

– Programme de colle n° 5 : du 12/10 au 16/10 –

Cette semaine, les questions de cours portent sur tout ce qui suit.

Les exercices portent sur le chapitre 5 : Topologie Partie I (uniquement).

CHAPITRE 5 - TOPOLOGIE DES ESPACES VECTORIELS NORMÉS (PARTIE I)

I. NORMES ET ESPACES VECTORIELS NORMÉS.

II. TOPOLOGIE D'UN ESPACE VECTORIEL NORMÉ.

II.1. Voisinage d'un point.

II.2. Ouvert.

II.3. Fermé.

Les boules fermées sont des parties fermées.

Une intersection quelconque de fermés de E est un fermé. Une union finie de fermés de E est un fermé.

Caractérisation séquentielle des fermés.

Tout produit (fini) de fermés est un fermé pour la norme produit. 

II.4. Point intérieur.

L'intérieur de $B_f(a, r)$ est $B(a, r)$. 

L'intérieur de A est le plus grand ouvert contenu dans A (au sens de l'inclusion). 

L'intérieur de A est l'union de tous les ouverts contenus dans A .

II.5. Point adhérent.

L'adhérence de $B(a, r)$ est $B_f(a, r)$. 

L'adhérence de A est le plus petit fermé contenant A (au sens de l'inclusion).

L'adhérence de A est l'intersection de tous les fermés contenant A .

Caractérisation séquentielle d'un point adhérent. 

II.6. Frontière.

$$\text{Fr}(A) = \overline{A} \cap \overline{E \setminus A} = \overline{A} \setminus \overset{\circ}{A}.$$

II.7. Partie dense (bien connaître la définition d'une partie dense).

$\text{GL}_n(\mathbb{K})$ est dense dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ (quelque soit la norme utilisée). 