TDT1 – Transformation infinitésimale – Révisions MPSI

0 Exercices classiques vus en cours :

B.3.b : Démonstration du théorème des moments
B.3.c : Justification de l'allure des courbes (iso-…) dans le diagramme des frigoristes

Capacités exigibles	ChT1	Ex 1-6
Formulation des principes de la thermodynamique pour une transformation élémentaire. Utiliser avec rigueur les notations d et δ en leur attachant une signification.	•	•

Données pour l'ensemble des exercices :

- Expressions de l'entropie d'un gaz parfait :

$* S(T,V) = \frac{nR}{\gamma-1} ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nRln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0$ $\quad$ $* S(P,V) = \frac{nR}{\gamma-1} ln\left(\frac{P}{P_0}\right) + \frac{nR\gamma}{\gamma-1}\ ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0$

$* S(T,P) = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - nRln\left(\frac{P}{P_0}\right) + S_0$

- Expressions de l'entropie d'une phase condensée idéale :

$$S\ (T) = Cln\left(\frac{T}{T_0}\right) + S_0$$

Rq : Ces expressions se démontrent avec une identité thermodynamique (cf MPSI et ex 1).

1 Entropie d'un gaz parfait et loi de Laplace

On s'intéresse à un système formé de n moles de gaz parfait.
1) A partir d'une identité thermodynamique, établir l'expression de l'entropie de ce système sous la forme :

$$S(T,V) = \frac{nR}{\gamma-1} ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nRln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0$$

Le système étudié subit une transformation adiabatique et réversible entre l'état initial (P_1, V_1, T_1) et l'état final (P_2, V_2, T_2).
2) Démontrer la loi de Laplace i.e. que, pendant la transformation, on a $PV^\gamma = cste$.

2 Irréversibilité créée par une hétérogénéité de pression

Dans un cylindre calorifugé, on place n moles de gaz parfait monoatomique, à la température T_0 et à la pression P_0, et on ferme l'enceinte par un piston lui aussi calorifugé, se déplaçant sans frottement, mais initialement bloqué. On note V_0 le volume initial du cylindre. De l'autre côté du piston, l'atmosphère forme un pressostat à la pression $P_1 = \frac{3}{2}P_0$.
1. On libère le piston et on attend l'équilibre mécanique. Déterminer la pression finale P_f, le volume final V_f et la température finale T_f du gaz.
2. Exprimer la variation d'entropie du gaz. Commenter.

3 Equilibre thermique d'un cylindre – Trempe

Soit un cylindre de rayon r, de température initiale T_0, que l'on refroidit en le plongeant dans un fluide de température constante fixée à T_f ($T_f < T_0$). On désigne par *c* la capacité thermique massique supposée constante et par µ la masse volumique du cylindre. Le cylindre évacue de la chaleur* à raison d'une quantité transférée $h.(T-T_f)$ par unité de temps et de surface où T désigne la température à un instant quelconque du cylindre, supposée être toujours uniforme, et h est un coefficient de proportionnalité constant. On néglige la surface extérieure des deux bords du cylindre par rapport à sa surface latérale.

1) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par T(t), température du cylindre à un instant t après la mise en contact avec le fluide.

2) En déduire T(t) en fonction de h, µ, *c*, r, T_0 et T_f.

* *cf ChT4 : transfert conducto-convectif.*

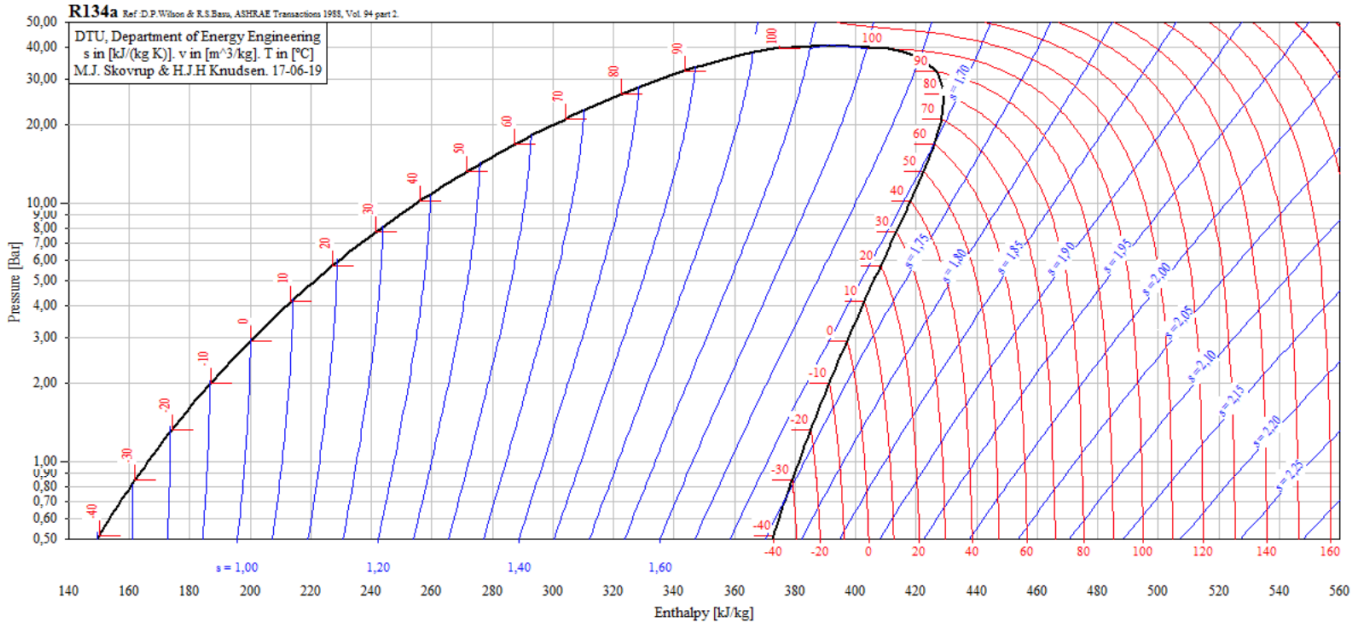
4 Exploitation du diagramme des frigoristes pour la transformation du fluide R134a

Du fluide réfrigérant R134a subit le cycle thermodynamique suivant. À la sortie du condenseur, le fluide est dans l'état, noté (1), de liquide saturant à la température T = 40°C. Il subit alors une détente isenthalpique dans un détendeur qui abaisse sa pression de 8 bar et l'amène à l'état noté (2). Il traverse, sans chute de pression, un évaporateur dans lequel il reçoit une grande quantité d'énergie, suffisante pour l'amener à sa température de vapeur saturante augmentée de +10°C qui représente l'état (3). La vapeur sèche est alors comprimée de façon isentropique jusqu'à atteindre l'isobare de départ au point (4).

1) Placer les points (1) à (4) sur le diagramme des frigoristes ci-dessous.

2) Quelle est la température des points (2), (3) et (4) ?

3) Que vaut le titre en vapeur du point (2) ?



5 Table thermodynamique incomplète

Un extrait incomplet de la table des grandeurs thermodynamiques relatives à l'eau à saturation est donné figure 6. T est la température et P_s la pression de vapeur saturante à la température T. Les grandeurs notées « prime » ($'$) sont relatives au liquide saturant, et les grandeurs notées « seconde » ($''$) sont relatives à la vapeur saturante. l_{vap} et s_{vap} désignent respectivement la chaleur latente et l'entropie massique de vaporisation.

1 - Rappeler l'allure du diagramme des phase (P,T) de l'eau. Quelles sont les limites de la courbe de vaporisation ? En déduire d'après la table la température et la pression au point triple et au point critique.

2 - Rappelez la relation entre h', h'' et l_{vap} ainsi que celle entre s', s'' et s_{vap}.

3 - Quelle est, d'après la table, l'origine des entropies massiques ? Commenter.

4 - Rappelez la relation entre l'énergie interne massique u, l'enthalpie massique h, la pression P et le volume massique v. Justifier alors qu'il ne soit pas nécessaire d'ajouter à la table les valeurs de u' et u''.

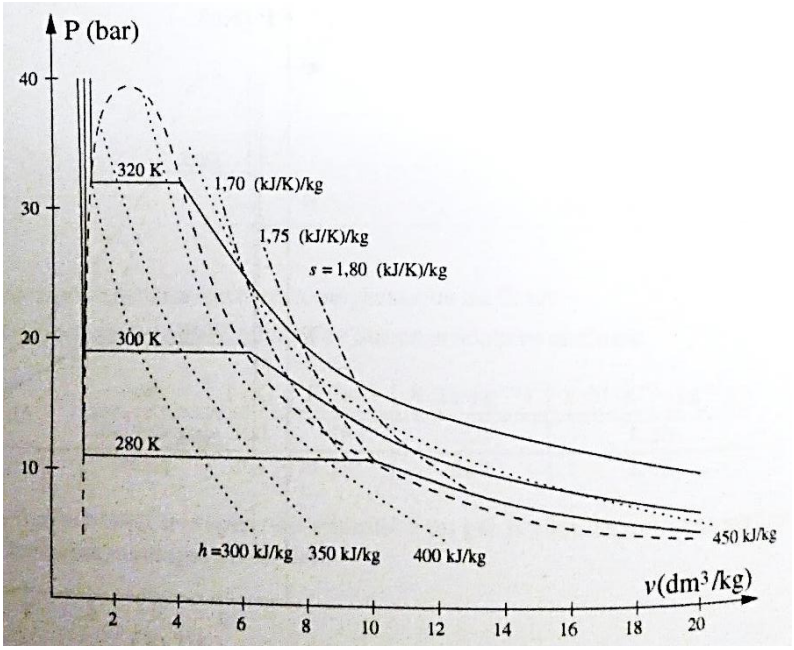
5 - Compléter les cases vacantes du tableau.

T °C	P_s kPa	v' $m^3 \cdot kg^{-1}$	v'' $m^3 \cdot kg^{-1}$	h' $kJ \cdot kg^{-1}$	h'' $kJ \cdot kg^{-1}$	l_{vap} $kJ \cdot kg^{-1}$	s' $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	s'' $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	s_{vap} $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
0,01	0,6117	0,001000	206,14	0,01	2500,9	2500,9	0,000	9,1556	9,1556
20	2,3392	0,001002	57,762	83,915	?	2453,5	0,2965	8,6661	8,3696
40	7,3851	0,001008	19,515	167,53	2573,5	2406,0	?	8,2556	7,6832
60	19,947	0,001017	7,6670	251,18	2608,8	2357,7	0,8313	?	?
80	47,416	0,001029	3,4053	335,02	2643,0	2308,0	1,0756	7,6111	6,5355
100	101,42	0,001043	1,6720	419,17	2675,6	2256,4	1,3071	7,3542	6,0470
200	1554,9	0,001157	0,1272	852,26	2792,0	1939,8	2,3305	6,4302	4,0997
374,14	22090	0,003106	?	?	2084,3	?	4,4070	?	0

Figure 6 – Extrait de table incomplet.

6 Détente isenthalpique d'un fluide – Exploitation du diagramme de Clapeyron

Un fluide à l'état d'ébullition à la température initiale T_i = 320 K subit une détente isenthalpique jusqu'à une pression finale P_f = 11 bar. Voici le diagramme de Clapeyron (P,v) de ce fluide.



1) Déterminer la température finale T_f.
2) Déterminer le titre massique final en vapeur x_f.
3) En déduire la capacité thermique massique c de ce fluide à l'état liquide, supposée indépendante de la température. *Aide : On considèrera pour cela une transformation fictive entre l'état initial et l'état final.*

Donnée :
Enthalpie de vaporisation du fluide étudié à 280 K : $\Delta h_{vap} = 215\ kJ.kg^{-1}$.

7 Calorimétrie : détermination d'une capacité thermique *(Révisions MPSI)*

Afin de mesurer la capacité thermique massique du cuivre, on propose d'utiliser la méthode des mélanges. On dispose d'une pièce de cuivre de masse m_2 et d'un calorimètre de masse en eau* m_c.

On introduit une masse m_1 d'eau à température ambiante dans le calorimètre et on attend 15 minutes la mise à l'équilibre thermique de l'ensemble. Parallèlement, on immerge l'échantillon de cuivre dans un bécher rempli d'eau placé sur l'agitateur chauffant. On chauffe l'ensemble en agitant jusqu'à la température T_2. La géométrie de l'échantillon de cuivre permet de faire l'hypothèse que l'équilibre thermique entre le solide et l'eau dans laquelle il est plongé est très rapidement atteint.
Lorsque la température T_2 est atteinte, l'échantillon de cuivre est sorti du bain chaud, et plongé immédiatement dans le calorimètre. On ferme alors le calorimètre avec son couvercle isolant.
Avant l'ajout de l'échantillon de cuivre, le calorimètre et son contenu sont à la température T_1.
Une fois l'échantillon ajouté, on mesure au bout de 5 minutes la température d'équilibre T_f.

➲ On note c la capacité thermique massique du cuivre, et $c_{eau(l)}$ celle de l'eau liquide. Exprimer c en fonction de $c_{eau(l)}$, T_1, T_2, T_f, m_1, m_2 et m_c.

8 Calorimétrie : mesure de l'enthalpie massique de fusion de l'eau à 0°C *(Révisions MPSI)*

On décrit ci-après un protocole expérimental permettant de mesurer l'enthalpie massique de fusion de l'eau à 0°C, notée $L_{fus}(0°C)$.
Pour cela, on utilise en particulier un calorimètre et une résistance chauffante.

> Le calorimètre, de valeur en eau* μ, contient au départ une masse m_1 d'eau liquide, l'ensemble {calorimètre + résistance chauffante + eau liquide} étant à l'équilibre à la température T_1.
> Puis on introduit dans le calorimètre une masse m_g de glace à la température $T_0 = 0°C$.
> Simultanément, on alimente la résistance chauffante en maintenant une tension constante U à ses bornes.
> On attend que la glace ait complètement fondu et on chauffe encore un peu jusqu'à atteindre la température T_2. On mesure τ la durée pendant laquelle la résistance chauffante est alimentée.

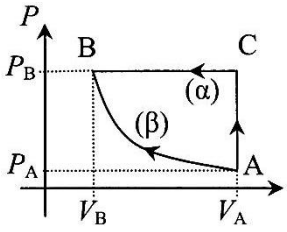
➲ On note $c_{eau(l)}$ la capacité thermique massique de l'eau liquide. Exprimer $L_{fus}(0°C)$ en fonction de $c_{eau(l)}$, T_1, T_2, T_0, m_1, m_g, μ, U, τ et R.

<u>Rq</u> sur les exercices 7 et 8 :

- ** On rappelle que la masse en eau ou valeur en eau du calorimètre est définie comme le rapport entre sa capacité thermique et la capacité thermique massique de l'eau liquide.*
- *Cf TP pour un autre exemple d'expérience de calorimétrie axé sur la thermochimie.*

9 Transformations d'un gaz parfait *(Révisions MPSI)*

On fait passer une certaine quantité de gaz parfait d'un état d'équilibre A (P_A, V_A, T_A) à un autre état d'équilibre B ($P_B = 3P_A$, V_B, T_B) par deux chemins distincts :



- α : isochore AC puis isobare CB ;
- β : isotherme réversible AB.

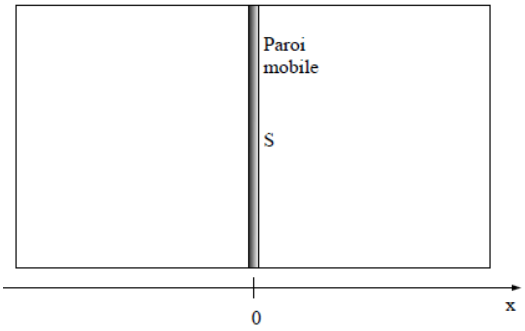
1) Déterminer T_B et V_B ainsi que les travaux et transferts thermiques reçus par le gaz au cours des transformations α et β. Commenter les résultats obtenus.

2) Déterminer les variations d'entropie du système au cours de chaque étape de la transformation α puis au cours de la transformation β. Commenter.

10 Enceinte à deux compartiments *(Révisions MPSI)*

On place dans les deux compartiments d'une enceinte la même quantité n = 2,00 mol de deux gaz identiques (cf figure ci-contre). Ces deux compartiments sont séparés par une paroi mobile sans frottement, de section S = 200 cm².

Initialement, les deux gaz ont même température T_0 = 300 K et même pression P_0 = 10,0 bar, et la paroi est au milieu de l'enceinte, à l'abscisse x = 0.



1. Déterminer le volume initial V_0 de gaz dans chaque enceinte.
2. On élève la température du gaz du compartiment de gauche jusqu'à T_G = 350 K, tout en maintenant la température T_D du compartiment de droite à T_0. Déterminer la nouvelle l'abscisse $x_{éq}$ d'équilibre du piston.