EM-3 : Dipôle électrostatique et dipôle magnétique

I Dipôle électrostatique . . . 3
I.1 Définition . . . 3
I.2 Potentiel créé à grande distance . . . 5
I.3 Champ créé à grande distance . . . 7
I.4 Lignes de champ et surfaces équipotentielles . . . 7
I.5 Action d'un champ extérieur sur un dipôle rigide . . . 9
a) Dans un champ uniforme . . . 9
b) Dans un champ non uniforme . . . 11
II Dipôle magnétique . . . 13
II.1 Définition . . . 13
II.2 Champ magnétique créé à grande distance - Lignes de champ . . . 15
II.3 Actions subies par un dipôle magnétique passif dans un champ $\vec{B}$ extérieur . . . 15

MP 2026-2027
Aurore Mangin

Chapitre EM-3

Dipôle électrostatique et dipôle magnétique

Dans ce chapitre, nous allons établir les expressions du potentiel et du champ électrique créés par un dipôle électrostatique. Nous établirons aussi les actions mécaniques subies par un dipôle placé dans un champ électrique extérieur.

Nous transposerons ces expressions au cas d'un dipôle magnétique.

I Dipôle électrostatique

I.1 Définition

Définition n°1 Dipôle électrostatique

On appelle dipôle électrostatique un ensemble de **deux charges opposées** $+q$ et $-q$ avec $q > 0$, assimilées à des charges ponctuelles, dont on étudie les **effets à grande distance** devant la distance qui les sépare.

Remarque : Deux charges de signes opposés s'attirent. Si elles restent à une distance fixe l'une de l'autre, c'est qu'il existe d'autres interactions qui interviennent.

Le modèle du dipôle électrostatique permet de représenter des systèmes de charge totale nulle, mais dont le barycentre des charges négatives N est distinct de celui des charges positives P. On peut citer comme exemple des molécules polaires comme HCl, ou encore H_2O.

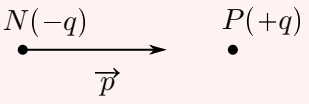
Définition n°2 Moment dipolaire

On définit le moment dipolaire $\vec{p}$ d'un dipôle électrostatique comme

$$\boxed{\vec{p} = q\overrightarrow{NP}}$$

avec la charge $-q$ placée en N et la charge $+q$ placée en P.

$\vec{p}$ s'exprime en C m ou en debye (D) avec $1\,\mathrm{D} = 3{,}336 \times 10^{-30}\,\mathrm{C\,m}$.



Remarque : Le moment dipolaire est toujours dirigé de la charge négative vers la charge positive.

Application n°1 : Moment dipolaire de HF

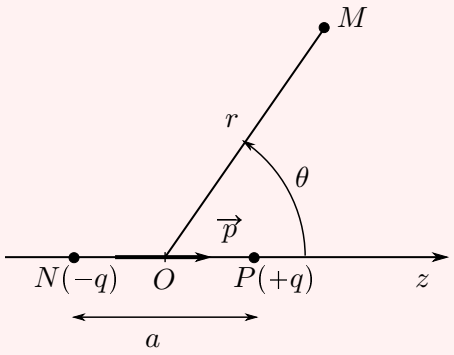
On donne la distance entre les noyaux d'hydrogène et de fluor : $d = 0{,}92 \times 10^{-10}\,\mathrm{m}$.

1. En supposant la liaison ionique, estimer la valeur du moment dipolaire de cette molécule. Représenter la molécule et placer le moment dipolaire.

Définition n°3 Approximation dipolaire

On décrit le point M d'observation par ses coordonnées sphériques (r, θ, ϕ) d'origine O, milieu de $[NP]$, et d'axe (Oz) selon $\overrightarrow{p}$. On note $a = ||\overrightarrow{NP}||$ la taille du dipôle.
L'approximation dipolaire consiste à se placer à grande distance devant la taille du dipôle :

$\boxed{a \ll r}$



Remarque : On appelle dipôle électrique un doublet de charges $\{+q, -q\}$ étudié dans l'approximation dipolaire.
Remarque : Un dipôle électrostatique est un dipôle électrique dont les charges sont fixes.

Application n°2 : Choix des coordonnées sphériques ✍

1. Par étude des symétries et des invariances, justifier le choix du système de coordonnées sphériques pour décrire le point M.

I.2 Potentiel créé à grande distance

Définition n°4 Potentiel à grande distance créé par un dipôle électrique

Soit un doublet de charges $N(-q)$, $P(+q)$, de moment dipolaire $\overrightarrow{p} = qa\overrightarrow{e}_z$. Dans l'approximation dipolaire, le potentiel en un point $M(r, \theta, \phi)$ est donné par

$$\boxed{V(M) = \frac{qa\cos(\theta)}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\overrightarrow{p}\cdot\overrightarrow{e}_r}{4\pi\epsilon_0 r^2}}$$

On remarquera la décroissance en $1/r^2$ alors que le potentiel créé par une charge ponctuelle décroît en $1/r$.

Demonstration ✍

1. Établir l'expression du potentiel.(♥ CE ♥)

I.3 Champ créé à grande distance

Définition n°5 Champ électrique créé par un dipôle électrique

Le champ électrique créé par le dipôle est

$$\boxed{\vec{E}(M) = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3}\left(2\cos(\theta)\vec{e}_r + \sin(\theta)\vec{e}_\theta\right) = \frac{3(\vec{p}\cdot\vec{e}_r)\vec{e}_r - \vec{p}}{4\pi\epsilon_0 r^3}}$$

On remarquera la décroissance de l'intensité du champ en $1/r^3$ alors que celui créé par une charge ponctuelle a une intensité qui décroit en $1/r^2$.

Demonstration

On donne l'opérateur gradient en coordonnées sphériques :

$$\overrightarrow{\text{grad}} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial}{\partial r} \\ \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial}{\partial \theta} \\ \dfrac{1}{r\sin(\theta)}\dfrac{\partial}{\partial \phi} \end{pmatrix}$$

1. Déterminer alors l'expression du champ électrique créé en M par le dipôle électrique.(♥ CE ♥)

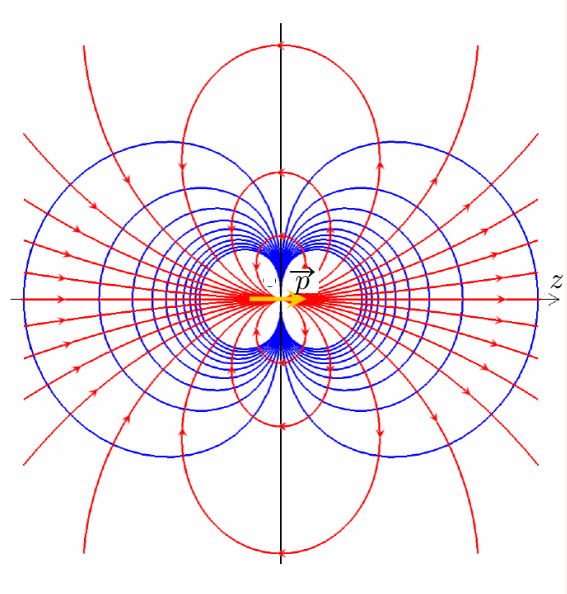
I.4 Lignes de champ et surfaces équipotentielles

Définition n°6 Cartographie des lignes de champ et surfaces équipotentielles

L'équation des surfaces équipotentielles en coordonnées sphériques est donnée par

$$V(r,\theta) = cste \quad \text{soit} \quad \boxed{r^2 = A\cos(\theta)} \quad \text{avec} \quad A = cste$$

Les lignes de champ sont orthogonales aux surfaces équipotentielles. Elles sont tangentes en chaque point au champ électrique en ce point.



Remarque : La figure en trois dimensions s'obtient par rotation de celle-ci autour de l'axe du dipôle.
Remarque : La cartographie n'est valable que dans l'approximation dipolaire, donc loin du dipôle.

Demonstration ✍

1. Établir l'équation des surfaces équipotentielles.
2. Tracer une surface équipotentielle en indiquant quelques valeurs.
3. Représenter le vecteur $\vec{E}(M)$ en différents points. Par étude des symétries, en déduire les symétries des lignes de champ.

I.5 Action d'un champ extérieur sur un dipôle rigide

a) Dans un champ uniforme

Définition n°7 Actions mécaniques exercées sur un dipôle par un champ électrostatique uniforme

Soit un dipôle électrostatique $\vec{p} = q\overrightarrow{NP}$ plongé dans un champ électrostatique uniforme $\vec{E} = \overrightarrow{cste}$.
Les actions mécaniques subies par ce dipôle sont :

- une résultante nulle : $\vec{F} = \vec{0}$;
- un moment $\vec{\Gamma} = \vec{p} \wedge \vec{E}$

Il s'agit d'un couple, donc le moment des actions d'un couple est indépendant du point par rapport auquel on le calcule.

Demonstration ✍

1. Exprimer la force électrique exercée sur chaque charge du dipôle et en déduire que la résultante est nulle.
2. Établir l'expression du moment des forces électriques subies par le dipôle.

Définition n°8 Énergie potentielle

L'énergie potentielle électrique d'un dipôle rigide plongé dans un champ extérieur $\vec{E}_{\text{ext}}$ s'écrit

$$\boxed{E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}_{\text{ext}}}$$

Demonstration ✍

1. Justifier que dans le cas d'un dipôle rigide, l'énergie potentielle d'interaction est nulle.
2. Établir l'expression de l'énergie potentielle du dipôle.

Définition n°9 Positions d'équilibre

L'effet d'un champ électrique extérieur uniforme est d'**orienter le dipôle dans la direction de ce champ et le même sens**.
La position d'équilibre stable correspond au minimum de l'énergie potentielle donc au cas où le dipôle est dans le même sens que le champ extérieur.
La position d'équilibre instable correspond au maximum de l'énergie potentielle donc au cas où le dipôle est dans le sens contraire que le champ extérieur.

Demonstration ✍

1. Justifier à l'aide du moment ou de l'énergie potentielle les positions d'équilibre et leur stabilité.

b) Dans un champ non uniforme

Remarque : Dans le cas d'un champ extérieur non uniforme, les expressions des actions mécaniques sur le dipôle devront être fournies.

Définition n°10 Actions mécaniques d'un champ non uniforme

Les actions mécaniques d'un champ extérieur non uniforme $\vec{E}$ sur un dipôle électrique **rigide** de moment $\vec{p}$ sont :

- la résultante $\vec{F} = \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{p} \cdot \vec{E})$;
- le moment par rapport à O, milieu de $[NP]$: $\vec{M}_O = \vec{p} \wedge \vec{E}(O)$.

L'énergie potentielle d'un dipôle rigide s'exprime alors

$$E_p = -\vec{p} \cdot \vec{E}(O)$$

Remarque : On peut aussi écrire la force sous la forme

$$\vec{F} = (\vec{p} \cdot \overrightarrow{\text{grad}})\vec{E} = \begin{pmatrix} (\vec{p} \cdot \overrightarrow{\text{grad}})E_x \\ (\vec{p} \cdot \overrightarrow{\text{grad}})E_y \\ (\vec{p} \cdot \overrightarrow{\text{grad}})E_z \end{pmatrix}$$

avec

$$\vec{p} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} = p_x \frac{\partial}{\partial x} + p_y \frac{\partial}{\partial y} + p_z \frac{\partial}{\partial z}$$

Définition n°11 Effet d'un champ extérieur non uniforme sur un dipôle rigide

L'effet le plus important est une orientation du dipôle dans la direction et le sens du champ extérieur (selon les lignes de champ).
Une fois que le dipôle est orienté, il est ensuite attiré vers les zones de champ intense.

Demonstration ✍

Soit un champ électrique non uniforme $\vec{E} = E(x)\vec{e}_x$, avec $E(x) > 0$. On place un dipôle électrique rigide de moment dipolaire $\vec{p}$.

1. Justifier que le dipôle s'aligne avec $\vec{E}$.
2. On suppose que le dipôle est aligné avec le champ. Donc $\vec{p} = p\vec{e}_x$ avec $p > 0$. Justifier que le dipôle se déplace vers les zones de champ fort.

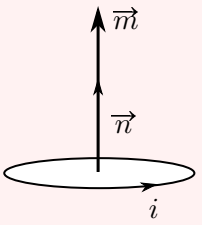
II Dipôle magnétique

II.1 Définition

Définition n°12 Moment magnétique

Le moment magnétique $\overrightarrow{m}$ a été défini en MPSI à partir d'une boucle de courant plane parcourue par un courant i et de surface orientée $\overrightarrow{S} = S\overrightarrow{n}$, orientée corrélativement avec i. Il s'exprime

$$\boxed{\overrightarrow{m} = iS\overrightarrow{n}}$$



Citons des ordres de grandeur de moment magnétique :

- boussole : $1\,\mathrm{A\,m^2}$
- Terre : $7{,}5 \times 10^{22}\,\mathrm{A\,m^2}$
- un atome : $1 \times 10^{-23}\,\mathrm{A\,m^2}$

Remarque : Dans le cas d'un enroulement de fil, le moment magnétique est la somme des moments magnétiques constituant l'enroulement.

Application n°3 : Le magnéton de Bohr ✍

Pour évaluer le moment magnétique d'un atome, nous allons utiliser le modèle semi-classique de Bohr. Pour cela, nous considérons l'électron en orbite circulaire de rayon r autour du noyau placé en O, à la vitesse v. L'électron en orbite est équivalent à une boucle de courant parcourue par un courant i. On note T la période du mouvement circulaire. On notera m_e la masse de l'électron.

1. Montrer que le moment magnétique $\overrightarrow{m}$ associé à l'orbite circulaire de l'électron peut s'écrire
$$\overrightarrow{m} = \gamma \overrightarrow{L}_O$$
avec $\overrightarrow{L}_O$ le moment cinétique de l'électron par rapport au noyau O. Exprimer γ en fonction de e et m, la masse de l'électron.
2. D'après la théorie quantique, l'ordre de grandeur du moment cinétique de l'électron est $\hbar = \dfrac{h}{2\pi} = 1{,}05 \times 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}$. En déduire l'ordre de grandeur du moment magnétique atomique, appelé magnéton de Bohr et noté μ_B. Faire l'application numérique.
3. Sachant qu'un matériau solide contient environ $n \approx 1 \times 10^{29}\,\mathrm{atomes/m^3}$. Estimer le moment magnétique d'un aimant usuel.

Définition n°13 Dipôle magnétique

On appelle dipôle magnétique un circuit filiforme de forme quelconque mais de dimensions petites vis-à-vis des distances d'où on le regarde ou d'où on agit sur lui.

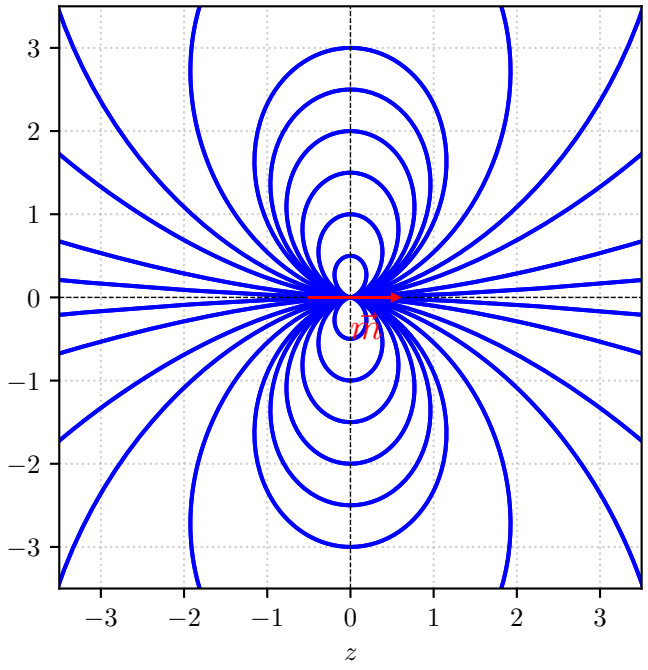
II.2 Champ magnétique créé à grande distance - Lignes de champ

Définition n°14 Champ magnétique créé par un dipôle

On admet l'expression du champ magnétique créé à grande distance d'un dipôle magnétique de moment $\overrightarrow{m}$:

$$\overrightarrow{B} = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3}\left(2\cos(\theta)\overrightarrow{e}_r + \sin(\theta)\overrightarrow{e}_\theta\right) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}\left(3(\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{e}_r)\overrightarrow{e}_r - \overrightarrow{m}\right)$$

On obtient les lignes de champ suivantes :



Remarque : Cette expression peut être obtenue par analogie avec le dipôle électrostatique avec

$$\overrightarrow{p} \leftrightarrow \overrightarrow{m} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\epsilon_0} \leftrightarrow \mu_0$$

$$\overrightarrow{E}(M) = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3}\left(2\cos(\theta)\overrightarrow{e}_r + \sin(\theta)\overrightarrow{e}_\theta\right) \leftrightarrow \overrightarrow{B} = \frac{\mu_0 m}{4\pi r^3}\left(2\cos(\theta)\overrightarrow{e}_r + \sin(\theta)\overrightarrow{e}_\theta\right)$$

II.3 Actions subies par un dipôle magnétique passif dans un champ $\overrightarrow{B}$ extérieur

Définition n°15 Action d'un champ magnétique extérieur uniforme sur un circuit filiforme fermé

Soit un conducteur filiforme fermé caractérisé par un moment magnétique $\overrightarrow{m}$ et **entièrement** plongé dans un **champ magnétique extérieur uniforme** $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$. Les actions mécaniques de Laplace se résument à un couple :

- résultante nulle $\overrightarrow{F}_L = \overrightarrow{0}$
- moment $\overrightarrow{\Gamma}_L = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B}_{\text{ext}}$.

Remarque : Cette généralisation à tout circuit filiforme est admise. En MPSI, vous avez effectué la démonstration sur une spire rectangulaire.

Définition n°16 Action d'un champ magnétique extérieur sur un dipôle magnétique

Soit un dipôle magnétique de moment $\overrightarrow{m}$ placé en O et plongé dans un champ magnétique extérieur $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}$. Ce dipôle magnétique est soumis au moment suivant qui oriente le dipôle dans la même direction et le même sens que $\overrightarrow{B}_{\text{ext}}(O)$:

$$\boxed{\overrightarrow{\Gamma}_L = \overrightarrow{m} \wedge \overrightarrow{B}_{\text{ext}}(O)}$$

L'énergie potentielle d'interaction entre le dipôle et le champ extérieur est admise. Elle est déduite par analogie avec le dipôle électrique :

$$\boxed{E_p = -\overrightarrow{m} \cdot \overrightarrow{B}_{\text{ext}}(O)}$$

La force exercée sur le dipôle est alors

$$\boxed{\overrightarrow{F} = \overrightarrow{\text{grad}}(\overrightarrow{m} \cdot \overrightarrow{B}_{\text{ext}})}$$

Remarque : On peut conclure que l'effet d'un champ magnétique est d'aligner le dipôle avec ce champ, et dans le même sens pour l'équilibre stable. Si le dipôle peut se déplacer, il le fera vers les régions de champ intense.