TDT1 – Transformation infinitésimale – Révisions de MP2I

0 Exercices classiques vus en cours :

B.3.b : Démonstration du théorème des moments

Données pour l'ensemble des exercices :

◆ Expressions de l'entropie d'un gaz parfait :

$$* S(T,V) = \frac{nR}{\gamma-1} ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nRln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0 \qquad * S(P,V) = \frac{nR}{\gamma-1} ln\left(\frac{P}{P_0}\right) + \frac{nR\gamma}{\gamma-1}\ ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0$$

$$* S(T,P) = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} ln\left(\frac{T}{T_0}\right) - nRln\left(\frac{P}{P_0}\right) + S_0$$

◆ Expressions de l'entropie d'une phase condensée idéale :

$$S\ (T) = Cln\left(\frac{T}{T_0}\right) + S_0$$

Rq : Ces expressions se démontrent avec une identité thermodynamique (cf MP2I et ex 1).

1 Entropie d'un gaz parfait et loi de Laplace

On s'intéresse à un système formé de n moles de gaz parfait.

1) A partir d'une identité thermodynamique, établir l'expression de l'entropie de ce système sous la forme :

$$S(T,V) = \frac{nR}{\gamma-1} ln\left(\frac{T}{T_0}\right) + nRln\left(\frac{V}{V_0}\right) + S_0$$

Le système étudié subit une transformation adiabatique et réversible entre l'état initial (P_1, V_1, T_1) et l'état final (P_2, V_2, T_2).

2) Démontrer la loi de Laplace i.e. que, pendant la transformation, on a $PV^\gamma = cste$.

2 Irréversibilité créée par une hétérogénéité de pression

Dans un cylindre calorifugé, on place n moles de gaz parfait monoatomique, à la température T_0 et à la pression P_0, et on ferme l'enceinte par un piston lui aussi calorifugé, se déplaçant sans frottement, mais initialement bloqué. On note V_0 le volume initial du cylindre. De l'autre côté du piston, l'atmosphère forme un pressostat à la pression $P_1 = \frac{3}{2}P_0$.

1. On libère le piston et on attend l'équilibre mécanique. Déterminer la pression finale P_f, le volume final V_f et la température finale T_f du gaz.

2. Exprimer la variation d'entropie du gaz. Commenter.

3 Equilibre thermique d'un cylindre - Trempe

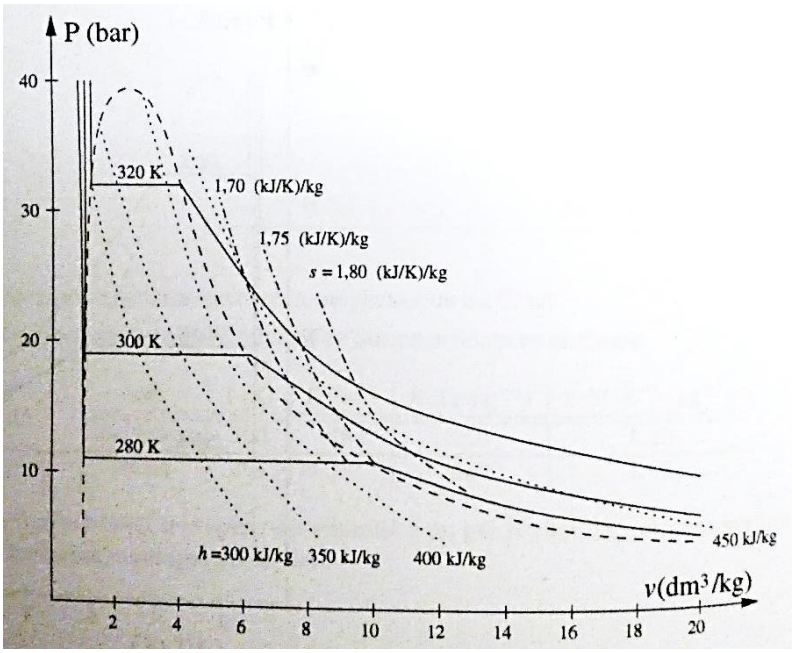
Soit un cylindre de rayon r, de température initiale T_0, que l'on refroidit en le plongeant dans un fluide de température constante fixée à T_f ($T_f < T_0$). On désigne par c la capacité thermique massique supposée constante et par μ la masse volumique du cylindre. Le cylindre évacue de la chaleur à raison d'une quantité transférée h.($T-T_f$) par unité de temps et de surface où T désigne la température à un instant quelconque du cylindre, supposée être toujours uniforme, et h est un coefficient de proportionnalité constant. On néglige la surface extérieure des deux bords du cylindre par rapport à sa surface latérale.

1) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par T(t), température du cylindre à un instant t après la mise en contact avec le fluide.

2) En déduire T(t) en fonction de h, μ, c, r, T_0 et T_f.

4 Détente isenthalpique d'un fluide – Exploitation du diagramme de Clapeyron

Un fluide à l'état d'ébullition à la température initiale T_i = 320 K subit une détente isenthalpique jusqu'à une pression finale P_f = 11 bar. Voici le diagramme de Clapeyron (P,v) de ce fluide.



1) Déterminer la température finale T_f.
2) Déterminer le titre massique final en vapeur x_f.
3) En déduire la capacité thermique massique c de ce fluide à l'état liquide, supposée indépendante de la température. *Aide : On considèrera pour cela une transformation fictive entre l'état initial et l'état final.*

Donnée :
Enthalpie de vaporisation du fluide étudié à 280 K : $\Delta h_{vap} = 215\ kJ.kg^{-1}$.

5 Table thermodynamique incomplète

Un extrait incomplet de la table des grandeurs thermodynamiques relatives à l'eau à saturation est donné figure 6. T est la température et P_s la pression de vapeur saturante à la température T. Les grandeurs notées « prime » ($'$) sont relatives au liquide saturant, et les grandeurs notées « seconde » ($''$) sont relatives à la vapeur saturante. l_{vap} et s_{vap} désignent respectivement la chaleur latente et l'entropie massique de vaporisation.

1 - Rappeler l'allure du diagramme des phase (P,T) de l'eau. Quelles sont les limites de la courbe de vaporisation ? En déduire d'après la table la température et la pression au point triple et au point critique.

2 - Rappelez la relation entre h', h'' et l_{vap} ainsi que celle entre s', s'' et s_{vap}.

3 - Quelle est, d'après la table, l'origine des entropies massiques ? Commenter.

4 - Rappelez la relation entre l'énergie interne massique u, l'enthalpie massique h, la pression P et le volume massique v. Justifier alors qu'il ne soit pas nécessaire d'ajouter à la table les valeurs de u' et u''.

5 - Compléter les cases vacantes du tableau.

T °C	P_s kPa	v' $m^3 \cdot kg^{-1}$	v'' $m^3 \cdot kg^{-1}$	h' $kJ \cdot kg^{-1}$	h'' $kJ \cdot kg^{-1}$	l_{vap} $kJ \cdot kg^{-1}$	s' $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	s'' $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	s_{vap} $kJ \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
0,01	0,6117	0,001000	206,14	0,01	2500,9	2500,9	0,000	9,1556	9,1556
20	2,3392	0,001002	57,762	83,915	?	2453,5	0,2965	8,6661	8,3696
40	7,3851	0,001008	19,515	167,53	2573,5	2406,0	?	8,2556	7,6832
60	19,947	0,001017	7,6670	251,18	2608,8	2357,7	0,8313	?	?
80	47,416	0,001029	3,4053	335,02	2643,0	2308,0	1,0756	7,6111	6,5355
100	101,42	0,001043	1,6720	419,17	2675,6	2256,4	1,3071	7,3542	6,0470
200	1554,9	0,001157	0,1272	852,26	2792,0	1939,8	2,3305	6,4302	4,0997
374,14	22090	0,003106	?	?	2084,3	?	4,4070	?	0

Figure 6 – Extrait de table incomplet.

6 Calorimétrie : détermination d'une capacité thermique *(Révisions MP2I)*

Afin de mesurer la capacité thermique massique du cuivre, on propose d'utiliser la méthode des mélanges. On dispose d'une pièce de cuivre de masse m_2 et d'un calorimètre de masse en eau* m_c.

On introduit une masse m_1 d'eau à température ambiante dans le calorimètre et on attend 15 minutes la mise à l'équilibre thermique de l'ensemble. Parallèlement, on immerge l'échantillon de cuivre dans un bécher rempli d'eau placé sur l'agitateur chauffant. On chauffe l'ensemble en agitant jusqu'à la température T_2. La géométrie de l'échantillon de cuivre permet de faire l'hypothèse que l'équilibre thermique entre le solide et l'eau dans laquelle il est plongé est très rapidement atteint.
Lorsque la température T_2 est atteinte, l'échantillon de cuivre est sorti du bain chaud, et plongé immédiatement dans le calorimètre. On ferme alors le calorimètre avec son couvercle isolant.
Avant l'ajout de l'échantillon de cuivre, le calorimètre et son contenu sont à la température T_1.
Une fois l'échantillon ajouté, on mesure au bout de 5 minutes la température d'équilibre T_f.

➲ On note c la capacité thermique massique du cuivre, et $c_{eau(l)}$ celle de l'eau liquide. Exprimer c en fonction de $c_{eau(l)}$, T_1, T_2, T_f, m_1, m_2 et m_c.

7 Calorimétrie : mesure de l'enthalpie massique de fusion de l'eau à 0°C *(Révisions MP2I)*

On décrit ci-après un protocole expérimental permettant de mesurer l'enthalpie massique de fusion de l'eau à 0°C, notée $L_{fus}(0°C)$.
Pour cela, on utilise en particulier un calorimètre et une résistance chauffante.

> Le calorimètre, de valeur en eau* μ, contient au départ une masse m_1 d'eau liquide, l'ensemble {calorimètre + résistance chauffante + eau liquide} étant à l'équilibre à la température T_1.
> Puis on introduit dans le calorimètre une masse m_g de glace à la température $T_0 = 0°C$.
> Simultanément, on alimente la résistance chauffante en maintenant une tension constante U à ses bornes.
> On attend que la glace ait complètement fondu et on chauffe encore un peu jusqu'à atteindre la température T_2. On mesure τ la durée pendant laquelle la résistance chauffante est alimentée.

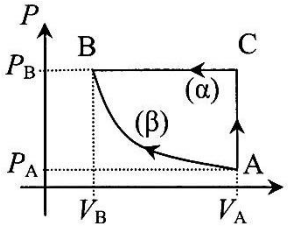
➲ On note $c_{eau(l)}$ la capacité thermique massique de l'eau liquide. Exprimer $L_{fus}(0°C)$ en fonction de $c_{eau(l)}$, T_1, T_2, T_0, m_1, m_g, μ, U, τ et R.

<u>Rq</u> sur les exercices 6 et 7 :

- ** On rappelle que la masse en eau ou valeur en eau du calorimètre est définie comme le rapport entre sa capacité thermique et la capacité thermique massique de l'eau liquide.*
- *Cf TP pour un autre exemple d'expérience de calorimétrie axé sur la thermochimie.*

8 Transformations d'un gaz parfait *(Révisions MP2I)*

On fait passer une certaine quantité de gaz parfait d'un état d'équilibre A (P_A, V_A, T_A) à un autre état d'équilibre B ($P_B = 3P_A$, V_B, T_B) par deux chemins distincts :



- α : isochore AC puis isobare CB ;
- β : isotherme réversible AB.

1) Déterminer T_B et V_B ainsi que les travaux et transferts thermiques reçus par le gaz au cours des transformations α et β. Commenter les résultats obtenus.

2) Déterminer les variations d'entropie du système au cours de chaque étape de la transformation α puis au cours de la transformation β. Commenter.

9 Machine de Stirling *(Révisions MP2I)*

Une mole de gaz supposé parfait est utilisé comme fluide caloporteur dans une machine de Stirling. Le gaz subit au cours d'un cycle les transformations suivantes :

- 1 → 2 une compression isotherme réversible à la température $T_1 = 500\ K$, du volume V_1 au volume $V_2 = \beta V_1$ avec $\beta = 0{,}2$;
- 2 → 3 une compression isochore ;
- 3 → 4 une détente isotherme réversible du volume V_2 au volume V_1, à la température $T_3 = 1200\ K$;
- 4 → 1 une détente isochore.

Le rapport des capacités thermiques à pression et volume constants vaut γ = 1,4. On prendra la constante des gaz parfaits $R = 8{,}31\ USI$.

1) Représenter les transformations du cycle dans un diagramme de Clapeyron. Justifier le caractère moteur ou récepteur du cycle.

2) Exprimer le travail $W_{3\to4}$ reçu par le gaz lors de la transformation (3) → (4).

3) Déterminer les transferts thermiques reçus par le gaz à chaque étape du cycle.

4) Déterminer l'expression puis la valeur du travail W reçu par le gaz au cours du cycle. Commenter.

Les machines de Stirling sont équipées d'un récupérateur de chaleur qui compense les échanges thermiques lors des transformations isochores.

5) Représenter schématiquement la machine thermique étudiée en précisant le signe des transferts énergétiques.

6) Exprimer puis calculer le coefficient de performance COP de cette machine. Commenter.