TDE1 – Signaux périodiques : spectre et filtrage

Capacités exigibles	ChE1	Ex 1	Ex 2	Ex 3	Ex 4	Ex 5	Ex 6	TP
Signaux périodiques. Commenter le spectre d'un signal périodique : relier la décomposition spectrale et l'allure du signal dans le domaine temporel.	•	•	•	•	•	•		2
Action d'un filtre linéaire du premier ou du second ordre sur un signal périodique. Prévoir l'effet d'un filtrage linéaire sur la composition spectrale d'un signal périodique. Expliciter les conditions pour obtenir un comportement intégrateur ou dérivateur. *Mettre en œuvre un dispositif expérimental illustrant l'action d'un filtre sur un signal périodique.*	•	•	•	•	•	•	•	2

0 Exercices classiques vus en cours / TP :

ChE1. § B.2 : Transposition domaine temporel (ED) ↔ domaine fréquentiel ($\underline{H}$)
TP2. § B.1/4 : Etude d'un filtre linéaire passe-bas d'ordre 1/2
TP2. § B.2 : Etude d'un filtre linéaire passe-haut d'ordre 1
TP2. § B.3 : Etude d'un filtre linéaire passe-bande d'ordre 2

1 Filtrage et décomposition spectrale d'un signal

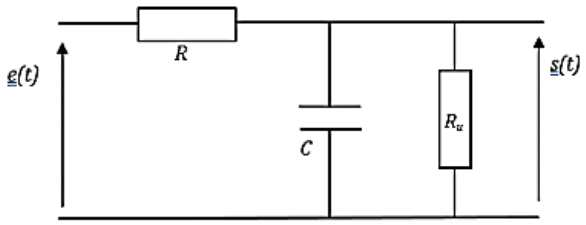
Un filtre passe-bas RC du 1er ordre agit sur une tension d'entrée créneau $e(t)$ dont la décomposition en série de Fourier s'écrit (en volt) :

$$e(t) = 1 + \sum_{p=0}^{\infty} (-1)^p \frac{4}{\pi(2p+1)} \cos\big((2p+1)\pi t\big)$$

1) Que vaut la valeur moyenne de ce signal ?
2) Que vaut la période T de ce signal ?
3) Représenter son spectre pour $p \leq 4$.
4) En pratique, quelles valeurs faudrait-il choisir pour les paramètres d'acquisition (durée d'acquisition et fréquence d'échantillonnage) afin d'obtenir le spectre correspondant à la question précédente ?
5) Quelle est l'opération réalisée par le filtre si $RC = 10.T$? Représenter alors l'allure du signal de sortie.

2 Choix des caractéristiques d'un filtre *d'après oral CMT*

Soit le montage ci-dessous.



2.1. Déterminer la fonction de transfert du filtre $\underline{H}(j\omega) = \frac{\underline{s}(t)}{\underline{e}(t)}$

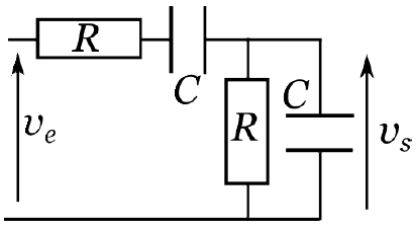
En déduire les caractéristiques du filtre.

Le signal d'entrée est tel que : $e(t) = E_0 + E_m \cos(\omega t)$ avec $E_0 = 10\,V$ et $E_m = 0{,}1\,V$.
On applique cette tension à l'entrée du filtre pour alimenter le dispositif de résistance $R_u = 1000\,\Omega$. Ce dispositif doit être alimenté par une tension continue d'au moins $9\,V$.

2.2. En déduire la valeur de R.

3.3. Comment choisir la valeur de C afin de satisfaire le « cahier des charges » ?

3 Filtre de Wien



On alimente le circuit ci-dessous avec une tension alternative $v_e(t)$ d'amplitude constante et de pulsation ω variable.

1. Déterminer la nature du filtre.

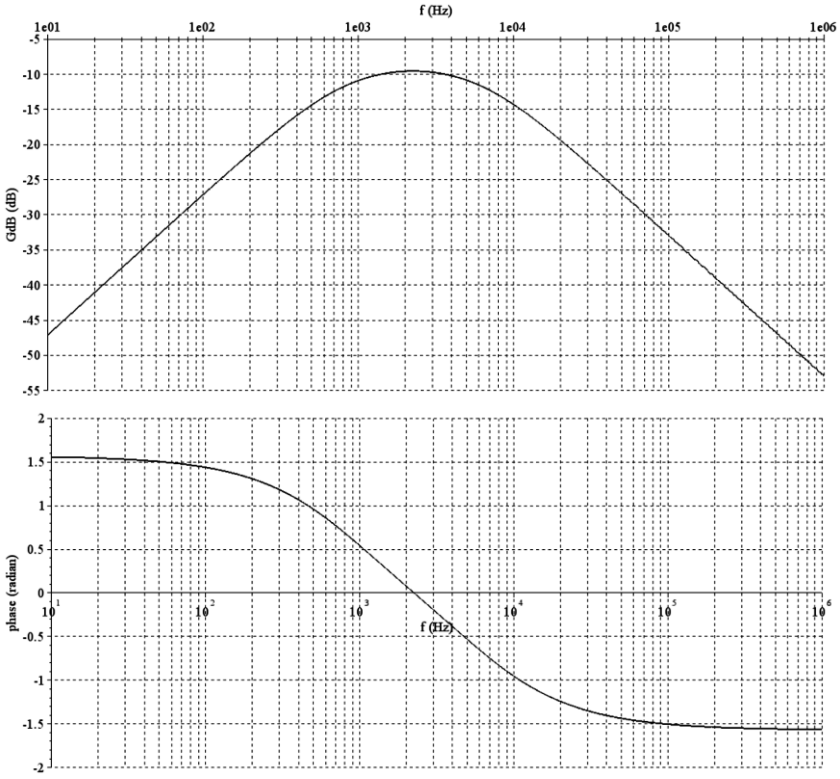
2. On s'intéresse à la fonction de transfert de ce filtre.

a) Établir cette fonction de transfert $\underline{H}$ en la mettant sous la forme : $\frac{1}{X(\omega)+j\cdot Y(\omega)}$.

b) Déterminer la pulsation correspondant au maximum du gain, la valeur du gain maximal et le déphasage correspondant.

c) Faire les applications numériques avec R = 15 kΩ et C = 4,7 nF.

On donne le diagramme de Bode du filtre considéré.



3. Vérifier la cohérence du diagramme de Bode avec les résultats précédents.

4. Le circuit est alimenté par une tension $v_e(t)$ triangulaire, i.e. formée d'une succession de rampes linéaires de pente $(\pm a)$ avec $a = 4 \cdot E \cdot f$ où E est l'amplitude de cette tension d'entrée égale à $1{,}0\ V$ et f sa fréquence.
Pour $f = 50\ Hz$, donner l'allure du signal $v_s(t)$ obtenu.

Donnée : Un signal périodique peut se mettre sous la forme :

$$s(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (C_n \cos(2\pi n f t + \varphi_n))$$

Pour un signal triangulaire :
$C_n = 0$ pour n pair et $C_n = \frac{8E}{\pi^2 n^2}$ pour n impair

Pour un signal créneau :
$C_n = 0$ pour n pair et $C_n = \frac{4E}{\pi n}$ pour n impair

avec E l'amplitude du signal considéré

4 Conception d'un filtre de signaux acoustiques

Un dispositif de traitement de signaux acoustiques nécessite la séparation de composantes sonores et ultrasonores. On souhaite éliminer les composantes ultrasonores : il faut donc réaliser un filtre passe-bas. Le cahier des charges du dispositif indique les caractéristiques suivantes :

- ▷ Fréquence de coupure 20 kHz ;
- ▷ Gain nominal 0 dB ;
- ▷ L'atténuation des fréquences comprises entre 0 et 20 kHz doit être inférieure à 3 dB ;
- ▷ L'atténuation des fréquences supérieures à 40 kHz doit être supérieure à 10 dB.

1 - On appelle gabarit d'un filtre la traduction graphique sur le diagramme de Bode des contraintes imposées par le cahier des charges, c'est-à-dire une représentation du plan $(G_{\text{dB}}, \log\omega)$ sur laquelle sont matérialisées les zones interdites du diagramme de Bode. Le représenter pour le filtre considéré.

2 - Le filtre le plus simple serait un passe-bas du premier ordre de fréquence de coupure $f_c = 20\,\text{kHz}$. On rappelle que la fonction de transfert d'un tel filtre s'écrit sous forme réduite

$$\underline{H}(x) = \frac{1}{1+\text{j}x} \qquad \text{avec} \qquad x = \frac{f}{f_c}$$

***2.a* -** Rappeler ou retrouver la pente des asymptotes du diagramme de Bode en gain de ce filtre et calculer son gain à la fréquence de coupure.
***2.b* -** Montrer qu'il ne peut satisfaire au cahier des charges imposé. Justifier qu'il est nécessaire d'utiliser un filtre d'ordre plus élevé.

3 - On se tourne alors vers un filtre passe-bas du second ordre de fonction de transfert

$$\underline{H}(x) = \frac{1}{1+\text{j}\dfrac{x}{Q}-x^2}$$

***3.a* -** Rappeler ou retrouver la pente des asymptotes du diagramme de Bode en gain de ce filtre. Peut-il satisfaire au cahier des charges imposé ?
***3.b* -** Calculer le gain en décibel de ce filtre pour $f = f_c$. En déduire les valeurs de Q permettant de satisfaire au cahier des charges.