

**DM07 : Révision optique (Temps indicatif 2h)****Exercice 1: Interférences lumineuses à 2 ou 3 ondes (CCINP MP Physique 2024)**

1. (a) Le faisceau lumineux est séparé en deux par les deux fentes, on a donc une division interférentielle du front d'onde. On peut placer l'écran à différentes positions pour observer les interférences, elles sont donc non-localisées.

(b) On a

$$\delta = (SS_2M) - (SS_1M) = (S_2M) - (S_1M) = n_{air} \sqrt{\left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2} - n_{air} \sqrt{\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + y^2 + D^2}$$

Sachant que  $D \gg x$ ,  $D \gg y$  et  $D \gg a$ , un développement limité au premier ordre donne :

$$\delta = an_{air} \sin \theta$$

En considérant le rayon moyen, par trigonométrie, on a :

$$\tan \theta = \frac{x}{D}$$

En faisant l'approximation des petits angles, on trouve alors :

$$\boxed{\delta = \frac{n_{air}ax}{D}}$$

Les deux sources secondaires  $O_1$  et  $O_2$  proviennent de la même source principale par division du front d'onde, elles sont donc **cohérentes** et de même amplitude.

On peut alors appliquer la formule de Fresnel :

$$I(M) = 2I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi\delta}{\lambda_{0m}} \right) \right) = I_{\max} \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda_m D} \right) \right).$$

Ou encore :

$$I(M) = 2I_0 (1 + \cos(\Delta\varphi)) \quad \text{avec} \quad \Delta\varphi = \frac{2\pi ax}{\lambda_m D}.$$

2. (a) Sur l'écran, on observe la figure d'interférence de trous d'Young, c'est-à-dire des **franges verticales régulièrement espacées** dans la tache de diffraction, représentée ci-contre.

L'interfrange  $i$  est la **périodicité spatiale** de l'intensité calculée dans la question précédente, c'est donc la périodicité du terme  $\cos \left( \frac{2\pi ax}{\lambda_m D} \right)$ . On a donc :

$$\boxed{i = \frac{\lambda_m D}{a}}$$

- (b) Les fentes d'Young se comportent comme un ensemble de trous d'Young accolés les uns aux autres. Les différences de marches changent pour chaque couple de trous, mais entraînent la **même figure d'interférences**.

Ainsi, les franges se superposant, on retrouve la même figure d'interférence mais bien plus **lumineuse**. La différence entre les fentes d'Young et les trous d'Young provient uniquement de la figure de diffraction qui a une symétrie rectiligne au lieu de circulaire.

3. (a) Les différentes longueurs d'onde de la source ne respectent pas le critère d'ondes synchrones pour observer des interférences : elles se comportent donc comme des sources incohérentes. Chaque longueur d'onde crée donc son propre système de franges d'interfrange  $i$  dépendant de  $\lambda$ . Il existe donc une abscisse  $x_b$  à partir de laquelle les franges se brouillent.

(b) On applique le critère

$$|p(\lambda_m) - p(\lambda_m + \Delta\lambda/2)| \geq 1/2$$

soit

$$\left| \frac{ax_b}{\lambda_m D} - \frac{ax_b}{(\lambda_m + \Delta\lambda/2)D} \right| \geq 1/2$$

soit en faisant l'approximation  $\lambda_m \times (\lambda_m + \Delta\lambda/2) \approx \lambda_m^2$

$$\frac{ax_b}{D} \frac{\Delta\lambda}{2\lambda_m^2} \geq 1/2$$

$$\Leftrightarrow \boxed{x_b \geq \frac{D\lambda_m^2}{a\Delta\lambda}}$$

(c)

$$p(\lambda_m) - p(\lambda_m + \Delta\lambda/2) = 1/2 \text{ en } x_b$$

$$\Leftrightarrow \frac{\delta(x_b)}{\lambda_m} - \frac{\delta(x_b)}{\lambda_m + \Delta\lambda/2} = 1/2$$

$$\Leftrightarrow \delta(x_b) \left( \frac{1}{\lambda_m} \right) - \frac{1}{\lambda_m + \Delta\lambda/2} \geq 1/2$$

Sachant que  $\Delta\lambda \ll \lambda_m$ , on a  $\lambda_m \times (\lambda_m + \Delta\lambda/2) \approx \lambda_m^2$

$$\delta(x_b, \lambda_m) - \delta(x_b, \lambda_m + \Delta\lambda/2) = \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda} = \ell_c$$

avec  $\ell_c$  la longueur de cohérence temporelle. Dès que la différence des chemins optiques dépasse la longueur de cohérence temporelle, les trains ne se superposent plus et les franges disparaissent.

(d) On ne peut observer d'interfrange que dans l'intervalle où l'on ne brouille pas. La différence de marche doit donc rester inférieure à la longueur de cohérence  $\ell_c$ .

On a donc :

$$\delta_{\max} = \frac{ax_{\max}}{D} = \pm \ell_c$$

D'où :

$$x_{\max} = \pm \frac{\ell_c D}{a}.$$

L'intervalle de positions sur lequel on peut observer les franges est donc :

$$\Delta x = \frac{2\ell_c D}{a}.$$

On trouve le nombre de franges visibles en utilisant l'interfrange :

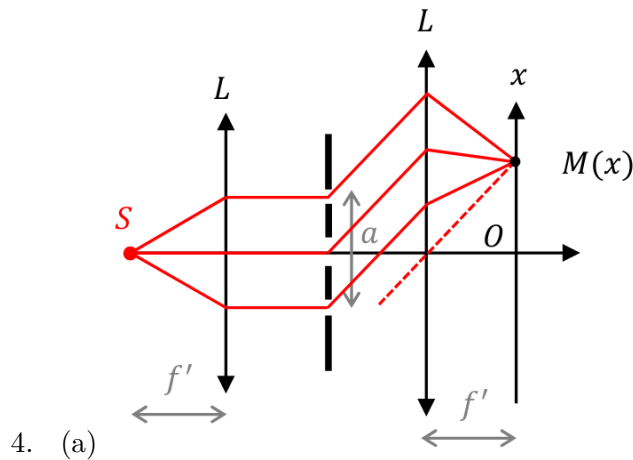
$$N = \frac{\Delta x}{i} = \frac{2\ell_c D}{a\lambda_m D/a} = \frac{2\ell_c}{\lambda_m}.$$

On retrouve bien l'expression indiquée dans le sujet.

(e) On recopie et on complète le tableau fourni.

| Source                    | $\lambda_0$ en nm | $\Delta\lambda$ en nm | $\ell_c$ en m     | $N$            |
|---------------------------|-------------------|-----------------------|-------------------|----------------|
| Laser He – Ne             | 632,991           | 0,001                 | $4 \cdot 10^{-1}$ | $1 \cdot 10^6$ |
| Raie rouge de l'hydrogène | 656,2             | 0,1                   | $4 \cdot 10^{-3}$ | $1 \cdot 10^4$ |
| Lumière blanche filtrée   | 500               | 20                    | $1 \cdot 10^{-5}$ | $5 \cdot 10^1$ |

On retrouve bien le résultat connu que plus une source est monochromatique, plus elle est cohérente et plus on voit de franges.



(b) On ajoute trois rayons qui interfèrent (voir figure)

(c) La différence de marche entre deux fentes successives se calcule comme précédemment :

$$\delta = \frac{ax}{\lambda f'} = \frac{\varphi}{2\pi}.$$

Le déphasage entre deux fentes successives est donc :

$$2\pi \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\varphi}{2}.$$

Les trois vibrations sont donc :

$$s_1(M, t) = S_0 \cos \left( \omega t + \frac{\varphi}{2} \right),$$

$$s_2(M, t) = S_0 \cos(\omega t),$$

$$s_3(M, t) = S_0 \cos \left( \omega t - \frac{\varphi}{2} \right).$$

L'intensité est alors :

$$I(\varphi) = K \langle (s_1 + s_2 + s_3)^2 \rangle = K \left( \langle s_1^2 \rangle + \langle s_2^2 \rangle + \langle s_3^2 \rangle + 2\langle s_1 s_2 \rangle + 2\langle s_1 s_3 \rangle + 2\langle s_2 s_3 \rangle \right).$$

Or :

$$\langle s_1^2 \rangle = \langle s_2^2 \rangle = \langle s_3^2 \rangle = \frac{S_0^2}{2} = I_0.$$

On utilise la formule :

$$\cos(a) \cos(b) = \frac{1}{2} [\cos(a + b) + \cos(a - b)].$$

On a :

$$\langle s_1 s_2 \rangle = \langle \frac{S_0^2}{2} \cos\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) \cos(\omega t) \rangle = \frac{S_0^2}{2} \langle \cos\left(2\omega t + \frac{\varphi}{2}\right) + \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \rangle = I_0 \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

De même :

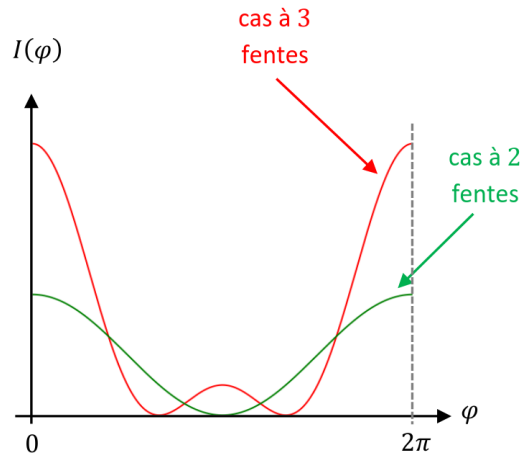
$$\langle s_1 s_3 \rangle = \left\langle \frac{S_0^2}{2} \cos \left( \omega t + \frac{\varphi}{2} \right) \cos \left( \omega t - \frac{\varphi}{2} \right) \right\rangle = \frac{S_0^2}{2} \langle \cos(2\omega t) + \cos(\varphi) \rangle = I_0 \cos(\varphi)$$

$$\langle s_2 s_3 \rangle = \left\langle \frac{S_0^2}{2} \cos \left( \omega t - \frac{\varphi}{2} \right) \cos(\omega t) \right\rangle = \frac{S_0^2}{2} \left\langle \cos \left( 2\omega t - \frac{\varphi}{2} \right) + \cos \left( -\frac{\varphi}{2} \right) \right\rangle = I_0 \cos \left( \frac{\varphi}{2} \right)$$

On en déduit :

$$I(\varphi) = 3I_0 + 4I_0 \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) + 2I_0 \cos(\varphi)$$

(d) On réalise la représentation graphique demandée.



(e) On voit que la luminosité des zones brillantes est plus importante dans le cas à 3 fentes que dans le cas à 2 fentes.

On note également que les zones brillantes sont un peu plus fines dans le cas à 3 fentes que dans le cas à 2 fentes.

(f) Sur l'interférogramme donné, on mesure que la largeur de la tache centrale est :

$$2x_1 = 1,0 \text{ mm.}$$

On cherche la première annulation de l'intensité :  $I(\varphi_1) = 0$ .

On calcule la dérivée de l'intensité :

$$\frac{dI}{d\varphi} = -2 \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) - 2 \sin(\varphi).$$

La dérivée s'annule pour :

$$\frac{\varphi}{2} = -\varphi + 2n\pi \quad \text{avec } n \in \mathbb{Z}.$$

D'où :

$$\varphi = \frac{4\pi n}{3}.$$

La première annulation pour  $\varphi \neq 0$  est donc :

$$\varphi_1 = \frac{4\pi}{3}.$$

Or on a :

$$\varphi_1 = \frac{4\pi}{3} = 2\pi \frac{ax_1}{\lambda f'}.$$

D'où :

$$a = \frac{2\lambda f'}{3 \times x_1} = \frac{2 \times 633 \cdot 10^{-9} \times 50 \cdot 10^{-2}}{3 \times 0,50 \cdot 10^{-3}} = 4,4 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,44 \text{ mm.}$$

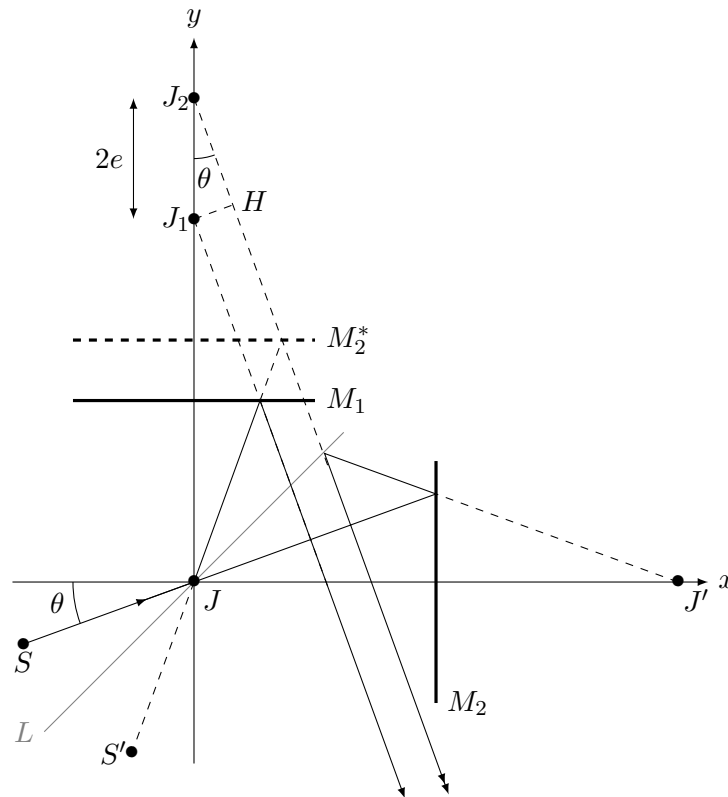
**Remarque :** ici le  $\varphi_1 = \frac{4\pi}{3}$  trouvé dans cette question ne correspond pas au graphique de la question ?? car le déphasage  $\varphi$  du graphique ne correspond pas au  $\varphi$  calculé ici.

## Exercice 2: Différents aspects de l'écoulement dans une lame de savon

### 2.1 Interféromètre de Michelson et épaisseur d'une lame de savon

#### 2.1.1

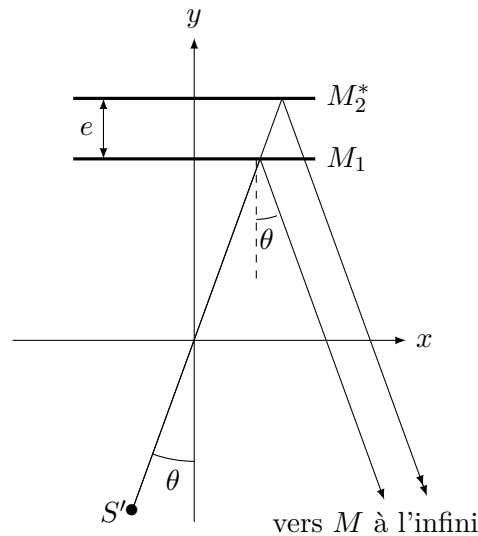
- Voilà le tracé. Nous avons fait intervenir pour ce tracé différents symétriques : pour le rayon 2 traversant  $L$  et se réfléchissant sur  $M_2$ , nous avons introduit le symétrique  $J'$  de  $J$  par rapport à  $M_2$ , puis lors de la réflexion sur  $L$ , le symétrique  $J_2$  de  $J'$  par rapport à  $L$  qui n'est autre que le symétrique de  $J$  par rapport à  $M_2^*$ , miroir fictif symétrique de  $M_2$  par rapport à  $L$ .



Pour le rayon 1 se réfléchissant sur  $L$ , il semble provenir du prolongement du rayon symétrique du rayon incident par rapport à  $L$ , puis il se réfléchit sur  $M_1$  en semblant provenir de  $J_1$ , symétrique de  $J$  par rapport à  $L$ , et traverse ensuite  $L$ .

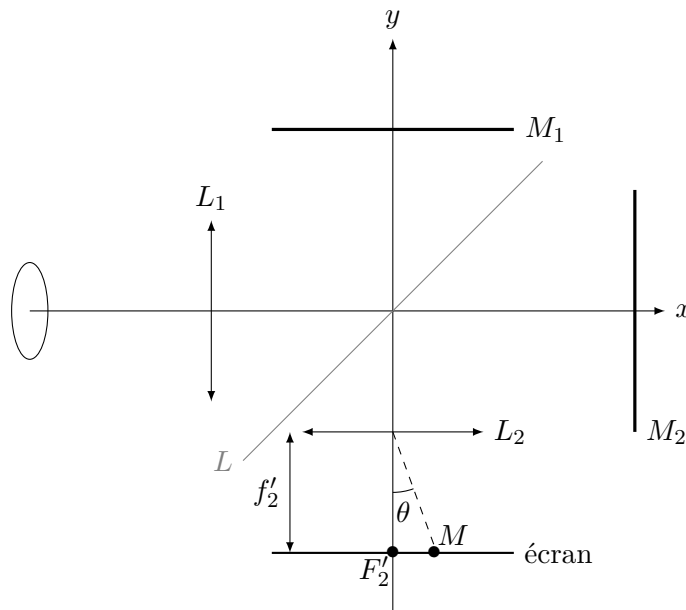
Nous constatons que ces deux rayons émergent du dispositif en étant parallèles l'un à l'autre et en faisant avec l'axe  $Jy$  l'angle  $\theta$ .

Nous constatons de plus que tout l'ensemble peut être remplacé par un unique rayon provenant de  $S'$  (rayon symétrique du rayon incident par rapport à  $L$ ) qui se réfléchit : pour le rayon 1, sur le miroir  $M_1$ , pour le rayon 2, sur le miroir fictif  $M_2^*$  symétrique de  $M_2$  par rapport à  $L$ .  $M_1$  et  $M_2^*$  forment ainsi une lame d'air que nous allons représenter ci-dessous.



2. La différence de marche introduite entre ces deux rayons est  $\delta(M) = (SM)_2 - (SM)_1 = (J_2M) - (J_1M)$  avec  $M$  point situé à l'infini dans la direction donnée par l'angle  $\theta$ . Nous traçons donc sur le schéma initial un plan d'onde relatif à  $M$  passant par le point  $J_1$  et intersectant le rayon 2 en  $H$ . D'après le principe de retour inverse de la lumière :  $\delta(M) = n_{\text{air}} J_2H = 2n_{\text{air}}e \cos(\theta)$  avec  $n_{\text{air}} = 1$  (on peut faire aussi le calcul directement dans la lame d'air équivalente).
3. La source étant une source étendue, le dispositif est un dispositif à division d'amplitude et la figure d'interférence est localisée à l'infini (brouillage à distance finie).

Pour l'utiliser dans de bonnes conditions : on fait converger les rayons issus de la source sur le Michelson grâce à une lentille  $L_1$  de courte focale (20 cm par exemple), de façon à se placer en éclairage convergent. Ensuite, on ramène la figure d'interférence située à l'infini dans le plan focal image d'une lentille  $L_2$  convergente de grande focale (1 m par exemple) située à la sortie du dispositif



4. Le point  $M$  où convergent les deux rayons issus du Michelson dans la direction d'angle  $\theta$  est indiqué sur le schéma ci-dessus. L'ordre d'interférence en  $M$  est ainsi  $p(M) = \frac{2n_{\text{air}}e \cos(\theta)}{\lambda_0}$ . Une frange d'interférence correspond à un ordre d'interférence constant, donc par conséquent à  $\cos(\theta) = \text{Cste}$ , donc à  $\theta = \text{Cste}'$ . Le système présentant une invariance par rotation autour de l'axe  $F_2'y$ , les courbes  $\theta = \text{Cste}'$  dans le plan de l'écran correspondent à des cercles centrés sur le foyer  $F_2'$  de la lentille de projection.  $\theta$  représentant l'inclinaison des rayons par rapport à l'axe  $F_2'y$ , on parle ainsi d'anneaux d'égale inclinaison.
5. Pour régler l'appareil au contact optique, il faut translater  $M_2$  de façon à diminuer l'épaisseur de la lame d'air, le contact optique correspondant en effet à  $e = 0$ .

Si  $e$  diminue, pour suivre la même frange, il faut conserver le même ordre d'interférence, ce qui correspond à une augmentation de  $\cos(\theta)$  donc une diminution de  $\theta$ . Lorsque les anneaux semblent rentrer vers le centre de la figure, on sait que  $e$  diminue. Conjointement, ces anneaux ont des rayons devenant de plus en plus grand. Lorsque le contact optique est obtenu,  $\delta$  est nul en tout point de l'écran, on obtient sur ce dernier un éclairement uniforme (qui correspond en lumière polychromatique à la couleur de la source).

6. Les franges du coin d'air à partir d'une source raisonnablement étendue sont localisées au voisinage du coin d'air, c'est à dire au voisinage de  $M_1$ .

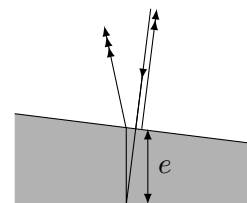
Pour les observer, on peut bien sûr regarder dans le Michelson sur le miroir  $M_1$ , mais aussi les projeter sur un écran conjugué du coin d'air par une lentille d'assez courte focale. La source est quant à elle placée dans le plan focal objet d'une lentille convergente de façon à éclairer le dispositif en incidence quasi-normale.

7. L'ordre d'interférence en un point  $M$  situé sur la surface de localisation à la distance  $x$  (qu'on algébriserait !) de l'arête du coin d'air qui passe par le milieu de  $M_1$  est  $p(M) = p(x) = \frac{2n_{\text{air}}\alpha x}{\lambda_0}$  : la figure est ainsi constituée de droites rectilignes, équidistantes si  $\alpha = \text{cste}$  parallèles à l'arête du coin d'air. La distance  $i$  entre deux franges de même intensité, appelée interfrange, est telle que  $p(x+i) = p(x) + 1$ , soit  $i = \frac{\lambda_0}{2n_{\text{air}}\alpha}$ .

Lorsque  $\alpha$  augmente, l'interfrange diminue. Lorsque  $\alpha$  diminue, l'interfrange augmente.

### 2.1.2

8. On peut en incidence quasi-normale et en supposant que l'angle  $\alpha$  est également très faible réaliser le schéma suivant (nous avons légèrement décalé pour une question de lisibilité le rayon incident (rayon 1) du rayon 2 réfléchi sur l'interface air/eau). Nous constatons que si  $\alpha$  est très faible, les rayons 2 et 3 s'interceptent au voisinage du coin d'eau, et que la différence de marche peut être assimilée comme pour le coin d'air à  $\delta(e) = 2n_{\text{eau}}e$  avec  $e$  l'épaisseur locale du coin d'eau au niveau du point d'impact du rayon incident et  $n_{\text{eau}} = 1,4$  (confusion possible de notation avec  $n...$ ).

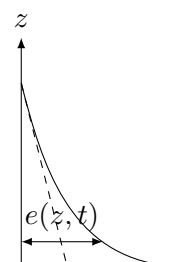


La différence de phase entre ces deux rayons est donc  $\Delta\phi = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} + \pi$  à cause du déphasage supplémentaire introduit par la réflexion à l'interface air/eau du rayon 2. Ceci se met donc bien finalement sous la forme  $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left( 2n_{\text{eau}}e + \frac{\lambda_0}{2} \right)$ . L'ordre d'interférence est alors  $p(e) = \frac{\Delta\phi}{2\pi}$ .

9. Si nous avons un angle  $\alpha$  constant, d'après ce que nous avons vu précédemment, l'interfrange devrait être constant et les franges équidistantes.

Nous observons sur la figure que les franges se resserrent vers le bas de la lame, ce qui correspond à une augmentation progressive de l'angle du coin d'eau. Nous pouvons donc décrire un profil approximatif de la forme du coin d'eau (très exagéré...).

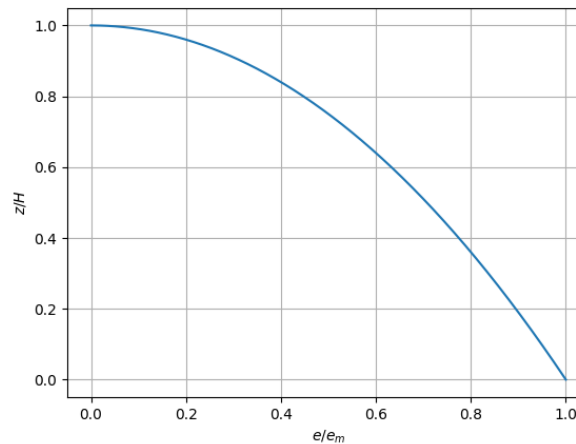
Le trait en pointillés correspond à un coin d'eau d'angle constant.



10. On peut signaler que pour  $z = H$ ,  $e = 0$  et  $p(H) = \frac{1}{2}$  : on obtient une frange sombre en  $z = H$ , ce qui correspond bien à l'observation de la figure.

Notons que l'expression donnée n'est pas définie en  $t = 0$ . Par contre, on constate qu'à  $z$  fixé, l'épaisseur décroît avec le temps, ce qui correspond bien naturellement au drainage gravitaire et à l'amincissement progressif de la lame.

On peut représenter l'allure du profil de la lame compatible avec l'expression donnée, à un instant  $t \neq 0$  fixé (on pose  $e_m(t)$  l'épaisseur maximale de la lame).



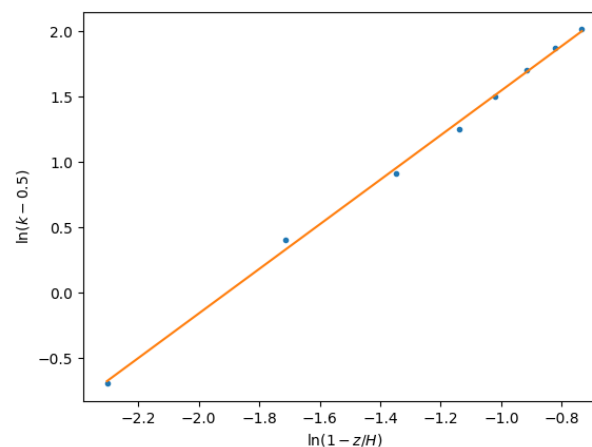
Certes l'épaisseur de la lame est d'autant plus grande que  $z$  est faible, mais son évolution n'est pas du tout compatible avec la prédiction ci-dessus, basée sur le resserrement des franges. En effet, on voit que pour  $z$  voisin de  $h$ ,  $e$  donnée par la formule évolue très rapidement avec  $z$ , ce qui devrait se traduire par un resserrement des franges contraire aux observations. De plus,  $\frac{de}{dz}$  divergerait en  $z = H$ ... « Léger problème » donc !

11. Les franges brillantes correspondent à un ordre d'interférence entier :  $p(e) = k$ .

On peut donc en déduire :  $2n_{\text{eau}}e(z)/\lambda_0 = k - 1/2$ , soit :

$$(H - z)^\beta = \frac{\lambda_0}{2n_{\text{eau}}K}(k - 1/2) \text{ ou encore : } \ln(k - 1/2) = \beta \ln(1 - z/H) + A \text{ avec } A \text{ constante.}$$

On trace donc  $\ln(k - 1/2)$  en fonction de  $\ln(1 - z/H)$ .



On obtient approximativement une droite, ce qui semblerait indiquer que la loi de puissance est vérifiée. Par contre, le calcul mène à une pente  $\beta = 1,7$ , ce qui ne correspond pas du tout au modèle proposé, et qui corrobore bien nos conclusions de la question 10 ! Peut-être faudrait-il prendre en compte les phénomènes de capillarité pour expliquer ce phénomène ?