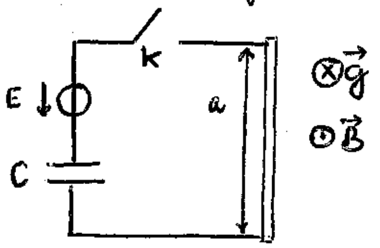
Mvt d'une tige   Mopty 2023 CCINP



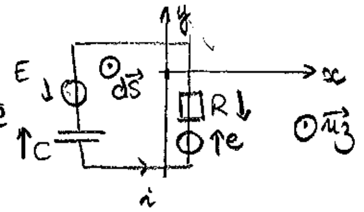
Analyse qualitative : on ferme K $\Rightarrow$ courant $i_0 \Rightarrow \vec{F_L} = i_0 \vec{dl} \wedge \vec{B}$ $\Rightarrow$ mvt tige à droite

$\Rightarrow$ variat° du flux de $\vec{B}$ au travers du circuit

$\Rightarrow$ fem induite et courant induit qui s'oppose au courant initial délivré par le GBF.

loi de Faraday   Lenz

syst {tige} solide en translat° rect. / à R_T terrestre galiléen
↳ masse m



BdF : $\vec{P} = -mg\vec{u_z}$

$\vec{R} = R_N \vec{u_z}$ hyp ∅ frott°

$\vec{F_L} = i\vec{dl} \wedge \vec{B} = iaB\,\vec{u_x}$

PFD : $m\ddot{x}\,\vec{u_x} = iaB\,\vec{u_x} + \vec{P} + \vec{R}$

selon (Ox) : $m\ddot{x} = iaB$.   (1)

circuit élec $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ avec $\Phi = \iint \vec{B}\cdot\vec{dS} = Bax$ $\Rightarrow e = -Ba\dot{x}$

loi des mailles : $E - u_C + e - u_R = 0$.

$E - u_C - Ba\dot{x} - Ri = 0$

on dérive par rapport au tps :

$0 - \frac{du_C}{dt} - Ba\ddot{x} - R\frac{di}{dt} = 0.$

$+\frac{i}{C} + Ba\ddot{x} + R\frac{di}{dt} = 0.$ (2).

$\left[\frac{(Ba)^2}{m}\right] = \left[\frac{1}{C}\right]$?

$u_m = \frac{B^2}{2\mu_0} \Rightarrow B^2 = \frac{E}{L^3}\cdot\frac{1}{c^2\varepsilon_0}$

$\Rightarrow B^2a^2 = \frac{E}{\cancel{L}}\cdot\frac{T^2}{L^2 C}$ ✓

$\frac{B^2a^2}{m} = \frac{\cancel{M}\,L^2\,T^{-2}\,\cancel{T^2}}{L^2 C\,\cancel{M}}$ ✓

2) on réinjecte (1) dans (2) :

$\ddot{x} = \frac{iaB}{m}$

$\frac{i}{C} + Ba\frac{iaB}{m} + R\frac{di}{dt} = 0.$

$$\frac{di}{dt} + \underbrace{\left[\frac{1}{RC} + \frac{(Ba)^2}{Rm}\right]}_{1/\tau} i = 0 \quad \rightarrow \tau = \frac{R}{\frac{1}{C} + \frac{(Ba)^2}{m}}$$

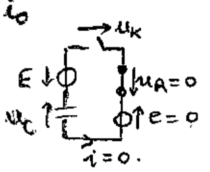
RP φ^0

-||-(=)- L

plus de i plus de $\vec{F_L}$.

$\boxed{i(t) = Ke^{-t/\tau}}$ $i(t=0) = K = i_0$

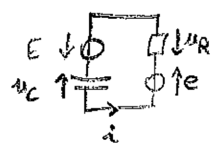
CI : à $t < 0$ $i(t) = 0$



Condensateur déchargé ? $u_C = 0$.

à $t = 0^+$ continuité de $u_C(t)$ $u_C(0^+) = u_C(0^-) = 0$

$e(0^+) = -Ba\dot{x}(0^+) = -Ba\dot{x}(0^-) = 0.$



$\Rightarrow$

$v = \dot{x}$? on a $\ddot{x} = \frac{aB}{m} i = \frac{aB}{m} i_0 e^{-t/\tau}$

$$\dot{x} = \frac{aB}{m} i_0 \cdot \frac{1}{-1/\tau} e^{-t/\tau} + \underbrace{A}_{\text{cste}}$$

$$\dot{x} = -\frac{aB i_0}{m} \tau e^{-t/\tau} + A$$

or $\dot{x}(0) = 0 = -\frac{aBi_0}{m}\tau + A \Leftrightarrow A = \frac{aBi_0}{m}\tau$

$$\Rightarrow \dot{x} = \underbrace{\frac{aBi_0}{m}\tau}_{v_0}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

3). Énergie fournie par générateur $\mathcal{P} = E \times i = E i_0 e^{-t/\tau}$

↳ conv$^{\text{e}}$ générateur

et $\mathcal{E} = \int_0^t \mathcal{P}(t')dt' = E i_0 \int_0^t e^{-t'/\tau} dt' = E i_0 \left[\frac{e^{-t/\tau}}{-1/\tau}\right]_0^t = E i_0 (-\tau).\left(e^{-t/\tau} - 1\right)$

$\Leftrightarrow \mathcal{E} = E i_0 \tau \left(1 - e^{-t/\tau}\right)$

pour $t \in [0, +\infty[$ $\mathcal{E}_{tot} = E i_0 \tau = E . \frac{E}{\cancel{R}} . \frac{\cancel{R}}{\frac{1}{C} + \frac{(Ba)^2}{m}}$