TDT1 – Transformation infinitésimale – Révisions MPSI

0 Exercices classiques vus en cours :

B.3.b : Démonstration du théorème des moments
B.3.c : Justification de l'allure des courbes (iso-…) dans le diagramme des frigoristes

Capacités exigibles	Ch T1	Ex 1	Ex 2	Ex 3	Ex 4	Ex 5	Ex 6	Ex 7
Formulation des principes de la thermodynamique pour une transformation élémentaire. Utiliser avec rigueur les notations d et δ en leur attachant une signification.	•	•	•	•	•	•	•	•

<u>Données pour l'ensemble des exercices :</u>

◆ Expressions de l'entropie d'un gaz parfait :

$$* \, S(T,V) = \frac{nR}{\gamma - 1} ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nRln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0 \qquad * \, S(P,V) = \frac{nR}{\gamma - 1} ln\left(\frac{P}{P_0}\right) + \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}\, ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0$$

$$* \, S(T,P) = \frac{nR\gamma}{\gamma - 1} ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - nRln\left(\frac{P}{P_0}\right) + S_0$$

◆ Expressions de l'entropie d'une phase condensée idéale :

$$S\,(T) = Cln\left(\frac{T}{T_0}\right) + S_0$$

<u>Rq</u> : Ces expressions se démontrent avec une identité thermodynamique (cf MPSI et ex 1).

1 Entropie d'un gaz parfait et loi de Laplace

On s'intéresse à un système formé de n moles de gaz parfait dont le rapport des capacités thermiques γ est constant.

1) A partir d'une identité thermodynamique, établir l'expression de l'entropie de ce système sous la forme :

$$S(P,V) = \frac{nR}{\gamma - 1} ln\left(\frac{P}{P_0}\right) + \frac{nR\gamma}{\gamma - 1}\, ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0$$

Le système étudié subit une transformation adiabatique et réversible entre l'état initial (P_1, V_1, T_1) et l'état final (P_2, V_2, T_2).

2) Démontrer la loi de Laplace i.e. que, pendant la transformation, on a $PV^\gamma = cste$.

2 Irréversibilité créée par une hétérogénéité de pression

Dans un cylindre calorifugé, on place n moles de gaz parfait monoatomique, à la température T_0 et à la pression P_0, et on ferme l'enceinte par un piston lui aussi calorifugé, se déplaçant sans frottement, mais initialement bloqué. On note V_0 le volume initial du cylindre. De l'autre côté du piston, l'atmosphère forme un pressostat à la pression $P_1 = \frac{3}{2} P_0$.

1. On libère le piston et on attend l'équilibre mécanique. Déterminer la pression finale P_f, le volume final V_f et la température finale T_f du gaz.
2. Calculer la variation d'entropie du gaz. Commenter.

3 Equilibre thermique d'un cylindre – Trempe

Soit un cylindre de rayon r, de température initiale T_0, que l'on refroidit en le plongeant dans un fluide de température constante fixée à T_f ($T_f < T_0$). On désigne par c la capacité thermique massique supposée constante et par µ la masse volumique du cylindre. Le cylindre évacue de la chaleur* à raison d'une quantité transférée $h.(T-T_f)$ par unité de temps et de surface où T désigne la température à un instant quelconque du cylindre, supposée être toujours uniforme, et h est un coefficient de proportionnalité constant. On néglige la surface extérieure des deux bords du cylindre par rapport à sa surface latérale.

1) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par T(t), température du cylindre à un instant t après la mise en contact avec le fluide.

2) En déduire T(t) en fonction de h, µ, c, r, T_0 et T_f.

* *cf ChT4 : transfert conducto-convectif.*

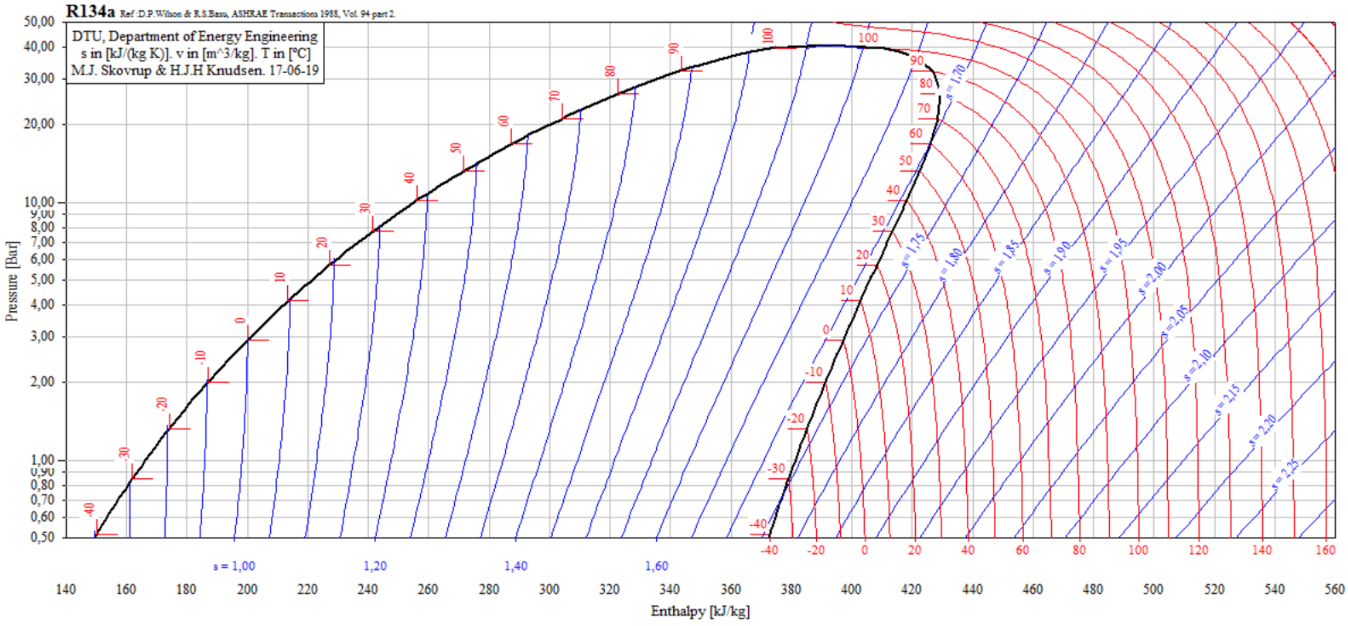
4 Exploitation du diagramme des frigoristes pour la transformation du fluide R134a

Du fluide réfrigérant R134a subit le cycle thermodynamique suivant. À la sortie du condenseur, le fluide est dans l'état, noté (1), de liquide saturant à la température T = 40°C. Il subit alors une détente isenthalpique dans un détendeur qui abaisse sa pression de 8 bar et l'amène à l'état noté (2). Il traverse, sans chute de pression, un évaporateur dans lequel il reçoit une grande quantité d'énergie, suffisante pour l'amener à sa température de vapeur saturante augmentée de +10°C qui représente l'état (3). La vapeur sèche est alors comprimée de façon isentropique jusqu'à atteindre l'isobare de départ au point (4).

1) Placer les points (1) à (4) sur le diagramme des frigoristes ci-dessous.

2) Quelle est la température des points (2), (3) et (4) ?

3) Que vaut le titre en vapeur du point (2) ?



5 Détente isenthalpique du fréon – Exploitation des tables thermodynamiques

On fait subir à du fréon une détente isenthalpique, dite de Joule-Thomson, à partir d'un état correspondant au liquide saturant (liquide sur le point de se vaporiser), $T_1 = 303\ K$, et qui l'amène à un état final de température $T_2 = 237\ K$.

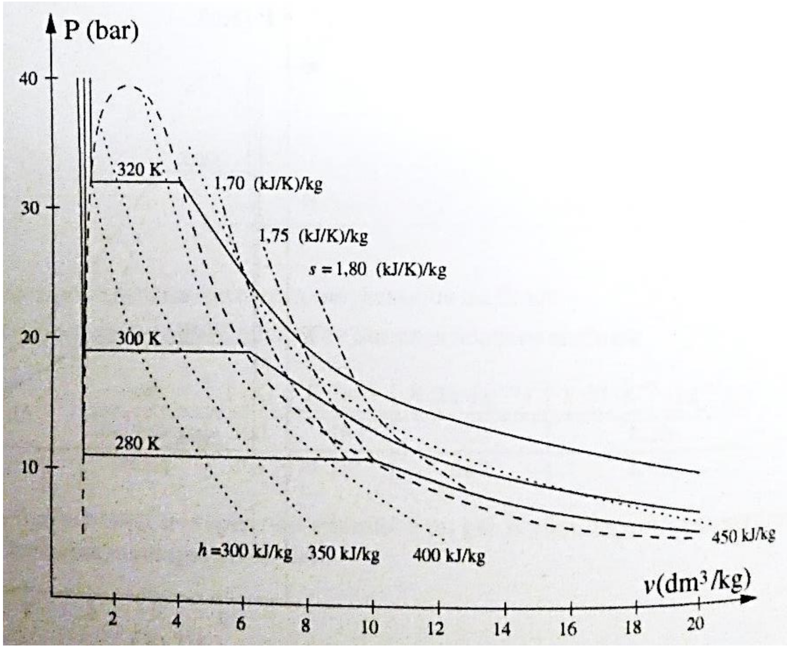
1) Représenter la détente dans le diagramme des frigoristes $(log\ P, h)$.
2) Déterminer la composition du système à l'état final.
3) Déterminer la variation d'entropie massique du fluide lors de la détente.

Données :

		Liquide juste saturé $x_v = 0$		Vapeur saturante $x_v = 1$	
$T\ (K)$	$P\ (bar)$	$h_L\ (\mathrm{kJ.kg^{-1}})$	$s_L\ (\mathrm{kJ.kg^{-1}}.K^{-1})$	$h_G\ (\mathrm{kJ.kg^{-1}})$	$s_G\ (\mathrm{kJ.kg^{-1}}.K^{-1})$
T_2	0,8	387	4,061	556	4,776
T_1	7,7	448	4,286	586	4,743

6 Détente isenthalpique d'un fluide – Exploitation du diagramme de Clapeyron

Un fluide à l'état d'ébullition à la température initiale T_i = 320 K subit une détente isenthalpique jusqu'à une pression finale P_f = 11 bar. Voici le diagramme de Clapeyron (P,v) de ce fluide.



1) Déterminer la température finale T_f.
2) Déterminer le titre massique final en vapeur x_f.
3) En déduire la capacité thermique massique c de ce fluide à l'état liquide, supposée indépendante de la température. *Aide : On considèrera pour cela une transformation fictive entre l'état initial et l'état final.*

Donnée :
Enthalpie de vaporisation du fluide étudié à 280 K : $\Delta h_{vap} = 215\ kJ.kg^{-1}$.

7 Transformations polytropiques d'un gaz parfait

Un échantillon de gaz parfait, de masse molaire M et rapport des capacités thermiques γ, subit une transformation au cours de laquelle sa pression P et son volume massique v suivent la loi dite polytropique : $Pv^k = \text{cte}$, où k est une constante. La transformation est de plus mécaniquement réversible : à chaque instant la pression extérieure P_{ext} et la pression du gaz P sont égales.

1. Trouver une loi de la forme $f(v,T) = \text{cte}$ vérifiée au cours de cette transformation. En déduire une relation entre $\dfrac{dv}{v}$ et $\dfrac{dT}{T}$.

2. Exprimer le transfert thermique massique élémentaire δq entre deux états très proches en fonction de la différence de température dT et des caractéristiques du gaz.

8 Calorimétrie : détermination d'une capacité thermique *(Révisions MPSI)*

Afin de mesurer la capacité thermique massique du cuivre, on propose d'utiliser la méthode des mélanges. On dispose d'une pièce de cuivre de masse m_2 et d'un calorimètre de masse en eau* m_c.

On introduit une masse m_1 d'eau à température ambiante dans le calorimètre et on attend 15 minutes la mise à l'équilibre thermique de l'ensemble. Parallèlement, on immerge l'échantillon de cuivre dans un bécher rempli d'eau placé sur l'agitateur chauffant. On chauffe l'ensemble en agitant jusqu'à la température T_2. La géométrie de l'échantillon de cuivre permet de faire l'hypothèse que l'équilibre thermique entre le solide et l'eau dans laquelle il plongé est très rapidement atteint.

Lorsque la température T_2 est atteinte, l'échantillon de cuivre est sorti du bain chaud, et plongé immédiatement dans le calorimètre. On ferme alors le calorimètre avec son couvercle isolant.

Avant l'ajout de l'échantillon de cuivre, le calorimètre et son contenu sont à la température T_1.

Une fois l'échantillon ajouté, on mesure au bout de 5 minutes la température d'équilibre T_f.

➲ On note c la capacité thermique massique du cuivre, et $c_{eau(l)}$ celle de l'eau liquide. Exprimer c en fonction de $c_{eau(l)}$, T_1, T_2, T_f, m_1, m_2 et m_c.

9 Calorimétrie : mesure de l'enthalpie massique de fusion de l'eau à 0°C *(Révisions MPSI)*

On décrit ci-après un protocole expérimental permettant de mesurer l'enthalpie massique de fusion de l'eau à 0°C, notée $L_{fus}(0°C)$.

Pour cela, on utilise en particulier un calorimètre et une résistance chauffante.

> Le calorimètre, de valeur en eau* µ, contient au départ une masse m_1 d'eau liquide, l'ensemble {calorimètre + résistance chauffante + eau liquide} étant à l'équilibre à la température T_1.
> Puis on introduit dans le calorimètre une masse m_g de glace à la température $T_0 = 0°C$.
> Simultanément, on alimente la résistance chauffante en maintenant une tension constante U à ses bornes.
> On attend que la glace ait complètement fondu et on chauffe encore un peu jusqu'à atteindre la température T_2. On mesure τ la durée pendant laquelle la résistance chauffante est alimentée.

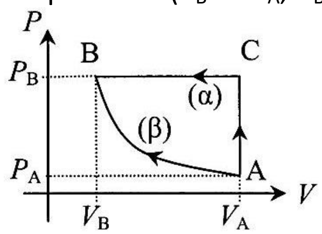
➲ On note $c_{eau(l)}$ la capacité thermique massique de l'eau liquide. Exprimer $L_{fus}(0°C)$ en fonction de $c_{eau(l)}$, T_1, T_2, T_0, m_1, m_g, µ, U, τ et R.

<u>Rq</u> sur les exercices 8 et 9 :

- ** On rappelle que la masse en eau ou valeur en eau du calorimètre est définie comme le rapport entre sa capacité thermique et la capacité thermique massique de l'eau liquide.*
- *Cf TP pour un autre exemple d'expérience de calorimétrie axé sur la thermochimie.*

10 Transformations d'un gaz parfait *(Révisions MPSI)*

On fait passer une certaine quantité de gaz parfait d'un état d'équilibre A (P_A, V_A, T_A) à un autre état d'équilibre B ($P_B = 3P_A$, V_B, T_B) par deux chemins distincts :

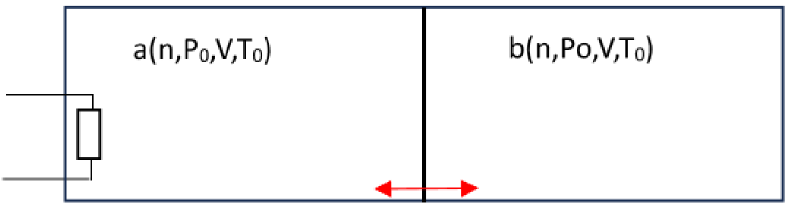


- α : isochore AC puis isobare CB ;
- β : isotherme réversible AB.

1) Déterminer T_B et V_B ainsi que les travaux et transferts thermiques reçus par le gaz au cours des transformations α et β. Commenter les résultats obtenus.

2) Déterminer les variations d'entropie du système au cours de chaque étape de la transformation α puis au cours de la transformation β. Commenter.

11 Ensemble de 2 enceintes *d'après oral CCINP Galot 2023 (Révisions MPSI)*



On considère 2 enceintes a et b, de volume total 2V, séparées par une paroi bougeant sans frottement.
Chaque enceinte contient n mol d'un gaz supposé parfait, et les parois sont athermanes.

L'enceinte a contient une résistance chauffante.

A l'instant t=0, les deux enceintes ont même volume V, sont à la même pression P_0=1.0 bar température T_0=300 K.
On atteint un état d'équilibre après un instant τ.
A t=τ, l'enceinte est à l'état (P_{a2},V_{a2},T_{a2}) (et l'enceinte b (P_{b2},V_{b2},T_{b2})), où $P_{a2}=2*P_0$. On considère la transformation lente.

a) Déterminez P_{b2}, V_{b2} et T_{b2}.
b) En déduire V_{a2} et T_{a2}.
c) Déterminez ΔU_a et ΔU_b, variations d'énergie interne lors de la transformation des enceintes.
d) En déduire les travaux W_a et W_b reçu respectivement par les enceintes.
e) Déduisez τ.