

# Préparation aux oraux

## TD7 – Mécanique quantique & Ondes

### 0 Notions et contenus – Capacités exigibles

#### 1 Question de cours **CCMP** : Marche de potentiel

États stationnaires d'une particule arrivant avec une énergie  $E$  sur une marche de potentiel  $V$  dans le cas où  $E > V$ .

#### 2 ✎ Exercice « académique » **CCINP Neveu 2023** : Equation de Schrödinger

On étudie une particule de masse  $m$  confinée dans une « boîte » unidimensionnelle de longueur  $a$  modélisée par un puits de potentiel infini :  $V(x) = 0$  pour  $x \in ]0, a[$  et  $V(x) \rightarrow \infty$  en tout autre point de l'axe ( $Ox$ ).

- 1) Donner une condition pour que la fonction d'onde  $\psi(x, t)$ , représentant l'état de la particule, puisse s'écrire sous la forme  $\psi(x, t) = \varphi(x) \cdot \chi(t)$ .
- 2) Rappeler l'équation de Schrödinger. Etablir l'équation vérifiée par  $\varphi(x)$ , i.e. l'équation de Schrödinger indépendante du temps, et établir l'expression de  $\chi(t)$ .
- 3) Résoudre l'équation de Schrödinger indépendante du temps.
- 4) Déterminer les énergies  $E_n$  accessibles à la particule.
- 5) Tracer l'allure des courbes représentatives des fonctions  $\varphi_1(x)$ ,  $\varphi_2(x)$  et  $\varphi_3(x)$ .

6) Application :

On considère la molécule d'Hexa-1,3,5-triène qui présente une chaîne d'insaturations conjuguées :



Hypothèses :

- Le squelette carboné de la molécule est vu comme un puits de potentiel infini, i.e. une boîte quantique « 1 D » de longueur  $a$  ;
- Les électrons mobiles sont indépendants les uns des autres et sont libres de se déplacer sur le squelette carboné ;
- Chaque électron est donc piégé dans un puits de potentiel identique à celui qui a été étudié dans les questions précédentes ;
- Chaque niveau d'énergie  $E_n$ , déterminé précédemment, peut être au maximum peuplé de 2 électrons.

L'état fondamental de la molécule d'Hexa-1,3,5-triène peut être représenté ainsi :

- Un niveau d'énergie appelé « plus haut niveau occupé », en anglais HOMO pour Highest Occupied Molecular Orbital,
  - Un niveau d'énergie appelé « plus bas niveau vacant », en anglais LUMO pour Lowest Unoccupied Molecular Orbital
- 6) a) Identifier les niveaux HOMO et LUMO.  
b) En déduire la longueur d'onde maximale du spectre d'absorption de la molécule d'Hexa-1,3,5-triène.

**Donnée** : longueurs de liaison en pm

d(C–C)	d(C=C)	d(C≡C)
154	134	120

### 3 CCS1 : Effet photoélectrique

On souhaite déterminer la constante de Planck en utilisant l'effet photoélectrique. Pour cela, on réalise le montage représenté figure 1.

1. Rappeler en quelques mots en quoi consiste l'effet photoélectrique. En quelle année, Albert Einstein proposait-il une explication faisant intervenir la notion de particule de lumière ?
2. Montrer que le circuit électrique permet de faire varier la tension  $V$  de  $-E$  à  $+E$ . En considérant que la résistance équivalente au circuit électrique dans l'ampoule est très grande devant les autres résistances du circuit, exprimer  $V$  en fonction de  $x$ ,  $E$ .
3. Dans un premier temps, on constate que quelle que soit la valeur de  $V$ , l'intensité détectée est nulle si la fréquence du rayonnement incident,  $f$ , est inférieure à une certaine valeur, appelée pour la suite  $f_0$  et ce quelle que soit la puissance du rayonnement incident. En quoi ce résultat est-il incompatible avec une approche ondulatoire du phénomène ?
4. Dans un second temps, on constate que pour une fréquence donnée, il existe une valeur du potentiel  $V$ , dont la valeur absolue est notée  $V_{\text{arrêt}}$ , pour laquelle le courant détecté s'annule et ce quelle que soit la puissance de l'onde incidente. En quoi ce résultat est-il incompatible avec une approche ondulatoire du phénomène ?
5. La relation proposée par Einstein est

$$hf = K_{\text{max}} + \Phi \quad (1)$$

où  $K_{\text{max}}$  est l'énergie maximale d'un photo-électron et où  $\Phi$  est le travail d'extraction du métal.

- a. Interpréter physiquement l'équation 1 et notamment préciser pourquoi un électron peut être éjecté du métal avec une énergie cinétique inférieure à  $K_{\text{max}}$ .
  - b. Récrire l'équation 1 en faisant intervenir  $f_0$  et  $V_{\text{arrêt}}$ .
6. Afin de mesurer  $h$ , on détermine  $V_{\text{arrêt}}$  pour différente valeur de  $f$ . Le graphe obtenu est représenté figure 2. En déduire la valeur expérimentale de  $h$ . Conclure.

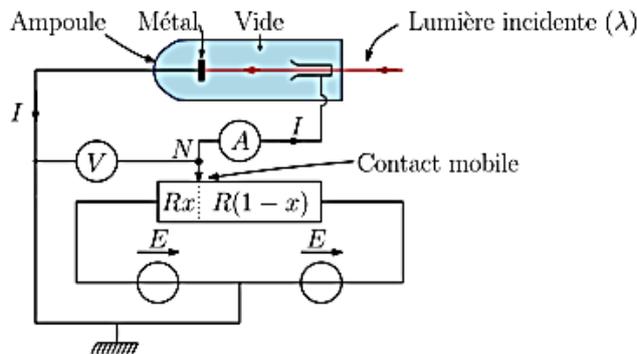
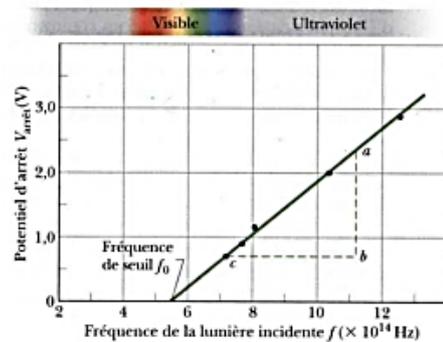


Figure 1 Dispositif expérimental



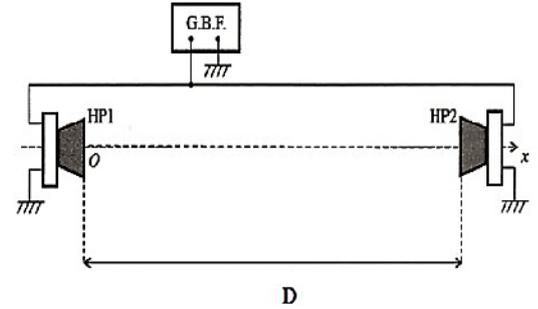
$$ab = 2,35 \text{ V} - 0,72 \text{ V}$$

$$bc = (11,2 - 7,2) \times 10^{14} \text{ Hz}$$

Figure 2  $V_{\text{arrêt}}$  en fonction de  $f$

#### 4 ➤ Exercice « académique » CCINP Escot 2023 : Ondes acoustiques

On dispose de deux haut-parleurs, alimentés en parallèle par un générateur basses fréquences (GBF) de fréquence  $f = 1280 \text{ Hz}$ . On utilise les deux haut-parleurs, placés face à face à une distance  $D$ , le long de l'axe  $Ox$ . On place entre eux un microphone de taille négligeable relié à un oscilloscope. On note  $P_1(x, t)$  le signal associé à l'onde issue du haut-parleur 1 et  $P_2(x, t)$  le signal associé à l'onde issue du haut-parleur 2. Ces grandeurs sont additives.



- 1) Sachant que  $P_1(0, t) = P_2(D, t) = P_0 \sin(\omega t)$ , déterminer les expressions de  $P_1(x, t)$  et de  $P_2(x, t)$ .
- 2) Déterminer le signal  $P(x, t)$  en un point M d'abscisse  $x \in [0, D]$ .
- 3) Quelles sont les 2 familles de points dans un état vibratoire particulier que l'on peut distinguer ? Préciser leurs abscisses.
- 4) Sachant que la distance entre 2 points d'une même famille est  $e = 13,5 \text{ cm}$  et que l'onde a pour fréquence  $f = 1280 \text{ Hz}$ , déterminer la célérité de l'onde sonore dans les conditions de l'expérience.
- 5) Les 2 haut-parleurs ont cette fois des fréquences différentes mais très proches. Qu'observe-t-on à l'oscilloscope ?

#### 5 ➤ Résolution de problème CMT : Corde vibrante

On étudie une corde horizontale telle que :

- une des extrémités est excitée par un vibreur alimenté par un GBF. Le vibreur impose un mouvement vertical sinusoïdal ;
- l'autre extrémité est reliée, au travers d'une poulie, à une sphère de masse  $m = 500 \text{ g}$ .

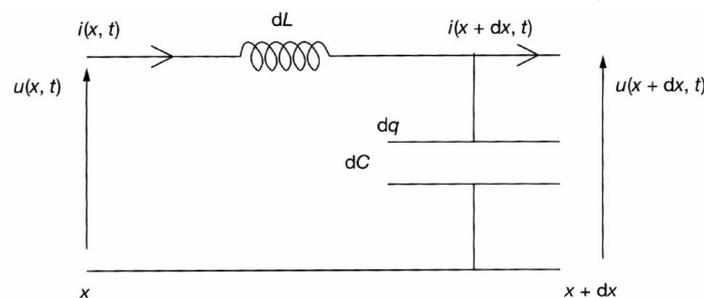
Dans cette configuration, la corde oscille selon le mode propre de rang 2. Ensuite la sphère est totalement immergée dans un récipient d'eau. Dans cette 2<sup>e</sup> configuration, la corde oscille selon le mode propre de rang 5.

☞ Que vaut le rayon R de la sphère ?

**Donnée** : Célérité d'une onde le long d'une corde :  $c = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$ , où  $T$  est la tension de la corde et  $\mu$  sa masse linéique.

#### 6 Exercice « académique » CMT : Ligne de propagation sans perte

Une tranche infinitésimale d'épaisseur  $dx$  d'une ligne électrique bifilaire peut être modélisée par le schéma ci-dessous comportant une inductance élémentaire  $dL = \Lambda dx$  et une capacité élémentaire  $dC = \Gamma dx$ .



On traite ce circuit de faible dimension  $dx$  dans l'Approximation des Régimes Quasi Stationnaires (ARQS).

- 1) Etablir les équations aux dérivées partielles reliant  $u(x, t)$  et  $i(x, t)$ .
- 2) En déduire l'équation vérifiée par  $u(x, t)$ .
- 3) On place en  $x = 0$  un GBF imposant une tension  $u(t) = U_1 \cos(\omega t)$  et en  $x = L$  un court-circuit. Déterminer la forme de la solution dans ces conditions parmi les solutions ci-dessous et exprimer  $k$  en fonction de  $\omega$ .

$$u(x, t) = U_0 \cos(\omega t - kx) \text{ ou } u(x, t) = U_0 \cos(\omega t) \cos(kx + \varphi)$$

## Rapports

### Physique quantique

#### CCINP 2023

Les candidats ne connaissent pas l'**équation de Schrödinger** pour la plupart.

**Confusion** fréquente entre le **photon** et les **particules matérielles**. La **relation de de Broglie sur la quantité de mouvement** est souvent méconnue, voire souvent **confondue avec la relation d'Einstein**.

Rappelons un point fondamental qui a déjà été signalé dans les rapports précédents : les **solutions de l'équation stationnaire de Schrödinger** ne doivent pas être données le cas échéant **sous la forme** d'un  $A\cos(kx) + B\sin(kx)$ , mais sous la forme  **$A\exp(ikx) + B\exp(-ikx)$** , autrement dit sous la forme **d'ondes progressive et régressive**. Il est, entre autres, impossible de faire apparaître un coefficient de réflexion si l'on n'a pas opté pour le bon formalisme !

Nombreux sont les candidats qui ignorent ce qu'est un **électronvolt**.

#### CCS 2022

Certains étudiants **confondent les relations de Planck-Einstein et De Broglie**. Les relations de **Heisenberg** sont toujours citées sans problème mais parfois mal **comprises**.

Certains candidats semblent aussi découvrir au moment de l'oral que la **fonction d'onde possède une dimension**. Le signe des énergies quantiques a, comme dans le cas classique, une signification physique qu'il convient d'explorer.

Il n'est pas raisonnable de se présenter à un oral de ce niveau sans être capable de traiter, rapidement et sans erreur, quelques situations qui relèvent de l'application directe des notions de base du programme.

On peut citer, sans être exhaustif, la **détermination justifiée**, au moins dans le cas **unidimensionnel** :

- de la **forme générale d'une fonction d'onde d'un état stationnaire** ;
- des **énergies quantifiées dans un puits de potentiel infini**.

#### CCMP 2023

Les candidats savent en majorité résoudre l'équation de Schrödinger, mais certains méconnaissent le **lien entre fonction d'onde et densité de probabilité de présence**. La notion de **densité de courant de probabilité** n'est pas bien assimilée, en particulier son **analogie avec la densité de courant électrique**.