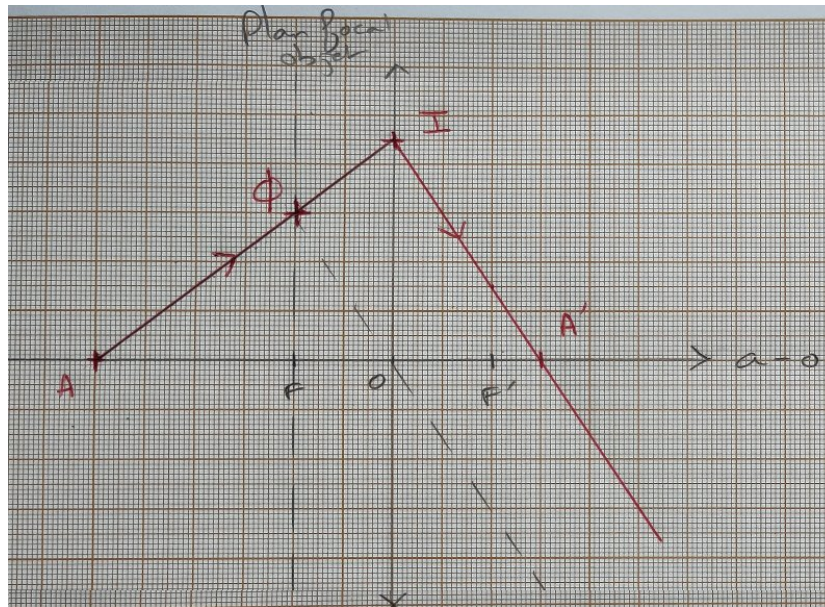
1.2 Profondeur de champ

9. Dans les conditions de Gauss, tous les rayons incidents sur le système optique doivent être *paraxiaux*, c'est-à-dire à la fois :
- *peu inclinés* par rapport à l'axe optique ;
 - *peu écartés* de l'axe optique.
10. *Un système optique est rigoureusement stigmatique pour un point objet donné, si tous les rayons incidents issus de cet objet émergent en s'intersectant en un unique point.* Autrement dit, *l'image du point objet est également un point* (et non pas une tache).

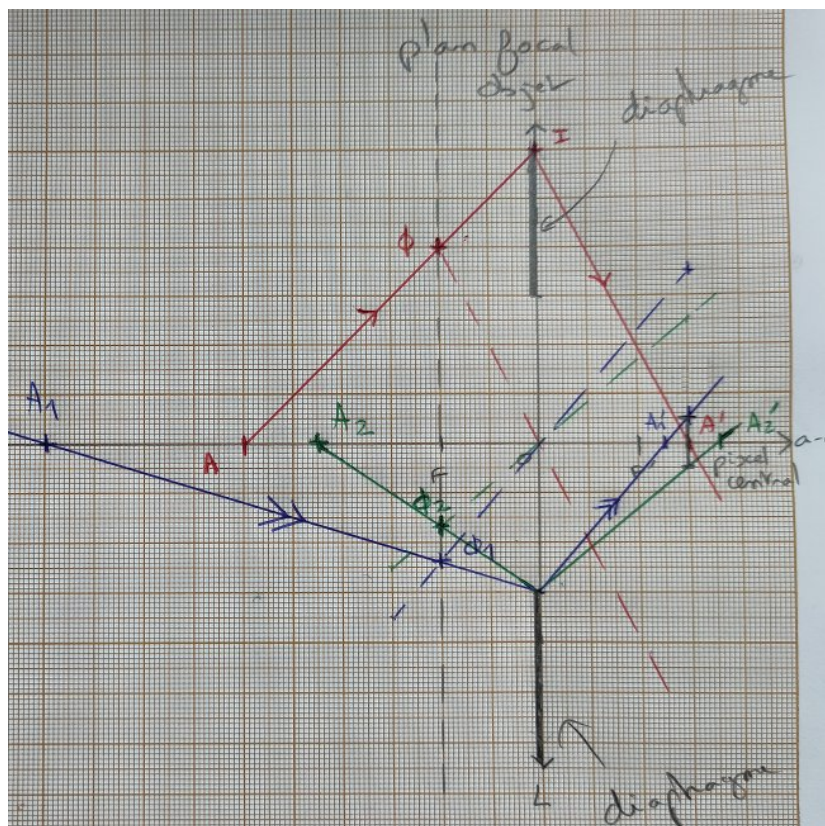
Pour la plupart des systèmes optiques, cette propriété n'est pas vérifiée. Mais *si l'image de l'objet est une tache suffisamment petite* pour être considérée comme ponctuelle, *alors le système optique est considéré comme stigmatique*, on parle alors de *stigmatisme approché*. En pratique, ce sera notamment le cas si la tache image issu d'un point objet est plus petite qu'un pixel du détecteur.

11. Pour trouver l'image A' de A :

- On construit un rayon quelconque (assez incliné et si possible qui tombe juste par rapport aux carreaux) partant de A et incident sur la lentille en I .
- On trouve le foyer secondaire objet Φ , intersection entre ce rayon et le plan focal objet de la lentille.
- On trace le rayon (ΦO) (ici en pointillés), non dévié car passant par le centre optique.
- Tous les rayons incidents passant par Φ émergent parallèlement entre eux, donc le rayon émergent issu de I est parallèle à (ΦO) .
- A' est l'intersection de ce rayon et de l'axe optique (A étant sur l'axe optique).



On peut également tracer un point B , hors de l'axe optique et tel que (AB) soit orthogonale à l'axe optique. Trouver l'image B' de B et en déduire A' par aplanétisme).



12.

En bleu, on construit :

- Le rayon passant par B , le bas du diaphragme, et le haut du pixel.
- A'_1 , intersection de ce rayon avec l'axe optique, se situant à gauche de A' .
- Le rayon (dessiné ici en pointillé) passant par O , donc non dévié, et parallèle à (BA'_1) , qui coupe le plan focal objet en Φ_1 .
- Le rayon incident $(\Phi_1 B)$, qui coupe l'axe optique en A_1 , situé à gauche de A . Le rayon tracé issu de A_1 et celui dessiné en pointillé $((\Phi_1 O))$, sont issus du même foyer secondaire objet Φ_1 et émergent bien parallèles entre eux.

En vert, la construction est basée sur le même principe, mais le rayon émergent passe maintenant par le bas du pixel, donnant une intersection avec l'axe optique A'_2 située à droite de A' . On trouve alors A_2 à droite de A .

13. Sur le schéma, on trouve :

$$p = 5,5 \text{ cm}$$

14. Avec un nouveau schéma, on trouve :

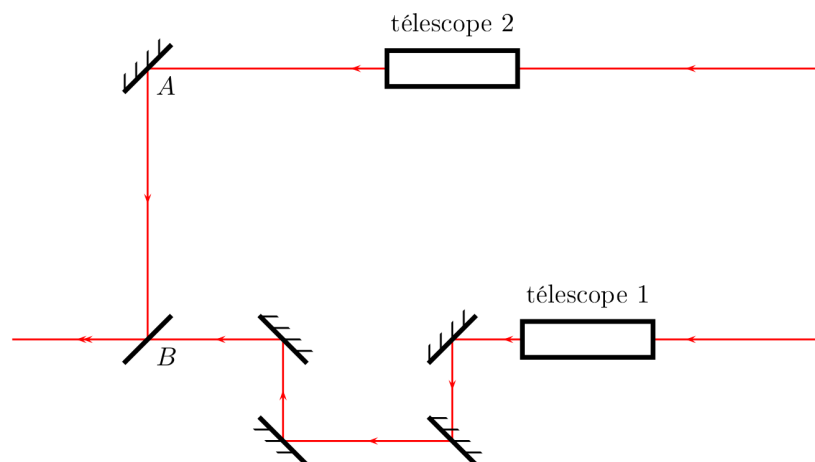
$$p' = 7,5 \text{ cm}$$

Si on ferme le diaphragme (diamètre plus petit), on augmente la plage de position s de l'objet qui donne une image nette sur le pixel, au sens du stigmatisme approché (tache image plus petite que le pixel). *On augmente donc la profondeur de champ en fermant le diaphragme.*

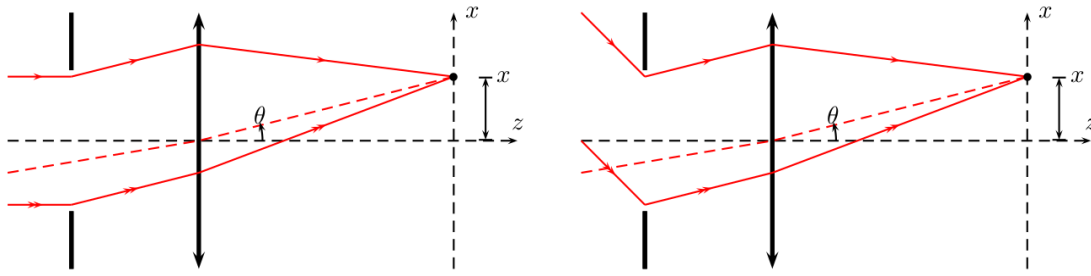
Exercice 2: Le télescope interférentiel VLTI (CCS MP 2014)

2.1 Observation d'une source ponctuelle dans la direction de l'axe optique

- L'image d'un objet à l'infini est dans le plan focal image ; il est de plus sur l'axe optique donc $A' = F'$.
- Les rayons parvenant en F' en passant par T_1 et T_2 sont symétriques donc $\delta_0 = 0$.
- S'il n'y avait pas de ligne à retard, on aurait une différence de marche importante due au système de recombinaison des faisceaux, $\delta = (AB)$.



- En l'absence de la ligne à retard, $\delta_0 = (AB)$ pourrait devenir supérieur à la longueur de cohérence, qui est à la fois la longueur moyenne des trains d'onde et la différence de marche maximale observable. Une telle situation se traduit par une perte de contraste des franges, qui cessent alors d'être observables par manque de cohérence temporelle.
- Le contraste est égal à 1 sous trois réserves :
 - les deux télescopes doivent avoir même luminosité ;
 - la source est ponctuelle (pas de perte de contraste due au défaut de cohérence spatiale) ;
 - la source est parfaitement monochromatique (ou bien un filtre monochromateur est interposé sur les faisceaux, pas de perte de contraste due au défaut de cohérence temporelle).



6. La formule de Fresnel (formule fondamentale des interférences à deux ondes) s'écrit dans ce cas, en notant I_0 l'éclairement qui serait obtenu en A' en présence d'un seul télescope, avec une différence de marche $\delta = a\theta$ où

$$\theta = x/f'_1 \text{ (schéma ci-dessus à gauche), } I = 2I_0 \left(1 + \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} \frac{ax}{f'_1} \right] \right).$$

7. L'interfrange et la période de la fonction $I(x)$, soit $\Delta x = \frac{\lambda f'_1}{a}$.

8. En présence de trous de Young, il n'y a de lumière que sur l'axe $y = 0$ d'où une répartition formée de taches aux points de l'axe (Ox) d'abscisses $x_k = k \Delta x$, à l'intérieur de la tache de diffraction commune formée par les deux trous.

2.2 Observation d'une source ponctuelle dans une direction différente de celle de l'axe optique

9. Il vient encore $x_B = f'_1 i_B$.

10. On ajoute (schéma ci-dessus à droite) à la différence de marche précédente une autre différence de marche égale à $-ai_B$; il vient donc $I = 2I_0 \left(1 + \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda} \frac{a(x - x_B)}{f'_1} \right] \right)$ et on vérifie ainsi que l'ordre zéro est bien atteint au niveau de l'image géométrique B' de l'étoile.

11. Il y a seulement décalage global mais pas de modification de la période, l'interfrange reste inchangée.

2.3 Observation de deux sources ponctuelles

12. Non, deux sources spatialement distinctes sont incohérentes, aucun dispositif ne permettant de synchroniser des phases lors de l'émission d'un signal optique.

13. Du fait de la question précédente, $I_{A \cup B} = I_A + I_B$ donc, compte tenu de la relation trigonométrique $\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a+b}{2} \cos \frac{a-b}{2}$, $I_{A \cup B} = 4I_0 \left[1 + V \cos \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a}{f'_1} \left(x - \frac{x_B}{2} \right) \right]$ où le terme de visibilité ou de contraste est $V = \cos \left(\frac{\pi a x_B}{\lambda f'_1} \right)$.

14. Il y a brouillage des franges (perte de contraste) si $V = 0$ donc si $\frac{\pi a x_B}{\lambda f'_1} \equiv \frac{\pi}{2} [\pi]$, ce qu'on peut aussi écrire

$$a = \frac{\lambda}{2i_B} + q \frac{\lambda}{i_B} \text{ où } q \in \mathbb{N}.$$

15. On mesure par exemple la plus petite valeur de a qui permet le brouillage et on en déduit $i_B = \frac{\lambda}{2a_{\min}}$.

16. Ici $a_{\min} \leq 100 \text{ m}$ donc $i_B > i_{\min}$ où $i_{\min} = 1,0 \times 10^{-8} \text{ rad} = 0,02''$. Le pouvoir de résolution est fortement amélioré car il dépend maintenant du décalage entre télescopes et plus du diamètre de chacun d'eux.