

Commentaires - Devoir en temps libre n°4

Problème I

Des confusions importantes dans ce problème :

- nombreuses confusions sur les objets manipulés : écrire par exemple « $p \in F$ » n'a pas de sens puisque $p \in \mathcal{L}(E)$ et $F \subset E$;
- mauvais usage des variables de sommation (même lettre employée pour des variables distinctes) ;
-  plus grave : confusion entre supplémentaire et complémentaire (qui n'a pas de structure de sev !).

1. Moyennement réussie : beaucoup de confusions entre éléments de E et de $\mathcal{L}(E)$, plusieurs justifications absentes ou parfois fausses (il faut justifier $g^{-1}(F) \subset F$ pour $g \in G$ par exemple) et pour certains, confusion dès cette première question entre supplémentaire et complémentaire.
2. Bien réussie mais oubli massif de la mention $q \in \mathcal{L}(E)$.
3. Bien réussie même si certaines rédactions sont parfois bien lourdes compte-tenu des questions précédentes.
4. Très peu réussie. Il faut évidemment considérer $\text{Ker } q$ puisque le projecteur q fait l'objet de toutes les attentions dans ce problème.  Confusion massive supplémentaire/complémentaire avec des rédactions par l'absurde et l'utilisation de $\notin$ sur des espaces vectoriels. Des confusions également importantes dans le choix des lettres : une variable fixée ne peut plus devenir variable muette dans la suite de la phrase.

Problème II

1. Ne pas oublier de préciser $\text{Im } \tau \subset \mathbb{R}_n[X]$. Il faut faire le schéma d'une matrice. Ici, il était bienvenue d'indiquer la matrice dans $\llbracket 0; n \rrbracket^2$.
2. Bien réussie, même remarque : faire le schéma de la matrice.
3. Question délicate, moyennement réussie avec en général beaucoup de texte et peu de mathématiques (ce qui est rarement de bon augure). La quantité p^n est à considérer ici comme $\text{Card} \llbracket 1; p \rrbracket^{\llbracket 1; n \rrbracket}$ pour établir convenablement un lien avec des surjections ensuite.
4. Bien réussie dans l'ensemble. Certains échouent alors qu'il suffit de lire un produit matriciel.
5. Bien réussie par la plupart de ceux qui ont traité la question précédente. Certains se sont arrêtés juste avant : c'est vraiment dommage.

Problème III

1. Question non comprise par une majorité. On a $(\ln(|f|))' = \frac{f'}{f}$ puisqu'on examine la fonction f sur des intervalles où elle est de signe constant. À reprendre.
2. La première inégalité a été bien traitée mais peu réussissent à généraliser proprement. Il fallait simplement appliquer la première inégalité à $P^{(k)}$ en s'assurant que le polynôme est bien scindé à racines simples. Nombreux sont ceux qui pensent que $f \leq g$ implique $f' \leq g'$: c'est bien sûr faux (prendre $f = \text{Arctan}$ et $g = \frac{\pi}{2}$ par exemple).
3. Bien réussie.