<table>
<tr><th>Notions et contenus</th><th>Capacités exigibles</th><th>Détail</th></tr>
<tr><td>Loi de Coulomb. Champ électrostatique.
Champ électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles. Principe de superposition.</td><td>Exprimer le champ électrostatique créé par une distribution discrète de charges.
Citer quelques ordres de grandeur de valeurs de champs électrostatiques.</td><td>Énoncer la loi de Coulomb. En déduire la définition du champ électrostatique créé par une charge ponctuelle. Énoncer le principe de superposition. Donner des OG de champ $\overrightarrow{E}$.

Soient deux charges ponctuelles q_1 en M_1 et q_2 en M_2. Elles sont placées dans le vide à la distance r l'une de l'autre. La force exercée par q_1 sur q_2 s'écrit :
$$\overrightarrow{F}_{12}(M_2) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2}\overrightarrow{u}_{12} \quad \text{avec} \quad \overrightarrow{u}_{12} = \frac{\overrightarrow{M_1M_2}}{r}$$
Remarque : Si $q_1q_2 > 0$ la force est répulsive. Elle est attractive le cas échéant.
Soit une charge ponctuelle Q placée en O. Cette charge crée un champ électrique $\overrightarrow{E}(M)$ tel que
$$\boxed{\overrightarrow{E}(M) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\overrightarrow{e}_r} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9\times10^9\,\text{SI}$$
avec M repéré en coordonnées sphériques de centre O.
Remarque : Le champ créé par une charge $Q > 0$ diverge depuis cette charge. Il converge vers la charge si $Q < 0$.
Le principe de superposition stipule que le champ $\overrightarrow{E}(M)$ créé par un ensemble de charges est égal à la somme des champs électriques créés par chacune des charges en l'absence des autres.
Soit $\mathcal{D}$ un ensemble de charges $\{P_i(q_i)\}$ alors
$$\overrightarrow{E}(M) = \sum_i \overrightarrow{E}_i(M) = \sum_i \left(\frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i^2}\overrightarrow{e}_{r,i}\right) \quad \text{avec} \quad r_i = ||\overrightarrow{P_iM}|| \quad \text{et} \quad \overrightarrow{e}_{r,i} = \frac{\overrightarrow{P_iM}}{r_i}$$
Déterminons l'ordre de grandeur du champ électrique créé par le noyau sur l'électron dans l'atome d'hydrogène. Le rayon de Bohr est $r = a_0 \approx 0{,}5\times10^{-10}\,\text{m}$, donc
$$E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{9\times10^9\times1{,}6\times10^{-19}}{(5\times10^{-11})^2} \approx 6\times10^{11}\,\text{V m}^{-1}$$
Le champ disruptif de l'air, le champ au-dessus duquel l'air s'ionise vaut $E_d \approx 1\times10^4\,\text{V cm}^{-1} = 1\times10^6\,\text{V m}^{-1}$.</td></tr>
<tr><td>Distributions continues de charges : volumique, surfacique, linéique.</td><td>Choisir un type de distribution continue adaptée à la situation modélisée.</td><td>Décrire la distribution volumique de charges.

Soit un volume élémentaire $\mathrm{d}\tau_P$ centré en P contenant la charge élémentaire $\mathrm{d}q_P$. On définit la densité volumique de charges
$$\boxed{\rho(P) = \frac{\mathrm{d}q_P}{\mathrm{d}\tau_P} \quad \text{avec} \quad \rho \text{ en } \text{C m}^{-3}}.$$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Notions et contenus</th><th>Capacités exigibles</th><th>Détail</th></tr>
<tr><td>Distributions continues de charges : volumique, surfacique, linéique.</td><td>Choisir un type de distribution continue adaptée à la situation modélisée. Relier les densités de charges de deux types de distributions modélisant une même situation. Déterminer la charge totale d'une distribution continue dans des situations simples.</td><td>
Décrire la distribution surfacique et linéique de charges.
Soit une surface élémentaire $\mathrm{d}S_P$ centrée en P contenant la charge élémentaire $\mathrm{d}q_P$. On définit la densité surfacique de charges
$$\boxed{\sigma(P) = \frac{\mathrm{d}q_P}{\mathrm{d}S_P} \quad \text{avec} \quad \sigma \text{ en } \mathrm{C\,m^{-2}}}$$
Soit une longueur élémentaire $\mathrm{d}\ell_P$ centrée en P contenant la charge élémentaire $\mathrm{d}q_P$. On définit la densité linéique de charges
$$\boxed{\lambda(P) = \frac{\mathrm{d}q_P}{\mathrm{d}\ell_P} \quad \text{avec} \quad \lambda \text{ en } \mathrm{C\,m^{-1}}}$$
Donner les expressions du périmètre d'un cercle, de la surface d'un disque, du corps d'un cylindre, d'une sphère, du volume d'un cylindre et d'une sphère.
• périmètre d'un cercle $2\pi R$
• surface d'un disque πR^2
• surface d'un cylindre $2\pi RL$
• surface d'une sphère $4\pi R^2$
• volume d'un cylindre $\pi R^2 L$
• volume d'une sphère $4\pi R^3/3$
Donner $\mathrm{d}\ell$, $\mathrm{d}S$ et $\mathrm{d}V$ en coordonnées cylindriques et sphériques pour différentes géométries à préciser.
En cylindriques :
• arc de cercle $\mathrm{d}\ell = R\mathrm{d}\theta$
• surface élémentaire d'un disque $\mathrm{d}S = r\mathrm{d}r\mathrm{d}\theta$
• surface élémentaire d'un cylindre $\mathrm{d}S = R\mathrm{d}\theta\mathrm{d}z$
En sphériques :
• surface élémentaire d'une sphère $\mathrm{d}S = r^2 \sin\theta \mathrm{d}\theta\mathrm{d}\phi$
• volume élémentaire d'une sphère $\mathrm{d}V = r^2 \sin\theta \mathrm{d}r\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\phi$
Soit un cylindre de rayon R et de longueur L uniformément chargé en volume de densité volumique de charges ρ. À quelle condition une modélisation linéique de charges est-elle pertinente ? Définir alors la densité linéique de charges en fonction de ρ et des caractéristiques géométriques du cylindre.
Si $R \ll L$ et qu'on étudie le système en un point M distant de r de l'axe de révolution du cylindre tel que $r \gg R$, alors on peut modéliser le cylindre par un fil uniformément chargé. Les deux problèmes sont équivalents s'ils possèdent la même charge totale Q :
$$\rho\pi R^2 L = \lambda L \quad \text{donc} \quad \boxed{\lambda = \rho\pi R^2}$$
</td></tr>
</table>

Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Symétries et invariances du champ électrostatique.	Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de charges. Identifier les invariances d'une distribution de charges. Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de charges pour caractériser le champ électrostatique créé.	Énoncer le lien entre les plans de symétrie de la distribution de charges et ceux du champ $\overrightarrow{E}$. Faire de même pour les invariances. Soit Π un plan de symétrie de la distribution $\mathcal{D}$ de charges, alors il s'agit d'un plan de symétrie du champ électrique $\overrightarrow{E}$. Soit Π^* un plan de d'antisymétrie de la distribution $\mathcal{D}$ de charges, alors il s'agit d'un plan de d'antisymétrie du champ électrique $\overrightarrow{E}$. Les plans de symétrie et d'antisymétrie de la distribution $\mathcal{D}$ de charges permettent de trouver éventuellement la direction du champ en un point M : • $\overrightarrow{E}(M)$ est contenu dans tous les plans de symétrie de la distribution de charges **contenant** le point M. • $\overrightarrow{E}(M)$ est orthogonal au plan d'antisymétrie de la distribution de charges **contenant** le point M. L'étude des invariances permet de déterminer les coordonnées dont dépendra l'intensité $E(M)$ du champ $\overrightarrow{E}(M) = E(M)\overrightarrow{u}_M$, avec $\overrightarrow{u}_M$ un vecteur unitaire. Si la distribution de charges est invariante par translation selon x, alors le champ électrique l'est aussi. Donc $E(M)$ est indépendante de x. Si la distribution de charges est invariante par rotation autour de l'axe Oz, alors le champ électrique l'est aussi. En notant θ l'angle lié à cette rotation, alors $E(M)$ est indépendante de θ.
Potentiel électrostatique. Opérateur gradient.	Relier le champ électrostatique au potentiel. Citer l'expression de l'opérateur gradient en coordonnées cartésiennes.	Définir l'énergie potentielle électrique, en déduire la relation entre le champ électrostatique $\overrightarrow{E}(M)$ et le potentiel $V(M)$. La force électrique sur une charge q placée en M s'écrit $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E}(M)$. Cette force est conservative donc $\overrightarrow{F} = -\overrightarrow{\text{grad}}E_p$. Or par définition $E_p(M) = qV(M)$, donc $\overrightarrow{F} = -q\overrightarrow{\text{grad}}V$. On en déduit $\boxed{\overrightarrow{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}V(M)}$. Donner l'expression de l'opérateur gradient en coordonnées cartésiennes et cylindriques. L'opération gradient en coordonnées cartésiennes s'écrit : $\overrightarrow{\text{grad}}V = \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial x} \\ \frac{\partial V}{\partial y} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{e}_x, \overrightarrow{e}_y, \overrightarrow{e}_z)} = \overrightarrow{\nabla} V$ avec $\overrightarrow{\nabla} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{e}_x, \overrightarrow{e}_y, \overrightarrow{e}_z)}$ Son expression en coordonnées cylindriques : $\overrightarrow{\text{grad}}V = \begin{pmatrix} \frac{\partial V}{\partial r} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} \\ \frac{\partial V}{\partial z} \end{pmatrix}_{(\overrightarrow{e}_r, \overrightarrow{e}_\theta, \overrightarrow{e}_z)}$

<table>
<tr><th>Notions et contenus</th><th>Capacités exigibles</th><th>Détail</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Potentiel électrostatique.</td><td>Exprimer le potentiel créé par une distribution discrète de charges.</td><td>Donner l'expression du potentiel électrique $V(M)$ créé par une charge ponctuelle Q placée en O. Exprimer le potentiel créé par une distribution discrète de charges q_i en P_i.

Le potentiel électrique créé par la charge Q s'écrit alors $\boxed{V(M) = \dfrac{Q}{4\pi\epsilon_0 OM} + \text{cste}}$
Soit une distribution $\mathcal{D}$ discrète de charges $\{P_i(q_i)\}$. D'après le principe de superposition, le potentiel $V(M)$ créé par cette distribution s'écrit :
$$\boxed{V(M) = \sum_i V_{P_i}(M) = \sum_i \left(\frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 P_i M}\right) + \text{cste}}$$</td></tr>
<tr><td>Déterminer un champ électrostatique à partir du potentiel, l'expression de l'opérateur gradient étant fournie dans le cas des coordonnées sphériques et cylindriques.</td><td>On donne le potentiel créé par une distribution de charges en coordonnées sphériques $V(r) = \dfrac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r}\exp(-r/a)$. On donne le gradient en coordonnées sphériques
$$\overrightarrow{\text{grad}}V = \frac{\partial V}{\partial r}\vec{e}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{e}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \phi}\vec{e}_\phi$$
Exprimer le champ électrique $\vec{E}(M)$.

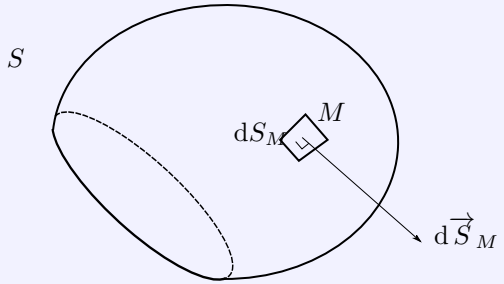
En électrostatique, on a $\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}V(M)$:
$$\vec{E}(r) = \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}\vec{e}_r = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0}\exp(-r/a)\left(\frac{1}{r^2} + \frac{1}{ar}\right)\vec{e}_r$$</td></tr>
<tr><td>Circulation du champ électrostatique.</td><td>Déterminer une différence de potentiel par circulation du champ électrostatique dans des cas simples.</td><td>Définir la circulation du champ électrique. Faire le lien avec la variation de potentiel. Que dire de la circulation de $\vec{E}$ sur un contour fermé ?

La circulation du champ électrostatique, le long d'une courbe orientée est égale à la diminution du potentiel électrostatique :
$$\boxed{\mathcal{C}_{AB} = \int_A^B \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{\ell} = V(A) - V(B) = -\Delta V}$$
La circulation du champ électrique ne dépendant uniquement du point de départ A et de celui d'arrivée, sa circulation sur un contour fermé est nulle : $\boxed{\oint \vec{E}\cdot\mathrm{d}\vec{\ell} = 0}$
On dit que le champ électrostatique est circulation conservative.</td></tr>
</table>

Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Flux du champ électrostatique. Théorème de Gauss.	Identifier les situations pour lesquelles le champ électrostatique peut être calculé à l'aide du théorème de Gauss	Définir le flux du champ électrostatique à travers une surface ouverte, puis à travers une surface fermée. Énoncer le théorème de Gauss. Dans quelles situations son utilisation permet-elle d'exprimer le champ électrostatique $\overrightarrow{E}(M)$?

Soit une surface S orientée. Le flux du champ électrique s'écrit

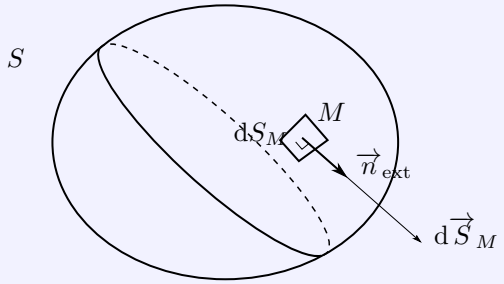
$$\boxed{\phi = \iint_{M\in S} \mathrm{d}\phi_M = \iint_{M\in S} \overrightarrow{E}(M)\cdot \mathrm{d}\overrightarrow{S}_M}$$



Soit une surface fermée S, i.e. une surface définissant un volume intérieur. Par convention, le flux à travers cette surface correspond au **flux sortant** :

$$\phi = \oiint_{M\in S} \mathrm{d}\phi_M = \oiint_{M\in S} \overrightarrow{E}(M)\cdot \mathrm{d}\overrightarrow{S}_M$$

avec $\mathrm{d}\overrightarrow{S}_M = \mathrm{d}S_M\,\overrightarrow{n}_{\text{ext}}$



D'après le théorème de Gauss, le flux du champ électrostatique à travers une **surface fermée** (appelée surface de Gauss) est égal au rapport de la charge intérieure sur la permittivité du milieu :

$$\boxed{\oiint_{M\in S} \overrightarrow{E}(M)\cdot\overrightarrow{n}_{\text{ext}}\mathrm{d}S_M = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon}}$$

Si le milieu est le vide alors $\epsilon = \epsilon_0$.
C'est un théorème utile pour déterminer le champ en tout point de l'espace dans le cas d'une **distribution de charges dite à haut degré de symétrie**. En effet, il faut avoir des informations sur la direction du champ électrostatique ainsi que les coordonnées dont dépend sa norme afin de choisir une surface de Gauss « judicieuse » pour pouvoir expliciter le flux. Nous verrons trois situations à maitriser : les distributions de charges sphérique, cylindrique et plane.

<table>
<tr><th>Notions et contenus</th><th>Capacités exigibles</th><th>Détail</th></tr>
<tr><td>Systèmes modélisés par une sphère.</td><td>Établir l'expression du champ électrostatique créé en tout point de l'espace par une sphère uniformément chargée en volume.</td><td>Démonstration à faire.
• Étude des symétries et des invariances : Il y a invariance par rotation autour de n'importe quel axe passant par O, donc $\overrightarrow{E}(M) = E(r)\overrightarrow{u}_M$
Tout plan passant par O et M est plan de symétrie de la distribution de charges. Ce sont donc aussi des plans de symétrie du champ $\overrightarrow{E}$. Le point M appartenant à l'ensemble de ces plans, le champ $\overrightarrow{E}(M)$ est contenu dans l'ensemble de ces plans. Il est donc colinéaire à $\overrightarrow{OM}$, donc $\boxed{\overrightarrow{E}(M) = E(r)\overrightarrow{e}_r}$.
• Choix de la surface de Gauss : sphère de centre O et de rayon r.
• Calcul du flux sortant $\phi = 4\pi r^2 E(r)$
• Expression de la charge intérieure
— Si $r < R$, alors $Q_{\text{int}} = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$
— Si $r > R$, alors $Q_{\text{int}} = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$
• Application du théorème de Gauss
— Si $r < R$, alors $\overrightarrow{E}(M) = \frac{\rho r}{3\epsilon_0}\overrightarrow{e}_r$
— Si $r > R$, alors $\overrightarrow{E}(M) = \frac{\rho R^3}{3r^2\epsilon_0}\overrightarrow{e}_r$</td></tr>
<tr><td>Systèmes modélisés par une sphère.</td><td>Établir et énoncer qu'à l'extérieur d'une distribution à symétrie sphérique, le champ électrostatique créé est le même que celui d'une charge ponctuelle concentrant la charge totale et placée au centre de la distribution.</td><td>Démonstration à faire.
En symétrie sphérique $\overrightarrow{E}(M) = E(r)\overrightarrow{e}_r$.
L'expression du flux à travers une surface de Gauss sphérique est : $\phi = E(r)4\pi r^2$.
Si on considère $r > R$, alors $Q_{\text{int}} = Q$, et d'après le théorème de Gauss :
$$E(r)4\pi r^2 = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \text{donc} \quad \boxed{\overrightarrow{E}(r > R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\overrightarrow{e}_r}$$</td></tr>
</table>

Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Systèmes modélisés par un cylindre infini.	Établir l'expression du champ électrostatique créé en tout point de l'espace par un cylindre infini uniformément chargé en volume.	Démonstration à faire. Déterminer le potentiel électrique en tout point de l'espace.

- Étude des symétrie et des invariances : Il y a invariance par translation de coordonnée z, et par rotation autour de l'axe (Oz), donc $\overrightarrow{E}(M) = E(r)\overrightarrow{u}_M$.
  Les plans $(M, \overrightarrow{e}_r, \overrightarrow{e}_z)$ et $(M, \overrightarrow{e}_r, \overrightarrow{e}_\theta)$ sont des plans de symétrie de la distribution de charges, donc ce sont aussi des plans de symétrie du champ $\overrightarrow{E}$. Comme M appartient à ces deux plans, le champ en M est donc contenu dans ces deux plans.
  On en déduit $\boxed{\overrightarrow{E}(M) = E(r)\overrightarrow{e}_r}$.
- Choix de la surface fermée de Gauss : cylindre d'axe (Oz), de rayon r et de hauteur h.
  On décompose la surface fermée en 3 surfaces : $\Sigma = \Sigma_{\text{corps}} + \Sigma_{\text{sup}} + \Sigma_{\text{inf}}$. Or $\overrightarrow{E}(M) \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{S}_M = 0$ sur Σ_{inf} et Σ_{sup}.
- Calcul du flux sortant :

$$\phi = \oiint_{M\in\Sigma} \overrightarrow{E}(M) \cdot \mathrm{d}\overrightarrow{S}_M = \iint_{M\in\Sigma_{\text{corps}}} E(r)\overrightarrow{e}_r \cdot \mathrm{d}S_M \overrightarrow{e}_r = E(r) \iint_{M\in\Sigma_{\text{corps}}} \mathrm{d}S_M$$

  La surface du corps d'un cylindre est $2\pi rh$, donc $\boxed{\phi = 2\pi rhE(r)}$
- On exprime la charge intérieure. Il faut distinguer le cas où $r < R$ et $r > R$. Le volume d'un cylindre est $V = \pi r^2 h$:
  - Si $r < R$, alors $Q_{\text{int}} = \rho \times \pi r^2 h$
  - Si $r > R$, alors $Q_{\text{int}} = \rho \times \pi R^2 h$
- On applique le théorème de Gauss :
  - Si $r < R$, alors $\overrightarrow{E}(M) = \dfrac{\rho r}{2\epsilon_0}\overrightarrow{e}_r$
  - Si $r > R$, alors $\overrightarrow{E}(M) = \dfrac{\rho R^2}{2r\epsilon_0}\overrightarrow{e}_r$

  On constate que le champ $\overrightarrow{E}$ est continu est $r = R$. C'est toujours vrai pour une distribution volumique de charges.

On a $\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$, soit $\overrightarrow{E}(M) = -\dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}r}\overrightarrow{e}_r$. Par intégration on a :

- Si $r < R$, alors $V(M) = -\dfrac{\rho r^2}{4\epsilon_0} + A$
- Si $r > R$, alors $V(M) = -\dfrac{\rho R^2}{2\epsilon_0}\ln(r) + B$

On ne peut pas choisir l'origine du potentiel à l'infini car la distribution de charges n'est pas de dimension finie.

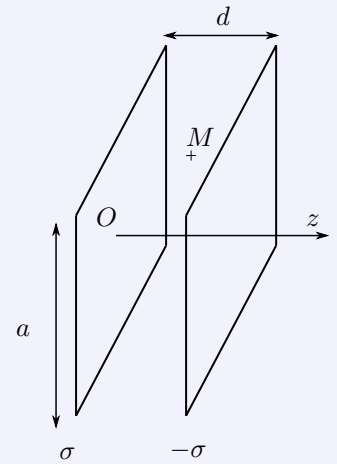
<table>
<tr><th>Notions et contenus</th><th>Capacités exigibles</th><th>Détail</th></tr>
<tr><td>Systèmes modélisés par un plan infini.</td><td>Établir l'expression du champ électrostatique créé en tout point de l'espace par un plan infini uniformément chargé en surface.</td><td>Démonstration à faire. Le champ électrique est-il continu ?

• Étude des symétries et des invariances : Il y a invariance par translation de coordonnée x, et par translation de coordonnée y, donc $\overrightarrow{E}(M) = E(z)\overrightarrow{u}_M$
Les plans $(M, \overrightarrow{e}_x, \overrightarrow{e}_z)$ et $(M, \overrightarrow{e}_y, \overrightarrow{e}_z)$ sont des plans de symétrie de la distribution de charges, ce sont donc aussi des plans de symétrie du champ $\overrightarrow{E}$. Le point M appartenant à ces deux plans, le champ $\overrightarrow{E}(M)$ appartient à ces deux plans, donc $\boxed{\overrightarrow{E}(M) = E(z)\overrightarrow{e}_z}$.
De plus, le plan (Oxy) étant un plan de symétrie de la distribution de charges, c'est aussi un plan de symétrie de $\overrightarrow{E}$. Soient deux points $M(z)$ et $M'(-z)$ symétriques par rapport à (Oxy), alors $\overrightarrow{E}(M') = \text{sym}_{(Oyz)}\overrightarrow{E}(M)$. Comme on a montré que $\overrightarrow{E}(M) = E(z)\overrightarrow{e}_z$, alors $\text{sym}_{(Oyz)}E(z)\overrightarrow{e}_z = -E(z)\overrightarrow{e}_z$. On en déduit et $\boxed{E(-z) = -E(z)}$.
• Choix de la surface de Gauss : pavé de base S symétrique par rapport au plan (Oxy) entre z et $-z$
• Calcul du flux sortant
$$\phi = \int_{M\in\Sigma_{\text{sup}}} E(z)\mathrm{d}S - \int_{M\in\Sigma_{\text{inf}}} E(-z)\mathrm{d}S$$
Or $E(-z) = -E(z)$, donc $\boxed{\phi = 2E(z)S}$.
• Expression de la charge intérieure : $Q_{\text{int}} = \sigma S$
• Application du théorème de Gauss
— Si $z > 0$, alors $\overrightarrow{E}(M) = \dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}\overrightarrow{e}_z$
— Si $z < 0$, alors $\overrightarrow{E}(M) = -\dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}\overrightarrow{e}_z$
Le champ n'est pas continu en $z = 0$:
$$\overrightarrow{E}(z = 0^+) - \overrightarrow{E}(z = 0^+) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\overrightarrow{e}_z$$
C'est normal car la distribution de charges n'est pas volumique.</td></tr>
</table>

Notions et contenus	Capacités exigibles	Détail
Étude du condensateur plan modélisé comme la superposition de deux distributions surfaciques, de charges opposées.	Établir et citer l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide.	Définir un condensateur plan. Exprimer le champ électrique entre les armatures. En déduire l'expression de la capacité du condensateur plan dans le vide.

On définit un condensateur plan comme la superposition de deux distributions surfaciques planes de charges opposées. Il faut de plus que les dimensions a des armatures soient grandes devant la distance d qui les sépare.
On négligera les effets de bords. Ainsi on peut considérer que l'on conserve les propriétés de symétrie et d'invariance du plan infini, donc $\overrightarrow{E}(M) = E(z)\overrightarrow{e}_z$.
Le champ est alors nul en dehors du condensateur et dans le condensateur, par principe de superposition, on a

$$\boxed{\overrightarrow{E}(M) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\overrightarrow{e}_z \quad \text{si} \quad 0 < z < d}$$



On exprime la circulation du champ électrique entre A en $z = 0$ et B en $z = d$:

$$\mathcal{C}_{AB} = \int_{z_A}^{z_B} \frac{\sigma}{\epsilon} \mathrm{d}z = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d$$

Or $\mathcal{C}_{AB} = V(A) - V(B) = U$ et $\sigma = Q/S$, on a alors $\dfrac{Qd}{S\epsilon_0} = U$ soit $Q = \underbrace{\dfrac{\epsilon_0 S}{d}}_{C} U$

Établir l'expression de la densité volumique d'énergie électrique dans le cas du condensateur plan.

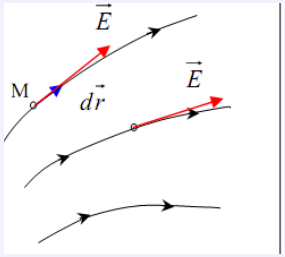
L'énergie électrique emmagasinée correspond au travail électrique reçu par le condensateur :

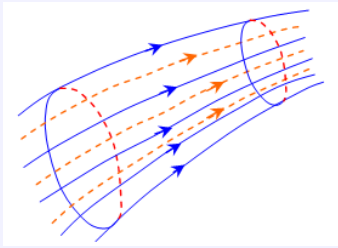
$$U_e = \int ui\mathrm{d}t = \int_0^Q \frac{q}{C}\mathrm{d}q = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CU^2$$

$$u_e = \frac{U_e}{Sd} = \frac{1}{2}\frac{CU^2}{Sd} \quad \text{avec} \quad C = \frac{\epsilon_0 S}{d} \quad \text{et} \quad U = -Ed$$

Remarque : La relation entre la tension U et le champ E est simple car la champ est uniforme ici.
On a alors

$$u_e = \frac{1}{2}\frac{\epsilon_0 (Ed)^2}{d^2} \quad \text{soit} \quad \boxed{u_e = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2}$$

<table>
<tr><th>Notions et contenus</th><th>Capacités exigibles</th><th>Détail</th></tr>
<tr>
<td>Lignes de champ, tubes de champ, surfaces équipotentielles.</td>
<td>Orienter les lignes de champ électrostatique créées par une distribution de charges.
Représenter les surfaces équipotentielles connaissant les lignes de champ et inversement.
Associer les variations de l'intensité du champ électrostatique à la position relative des lignes de champ.
Vérifier qu'une carte de lignes de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution.</td>
<td>Définir une ligne de champ, un tube de champ et une surface équipotentielle.
Les lignes de champ sont les lignes tangentes en chaque point au champ électrostatique. Une ligne de champ est orientée par une flèche indiquant le sens du champ électrostatique.
Un tube de champ est un ensemble de lignes de champ s'appuyant sur une courbe fermée.
Une surface équipotentielle est une surface de potentiel électrostatique constant.



Comment sont orientées les lignes de champ par rapport aux charges ? par rapport au potentiel ? Les lignes de champ sont-elles fermées ?
Les lignes de champ divergent depuis des charges $q > 0$ et convergent vers des charges $q < 0$.
Comme $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V$, les lignes de champ sont orientées dans le sens des potentiels décroissants.
Par conséquent une ligne de champ électrostatique ne peut pas se refermer sur elle-même.
Si le potentiel est maximal en un point, alors les lignes de champ divergent de ce point.
Si le potentiel est minimal en un point, alors les lignes de champ convergent vers ce point.
Comment sont les surfaces équipotentielles par rapport aux lignes de champ ?
Les surfaces équipotentielles sont orthogonales aux lignes de champ. Les points M d'une surface équipotentielle sont solution de
$$\vec{E}(M) \cdot \mathrm{d}\vec{\ell}_M = 0$$
Comment évolue l'intensité du champ électrique le long d'une ligne de champ ?
Dans une zone vide de charges, la norme du champ électrique :
• augmente le long d'une ligne de champ dans la direction où les lignes de champ se resserrent ;
• diminue le long d'une ligne de champ dans la direction où les lignes de champ s'écartent.</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th>Notions et contenus</th><th>Capacités exigibles</th><th>Détail</th></tr>
<tr><td>Énergie potentielle électrostatique d'une charge placée dans un champ électrostatique extérieur.</td><td>Établir et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'une charge ponctuelle placée dans un champ électrostatique extérieur.</td><td>La force électrique est $\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E}(M)$. Comme $\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$, on en déduit
$\overrightarrow{F} = -q\overrightarrow{\text{grad}}V = -\overrightarrow{\text{grad}}E_p$ avec $\boxed{E_p(M) = qV(M)}$</td></tr>
<tr><td>Analogies avec la gravitation.</td><td>Utiliser le théorème de Gauss de la gravitation.</td><td>Construire l'analogie entre électrostatique et gravitation. En déduire l'énoncer du théorème de Gauss gravitationnel.
<table>
<tr><th colspan="2">Interaction électrostatique</th><th colspan="2">Interaction gravitationnelle</th></tr>
<tr><td>Force de Coulomb</td><td>$\overrightarrow{F}_{\text{elec}} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0}\frac{\overrightarrow{e}_r}{r^2}$</td><td>Force de Newton</td><td>$\overrightarrow{F}_{\text{grav}} = -\mathcal{G}m_1 m_2\frac{\overrightarrow{e}_r}{r^2}$</td></tr>
<tr><td>Charge</td><td>q</td><td>Masse</td><td>m</td></tr>
<tr><td>Constante</td><td>$\frac{1}{\epsilon_0}$</td><td>Constante</td><td>$-4\pi\mathcal{G}$</td></tr>
<tr><td>Champ électrique</td><td>$\overrightarrow{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\overrightarrow{e}_r}{r^2}$</td><td>Champ gravitationnelle</td><td>$\overrightarrow{\mathcal{G}} = -\mathcal{G}m\frac{\overrightarrow{e}_r}{r^2}$</td></tr>
<tr><td>Énergie potentielle électrique</td><td>$E_{p,elec} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}$</td><td>Énergie potentielle gravitationnelle</td><td>$E_{p,grav} = -\frac{\mathcal{G}m_1 m_2}{r}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">Théorème de Gauss électrostatique
$\oiint_{M\in S}\overrightarrow{E}(M)\cdot\overrightarrow{n}_{\text{ext}}\text{d}S_M = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}$</td><td colspan="2">Théorème de Gauss gravitationnel
$\oiint_{M\in S}\overrightarrow{\mathcal{G}}(M)\cdot\overrightarrow{n}_{\text{ext}}\text{d}S_M = -4\pi\mathcal{G}M_{\text{int}}$</td></tr>
</table></td></tr>
</table>