– Programme de colle n° 7 : du 12 au 15/11 –

Cette semaine, les questions de cours portent sur le chapitre 7 : Révisions d'algèbre linéaire.
Les exercices portent sur le chapitre 6 : Topologie (Partie II).
En second exercice, on pourra poser un exercice sur le chapitre 7 : Révisions d'algèbre linéaire.

Chapitre 7 - Révisions d'algèbre linéaire
Applications linéaires. Dimension finie.

Caractérisation des sommes directes dans le cas de $p \geqslant 2$ sous-espaces vectoriels. ✎

Existence d'un supplémentaire en dimension finie.

Soit $E_1, \ldots, E_n$ des sous-espaces vectoriels de E tels que $E = E_1 \oplus \cdots \oplus E_n$. Pour tout $i \in [\![1, n]\!]$, soit $u_i \in \mathcal{L}(E_i, F)$. Il existe une unique application linéaire f de E dans F telle que : ✎

$$\forall i \in [\![1, n]\!],\ f|_{E_i} = u_i.$$

⚠ Bien connaître les propriétés des projecteurs, et des symétries vectorielles.

L'ensemble des fonctions paires et des fonctions impaires sont deux sous-espaces vectoriels supplémentaires de $\mathcal{F}(\mathbb{R})$ en utilisant la symétrie $s : f \mapsto (x \mapsto f(-x))$. ✎

Définition et propriétés d'un hyperplan.

Théorème de la base incomplète. Théorème de la base extraite.

Dimension d'un produit cartésien d'espaces vectoriels de dimension finie.

Familles libres, génératrices, bases.

$\mathbb{K}[X]$ est de dimension infinie. Toute famille de $\mathbb{K}[X]$ échelonnée en degrés est libre. ✎

Caractérisation des bases en dimension finie (notion de famille libre maximale et de famille génératrice minimale).

Dimension d'une somme directe de deux sous-espaces vectoriels. ✎

Formule de Grassmann. ✎