

DM05 : Interféromètre à division d'amplitude (Temps indicatif 2h30)**Remarques générales****Exercice 1**

- Question 1 : Les réponses ont parfois été très succinctes concernant l'intérêt de la lame compensatrice. Il faut préciser qu'elle est de même épaisseur de même indice que la lame séparatrice afin d'assurer le même nombre de passages pour les deux rayons d'intérêt. Cela permet une différence de marche nulle lors de la traversée de ces deux lames, et ce quelle que soit la longueur d'onde et quelle que soit l'inclinaison des rayons.
- Question 2 : On donne des directives sur les longueurs, il faut les respecter ! Il faut représenter correctement (à l'échelle) les images intermédiaires.
- Question 8 : La distance mesurée est entre le premier et le dernier brouillage, et non entre la configuration de la teinte plate et le troisième brouillage. Il y a donc 5 intervalles à considérer.
- Question 9 : Beaucoup ont oublié le trajet de retour des 8 allers-retours des diagonales !

Exercice 2

L'exercice a bien été traité, sauf pour la dernière question !

- Question 3 : On ne veut pas regarder un cas d'anticoïncidence, mais un cas de coïncidence. Beaucoup m'ont parlé de condition de brouillage. Il faut que les deux figures d'interférence se superposent mais uniquement pour l'anneau de rayon r_{nm} tel qu'il soit sombre pour λ_1 et pour λ_2 :

$$\frac{r_{nm}^2}{\lambda_1 R_C} = m \quad \text{et} \quad \frac{r_{nm}^2}{\lambda_2 R_C} = n$$

avec m et n des entiers naturels. On n'a pas forcément $n = m + 1$!

On a alors

$$\frac{m}{n} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{589,593}{588,995}$$

Il faut m et n entiers à 6 chiffres significatifs près !

Exercice 1: Résolution interférométrique d'un doublet spectral (CCINP 2018 MP)

1. Les deux lames sont la **lame séparatrice**, lame de verre dont l'une des faces est semi-réfléchissante, et la **compensatrice**, lame de verre identique à la première, mais non réfléchissante. La compensatrice est indispensable **pour compenser la différence de marche induite par la traversée de la séparatrice** (si la face avant est réfléchissante, seul le rayon transmis traverse la lame, l'autre devra donc traverser la compensatrice pour éviter de déphaser les deux rayons).
2. On trace le symétrique S' de S par rapport au miroir, et on en déduit par prolongement la trajectoire du rayon réfléchi, ainsi que la trajectoire du symétrique du rayon incident, qui se réfléchit sur le symétrique M'_1 du miroir M_1 . On peut pour plus de précision tracer les symétriques S'_1 et S'_2 de S' par rapport à M'_1 et M_2 : les rayons réfléchis passent par ces points (je les ai omis sur la figure 1 pour des raisons de lisibilité et de compacité mais telle que la question est posée il faut les mettre)

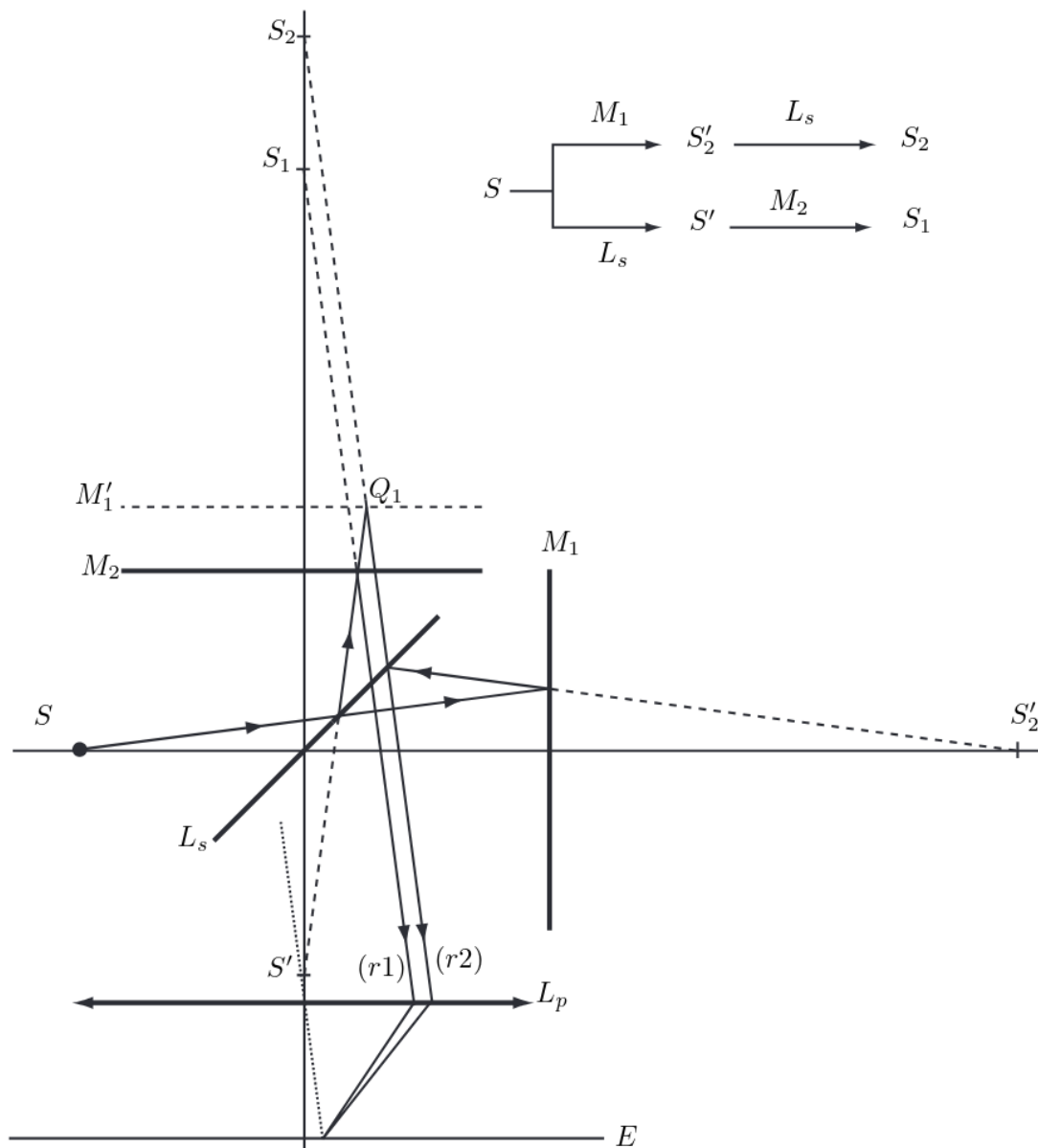


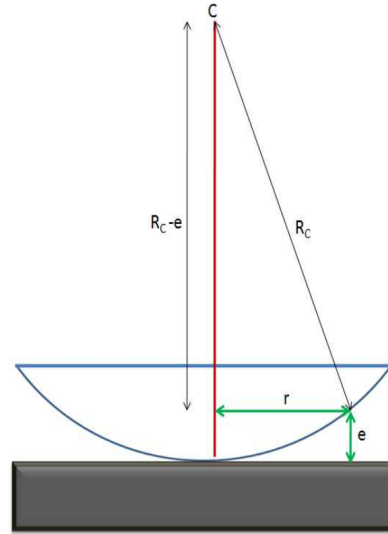
FIGURE 1

3. Pour la suite du tracé il faut prendre un rayon guide parallèle à r_1 et r_2 et passant par O , qui nous permet par prolongement d'obtenir le point K (image d'un objet à l'infini) par lequel passent donc les deux rayons émergent de l'interféromètre.
4. Il s'agit de franges circulaires ou franges d'égale inclinaison.
5. On a dans ce cas $\delta = 2Q_2Q_1 = 2e$.
6. $p_1 = \frac{\delta}{\lambda_1} = \delta\sigma_1$ et de même $p_2 = \delta\sigma_2$
7. Il y a brouillage lorsque $p_1 - p_2$ est demi-entier, soit $p_1 - p_2 = (n + 1/2)$.
Soit $\delta\Delta\sigma = (n + 1/2)$.
On a donc $D_\delta\Delta\sigma = 1$, soit $D_\delta = 1/\Delta\sigma$. Ces situations sont appelées anticoïncidences.
On a $D_e = D_\delta/2 = \frac{1}{2\Delta\sigma} = 1,39 \text{ cm}$.
8. La question est peu claire car la définition du déplacement serait à préciser. En considérant ce qui paraît le plus logique, c'est à dire le déplacement entre la première et la sixième anticoïncidence, on aurait $5D_e$, soit $L_0 = 1600D_e = 22,2 \text{ m}$

9. Les bras parcourent grossièrement la diagonale d'un carré de côté 1,1 m. On a 7,5 allers-retours, mais, comme la diagonale n'est pas entièrement parcourue, on peut considérer que la distance perdue est de l'ordre d'une demi-diagonale. On obtient alors $L_0 \simeq 2 \times 7 \times \sqrt{2} \times 1,1 \text{ m} = 22 \text{ m}$, ce qui paraît tout à fait compatible avec notre estimation précédente.

Exercice 2: Mesure du rayon de courbure d'une lentille (CCINP 2013 MP)

1. (a)



$$R_C^2 = (R_C - e)^2 + r^2 \implies e^2 - 2R_C e + r^2 = 0.$$

D'où :

$$e = R_C - \sqrt{R_C^2 - r^2}.$$

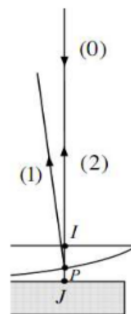
- (b) Pour $R_C \gg r$,

$$e = R_C \left(1 - \sqrt{1 - r^2/R_C^2} \right) \simeq \frac{r^2}{2R_C}, \quad \alpha = \frac{1}{2}.$$

- (c) Pour $R_C \gg r$, les rayons (1) et (2) sont quasi-parallèles. Ainsi :

$$L = L_2 - L_1 \simeq 2e = \frac{r^2}{R_C}.$$

- (d)



On a

$$\Phi_2(P) = \Phi_0(P) + \Delta\Phi_{PJP} \quad \text{et} \quad \Phi_1(P) = \Phi_0(P).$$

avec $\Delta\Phi_{PJP} = \frac{2\pi}{\lambda_0} n_{air} \times L + \pi$ correspondant au déphasage dû la propagation dans l'air de distance L et à la réflexion sur le miroir (déphasage supplémentaire de π). Ainsi :

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi n_{air} L}{\lambda_0} + \pi = \frac{2\pi n_{air} r^2}{\lambda_0 R_C} + \pi.$$

(e) D'après la relation de Fresnel :

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\Phi).$$

Avec : $I_1 = I_2 = I_0/2$.

Donc :

$$I = I_0 [1 + \cos(\Delta\Phi)] = I_0 \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi n_{air} r^2}{\lambda_0 R_C}\right) \right].$$

$L = cst \implies r = cst$: les franges sont donc des **anneaux centrés sur l'axe** (OS_L).

(f) Les minima d'intensité, ou franges sombres, correspondent à $I = 0 \implies \frac{n_{air} r^2}{\lambda_0 R_C} = m$ entier ($m \in \mathbb{N}^*$).

Soit :

$$r_{sm} = \sqrt{\lambda_0 R_C m / n_{air}}.$$

Varie en $\sqrt{m}$ moins vite que m : les anneaux se resserrent en s'éloignant du centre.

2. (a) Le point objet S_L donne le point image O_E par la lentille L_p :

$$S_L \xrightarrow{L_p} O_E$$

$$\implies \frac{1}{\overline{O_P O_E}} - \frac{1}{\overline{O_P S_L}} = \frac{1}{f'_p}.$$

Soit :

$$\overline{O_P O_E} = \frac{f'_p \times \overline{O_P S_L}}{f'_p + \overline{O_P S_L}}$$

$$AN : \overline{O_P O_E} = \frac{-15 \times 10}{10 - 15} = 30 \text{ cm.}$$

(b)

$$G_{tp} = \frac{\overline{O_P O_E}}{\overline{O_P S_L}} \quad \text{soit} \quad AN : G_{tp} = -2.$$

(c) On lit le rayon sombre le plus grand, i.e. le cinquième. Donc $m = 5$ et le rayon mesuré est $r'_5 = 5 \text{ mm}$.
Alors

$$R_C = \frac{r_{sm}^2}{m \lambda_0} = \frac{(r'_m)^2}{m G_{tp}^2 \lambda_0}, \quad AN : R_C = \frac{(r'_5)^2}{5 \times 4 \times \lambda_0} = 2,3 \text{ m.}$$

3. L'intensité résultante de la superposition des deux ondes incohérentes est : $I = I_1 + I_2$.

$$I = I_0 [1 + \cos(\Delta\Phi_1)] + I_0 [1 + \cos(\Delta\Phi_2)] = I_0 \left[2 - \cos\left(\frac{2\pi r^2}{\lambda_1 R_C}\right) - \cos\left(\frac{2\pi r^2}{\lambda_2 R_C}\right) \right].$$

Soit :

$$I(r) = 2I_0 \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi r^2}{2\lambda_2 \lambda_1 R_C} (\lambda_2 - \lambda_1)\right) \cos\left(\frac{2\pi r^2}{2\lambda_2 \lambda_1 R_C} (\lambda_2 + \lambda_1)\right) \right] = 2I_0 [1 + \mathcal{C}(r) \cos(2\pi p(r))].$$

$$\mathcal{C}(r) = \cos\left(\frac{\pi r^2 (\lambda_2 - \lambda_1)}{2\lambda_2 \lambda_1 R_C}\right), \quad \text{et} \quad p(r) = \frac{r^2 (\lambda_1 + \lambda_2)}{2\lambda_2 \lambda_1 R_C} + \frac{1}{2} = \frac{r^2}{\lambda_{moy} R_C} + \frac{1}{2}.$$

On a coïncidence entre les minima des deux systèmes pour :

$$\frac{r_{mn}^2}{\lambda_1 R_C} = m \quad \text{et} \quad \frac{r_{mn}^2}{\lambda_2 R_C} = n, \quad \text{avec } m, n \text{ entiers.}$$

$$\frac{m}{n} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{589593}{588995} \quad (\text{nombres premiers entre eux}).$$

Donc, l'ordre minimal donnant une coïncidence est :

$$p = \frac{1}{2} (589593 + 588995) + \frac{1}{2} \gg 1 \quad \left(p \gg \frac{r_{\max}^2}{\lambda_{moy} R_C} \right)$$

inaccessible avec une précision à 6 chiffres significatifs !