Chapitre T2. Bilans pour un fluide en écoulement stationnaire

INTRO :

Dans ce chapitre, on s'intéresse à un **fluide en écoulement dans un dispositif à une seule entrée et une seule sortie**. Conformément au programme, les **écoulements** étudiés seront **stationnaires et unidimensionnels**.

Dans ce cadre, on établira trois bilans : un **bilan de masse** (« conservation du débit massique »), un **bilan d'énergie** (« 1er principe de la thermodynamique pour un système ouvert en régime stationnaire ») et un **bilan d'entropie** (« 2^{e} principe de la thermodynamique pour un système ouvert en régime stationnaire »).

On s'appuie sur les énoncés des 1er et 2^{e} principes de la thermodynamique pour un système fermé subissant une transformation infinitésimale (cf ChT1) pour établir les bilans d'énergie et d'entropie.

On exploite les **diagrammes thermodynamiques** pour évaluer les grandeurs (variation d'enthalpie massique, pression de sortie…) intervenant dans ces bilans afin d'étudier des dispositifs industriels (compresseur, turbine…).

Buts de ce chapitre : Etablir la conservation du débit massique en régime stationnaire ; Etablir puis appliquer le 1er et le 2^{e} principes de la thermodynamique pour un système en écoulement unidimensionnel et stationnaire.

Prérequis :

MP : T1 Transformation infinitésimale et changement d'état

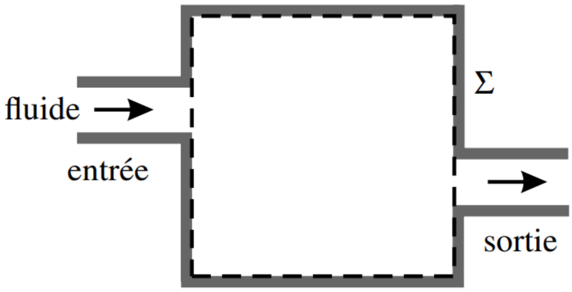
Plan du chapitre :

A) Du système ouvert à un système fermé

Lorsqu'on étudie un point, un solide, un fluide macroscopiquement au repos, on peut définir simplement un **système fermé** sur lequel on applique les lois de la mécanique ou de la thermodynamique.
Ici, on étudie un **fluide en écoulement** par rapport au référentiel d'étude $\mathcal{R}$. Il faut donc préciser soigneusement le système étudié.

1) Surface et volume de contrôle

◆ On définit d'abord une surface **fermée** S, **fixe** dans le référentiel $\mathcal{R}$.
S est appelée **SURFACE DE CONTROLE**, elle délimite un système Σ **ouvert** car il échange de la matière avec l'extérieur au travers des sections S_e d'entrée et S_s de sortie.
◆ Le volume intérieur à S est appelé **volume de contrôle**.



Si l'on étudie un « élément » (compresseur, turbine…), on choisit le volume intérieur de l'élément comme volume de contrôle.
Cadre de l'étude : Les dispositifs étudiés ont une seule entrée et une seule sortie.

2) Identification d'un système fermé pour un fluide en écoulement

Pour appliquer les principes de la thermodynamique, il faut définir un système **FERME** i.e. **qui n'échange pas de matière avec l'extérieur**.
On note ce système Σ^* constitué :
- **à l'instant t**, de $\boldsymbol{\Sigma(t)}$ i.e. du fluide contenu dans S à t et du fluide $\sum_e$ de masse $\boldsymbol{dm_e}$ qui entre dans S par S_e entre t et $t + dt$;
- **à l'instant $t + dt$**, de $\boldsymbol{\Sigma(t+dt)}$ i.e. du fluide contenu dans S à $t + dt$ et du fluide $\sum_s$ de masse $\boldsymbol{dm_s}$ qui sort de S par S_s entre t et $t + dt$.

B) Ecoulement stationnaire et unidimensionnel

Cadre de l'étude : Les fluides étudiés sont en écoulement stationnaire et unidimensionnel.

DEFINITIONS :

◆ Un **écoulement** est **STATIONNAIRE si** toutes les **caractéristiques** du fluide (ex : masse, pression, température…) contenu à l'intérieur de la surface de contrôle Σ sont **indépendantes du temps**.

◆ Un écoulement est **UNIDIMENSIONNEL** si la **vitesse** du fluide et toutes les **grandeurs intensives** qui le caractérisent (ex : masse volumique, pression, température...) sont **uniformes sur la section d'entrée S_e**, ainsi que **sur la section de sortie S_s** : on les indice avec 'e' (resp^t 's') pour la section d'entrée (resp^t de sortie).

C) Bilan de masse – Conservation du débit massique

DEFINITION :
DEBIT MASSIQUE D_m au travers d'une surface :

$$\boxed{D_m = \frac{dm}{dt}}$$

Avec dm la masse élémentaire de fluide traversant la surface entre t et $t + dt$:
USI : $\boldsymbol{kg.s^{-1}}$

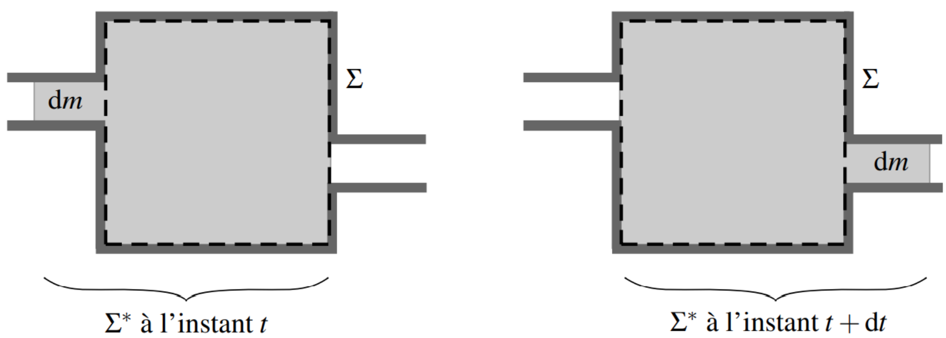
Pour un **fluide en écoulement stationnaire**, on a :

$$* \text{ Conservation du débit massique : } \boldsymbol{D_{me} = D_{ms} = D_m}$$

$$* \ \boldsymbol{dm_e = dm_s = dm = D_m . dt}$$

Démonstration à connaître :
On note $m_\Sigma(t)$ la masse du système Σ à t.
Le système **Σ^* étant fermé**, sa **masse est constante** donc : $m_\Sigma(t+dt) + dm_s = m_\Sigma(t) + dm_e$ (1)
Par ailleurs, l'écoulement est **stationnaire** ainsi : $m_\Sigma(t+dt) = m_\Sigma(t)$ (2)

$$(1)\ et\ (2) \Longrightarrow dm_e = dm_s \Leftrightarrow D_{me} \cdot dt = D_{ms} \cdot dt \Leftrightarrow D_{me} = D_{ms}$$



D) Bilan d'énergie

1) Rappel : 1er principe pour un système FERME pour une transformation infinitésimale

$$\boldsymbol{dE_{tot}\big(= E_{tot}(t+dt) - E_{tot}(t)\big) = dE_m + dU = \delta W + \delta Q}$$

E_{tot} énergie totale	E_m énergie mécanique macroscopique	U énergie interne

◆ dE_{tot}, dE_m et dU : **variations** infinitésimales de E_{tot}, E_m et U **entre l'EI à t et l'EF à $t + dt$** de la transformation ;
◆ δW : travail **élémentaire** des forces **extérieures non conservatives** reçu par le système entre t et $t + dt$ et δQ : transfert thermique **élémentaire** reçu par le système entre t et $t + dt$.

2) 1^{er} principe pour un fluide en écoulement unidimensionnel et stationnaire

a) Enoncé

1^{er} principe pour un fluide en écoulement :

Hypothèses : écoulement unidimensionnel* et **stationnaire** ; axe (Oz) **vertical ascendant*** ; **poids : seule force extérieure conservative***.

* *ces hypothèses sont le plus souvent implicites.*

Bilan de puissance :

$$D_m\left(h_s - h_e + \frac{1}{2}c_s^2 - \frac{1}{2}c_e^2 + gz_s - gz_e\right) = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_t$$

$$\Leftrightarrow \boxed{D_m(\Delta h + \Delta e_c + \Delta(gz)) = \mathcal{P}_u + \mathcal{P}_{th}}$$

Avec :

- D_m le **débit massique** *(USI : kg.s^{-1})* qui se conserve en régime stationnaire : $D_{me} = D_{ms} = D_m$.
- h **l'enthalpie massique** du fluide *(USI : J.kg^{-1})* : $h = u + Pv$; u l'énergie interne massique, P la pression et v la volume massique.
- $e_c = \frac{1}{2}c^2$ **l'énergie cinétique massique** du fluide *(USI : J.kg^{-1})* ; c la vitesse d'écoulement.
- gz **l'énergie potentielle massique de pesanteur** du fluide *(USI : J.kg^{-1})*.
- $\frac{\delta W_u}{dt} = \mathcal{P}_u$ la **puissance utile reçue, dans le volume de contrôle, par le fluide de la part des parties mobiles de la machine** : associée aux forces non conservatives autres que pressantes *(USI : J.s^{-1} = W)*.
- $\frac{\delta Q}{dt} = \mathcal{P}_{th}$ la **puissance thermique reçue, à travers la surface de contrôle, par le fluide de la part du milieu extérieur** *(USI : J.s^{-1} = W)*.

Bilan d'énergie massique :

$$\boxed{\Delta h + \Delta e_c + \Delta(gz) = w_u + q}$$

Avec *(en J.kg^{-1})* :

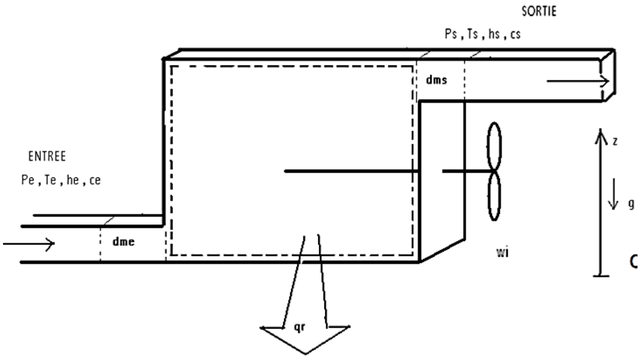
- $w_u = \frac{\delta W_u}{dm} = \frac{\mathcal{P}_u}{D_m}$ le **travail utile massique**
- $q = \frac{\delta Q}{dm} = \frac{\mathcal{P}_{th}}{D_m}$ le **transfert thermique massique**.

La notation Δ correspond ici à une variation entre la sortie et l'entrée de la surface de contrôle qui délimitent le système ouvert, *sans référence à des instants particuliers le régime étant stationnaire.*

$\Rightarrow$ Bien faire la distinction avec l'énoncé du 1^{er} principe pour un **système fermé** où la notation Δ représente une variation lors d'une transformation finie entre **2 instants** : EI à t_1 et EF à t_2.

➲ Démonstration à connaître.

Etapes : Appliquer le 1^{er} principe infinitésimal au système fermé Σ^* ; évaluer la différentielle d'énergie totale ; décomposer le travail des forces non conservatives en travail utile dû aux parties mobiles et en travail des forces pressantes et évaluer ce dernier.



Rq – Notations – Vocabulaire :

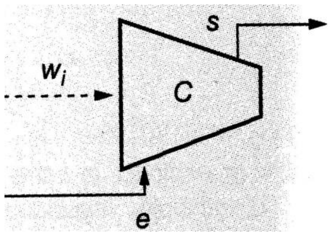
- *Le 1^{er} principe pour un fluide en écoulement est aussi appelé « 1^{er} principe pour un système ouvert », « 1^{er} principe industriel ».*
- *On trouve parfois d'autres notations pour les puissances utile et thermique : $\mathcal{P}_u = \Psi$ et $\mathcal{P}_{th} = \Phi$.*
- *La puissance thermique est aussi appelée « flux thermique », cf ChT4.*
- *La puissance (ou le travail) utile est aussi appelé(e) « puissance (ou travail) indiqué ».*

b) Cas particuliers - Simplifications *(cf détails en TD et au ChT3)*
- Si l'entrée et la sortie de la machine sont sensiblement à la même altitude, on peut **négliger la variation d'énergie potentielle** de pesanteur (par rapport aux autres variations d'énergie) : $\Delta(gz) \approx 0$.
- Si les vitesses d'entrée et de sortie de la machine sont comparables, on peut **négliger la variation d'énergie cinétique** (par rapport aux autres variations d'énergie) : $\Delta(e_c) \approx 0$.
- En **l'absence de parties mobiles** : $w_u = 0$.
- Si on peut **négliger les transferts thermiques** (parois calorifugées, passage rapide) : $q = 0$.
- Pour une **évolution isenthalpique** du fluide : $\Delta h = 0$.
- Si le fluide est un gaz modélisé par un **gaz parfait** : $\Delta h = c_P \cdot \Delta T = \frac{R\gamma}{M(\gamma-1)} \cdot (T_s - T_e)$.
- Si le fluide est un liquide modélisé une **phase condensée idéale** : $\Delta h = c \cdot \Delta T = c \cdot (T_s - T_e)$.
- Si on considère un **fluide réel**, on s'appuie sur un **diagramme thermodynamique** pour évaluer Δh.

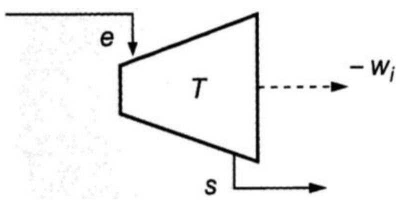
c) Application aux cas du compresseur et de la turbine

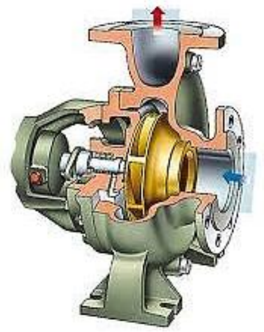
Description :

◆ **Compresseur** : dispositif visant à **augmenter la pression** d'un gaz par un procédé **mécanique** : via un arbre entraînant en rotation une roue à aubes ou via un piston. Le **fluide reçoit effectivement du travail de la part du compresseur.**
*Pour un liquide, on parle de **pompe**.*



◆ **Turbine :** dispositif tournant visant à **récupérer un travail mécanique** : **le fluide fournit effectivement du travail**. Par son principe, **une turbine fonctionne à l'inverse d'un compresseur :** l'énergie de l'écoulement est utilisée pour mettre en rotation une roue à aubes solidaire d'un arbre mécanique. *Par ailleurs, $P_s < P_e$.*




Compresseur


Turbine d'une centrale à gaz.

Bilan d'énergie
Pour un gaz en écoulement stationnaire dans un compresseur ou une turbine calorifugé(e)*1 où on peut négliger les variations d'énergies cinétique et potentielle massiques*2, on a :

$$\boldsymbol{\Delta h = w_u}$$

avec $w_u > 0$ pour un compresseur et $w_u < 0$ pour une turbine.

* Hypothèses couramment employées
*1 *car le passage du fluide à travers le compresseur ou la turbine est rapide.*
*2 *car négligeables devant les variations d'enthalpie massique du fluide.*

➲ Exercice classique : Etablir ce bilan.
Rq : Pour évaluer Δh et donc w_u, on peut exploiter le diagramme des frigoristes du fluide (cf § E.2.c) ou faire l'hypothèse que le gaz est un GP et utiliser la 2e loi de Joule.

E) Bilan d'entropie

1) Rappel : 2e principe pour un système FERME pour une transformation infinitésimale

$$\mathbf{d}S(=S(t+dt)-S(t))=\delta S_{éch}+\delta S_{créée}$$

◆ dS : **variation** infinitésimale de l'entropie S **entre l'EI à t et l'EF à $t+dt$** de la transformation ;
◆ $\delta S_{éch}$ et $\delta S_{créée}$: entropie échangée et entropie créée **élémentaires** telles que :

$$*\ \delta S_{éch}=\frac{\delta Q}{T_{ext}}$$

avec δQ : transfert thermique élémentaire reçu par le système de la part du thermostat de température T_{ext}.

$$*\ \delta S_{créée}\geq 0\ \begin{cases}=0 \text{ si transformation } \textbf{réversible}\\ >0 \text{ si transformation } \textbf{irréversible}\end{cases}$$

2) 2e principe pour un écoulement unidimensionnel et stationnaire

a) Enoncé

2e principe pour un fluide en écoulement :

Hypothèses : écoulement stationnaire et ***unidimensionnel*** *(le plus souvent implicite)*.

Bilan d'entropie massique :

$$\boxed{\Delta s=s_s-s_e=s_{éch}+s_{créée}=\frac{q}{T_{ext}}+s_{créée}}$$

Avec :
◆ **s l'entropie massique** du fluide *(USI : J.K^{-1}.kg^{-1})*,
◆ $s_{éch}=\frac{\delta S_{éch}}{dm}=\frac{q}{T_{ext}}$ **l'entropie échangée massique avec q le transfert thermique massique reçu, à travers la surface de contrôle, par le fluide de la part du milieu extérieur** *(USI : J.K^{-1}.kg^{-1})*.
◆ $s_{créée}=\frac{\delta S_{créée}}{dm}$ **l'entropie créée massique** rendant compte des **irréversibilités** *(USI : J.K^{-1}.kg^{-1})*.

* dm la masse entrante ou sortante (identiques en régime stationnaire) dans la surface de contrôle pendant la durée dt : $dm=D_m dt$.

$$*\ s_{créée}\geq 0\ \begin{cases}=0 \text{ si transformation } \textbf{réversible}\\ >0 \text{ si transformation } \textbf{irréversible}\end{cases}$$

Bilan de « taux d'entropie » :

$$\boxed{D_m\Delta s=\frac{\delta S_{éch}}{dt}+\frac{\delta S_{créée}}{dt}=\frac{\mathcal{P}_{th}}{T_{ext}}+\sigma_c}$$

◆ $\frac{\delta S_{éch}}{dt}=\frac{\delta Q}{dt}\cdot\frac{1}{T_{ext}}=\frac{\mathcal{P}_{th}}{T_{ext}}$ **le taux d'entropie échangée i.e. entropie échangée par unité de temps** *(USI : W.K^{-1}) avec $\mathcal{P}_{th}$* la **puissance thermique reçue, à travers la surface de contrôle, par le fluide de la part du milieu extérieur**.
◆ $\sigma_c=\frac{\delta S_{créée}}{dt}$ **le taux d'entropie créé i.e. entropie créée par unité de temps** *(USI : W.K^{-1})*.

Δ correspond ici à une variation entre la sortie et l'entrée de la surface de contrôle qui délimitent le système ouvert, ***sans référence à des instants particuliers le régime étant stationnaire.***
⟹ Bien faire la distinction avec l'énoncé du 2e principe pour un système fermé où Δ représente une variation lors d'une transformation finie entre 2 instants : EI à t_1 et EF à t_2.

➲ Démonstration à connaître : Selon une démarche analogue à celle du § D.2.a, établir ces bilans.

b) Cas particuliers - Simplifications *(cf détails en TD et au ChT3)*

- Si on peut **négliger les transferts thermiques** au niveau de la surface de contrôle (parois calorifugées, passage rapide) : $s_{éch} \approx \mathbf{0}$.
- Si les **phénomènes sources d'irréversibilité sont négligeables** : $s_{\text{créée}} \approx \mathbf{0}$.
- Si le fluide est un gaz modélisé par un **gaz parfait** : on exploite une des expression de l'entropie d'un GP.
- Si le fluide est un liquide modélisé une **phase condensée idéale** : $\Delta s = c \cdot \ln\left(\frac{T_s}{T_e}\right)$.
- Si on considère un **fluide réel**, on s'appuie sur un **diagramme thermodynamique** pour évaluer Δs.

c) Application : Comparaison de transformations ((ir-)réversible) dans un compresseur ou une turbine

Une turbine et un compresseur contiennent des pièces mobiles tournant à très grande vitesse : les sources d'irréversibilité sont nombreuses et elles impactent les performances de l'installation.

➲ Exercice classique : Passage de propane dans un compresseur ou une turbine – Etude avec le diagramme des frigoristes.

Considérons une compression ou une détente d'une quantité ΔP donnée.

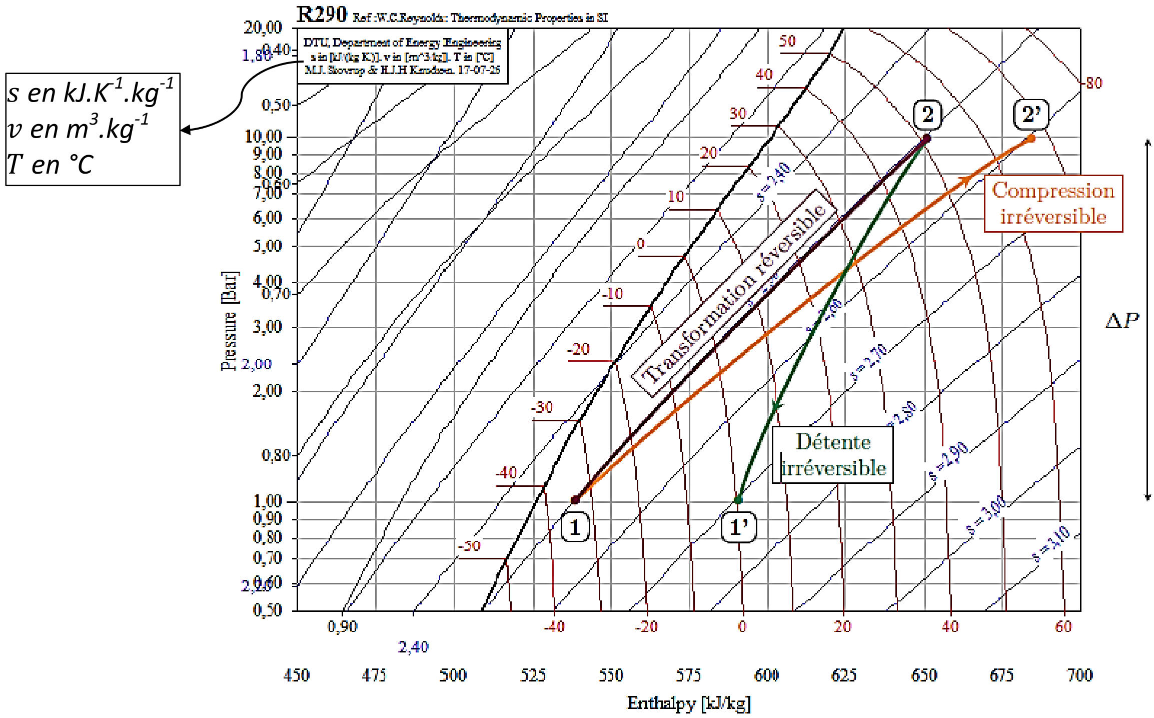


Figure 2 – Zoom sur la courbe de rosée du propane dans le diagramme des frigoristes.

		Compression	Détente
Etat du fluide entrant		1	2
Etat du fluide sortant	Evolution réversible	2	1
	Evolution irréversible	2'	1'

i) Justifier la représentation de l'évolution réversible dans le diagramme.

ii) Justifier que, dans le cas réel d'une évolution irréversible, l'entropie massique du fluide en sortie est supérieure à celle en entrée.

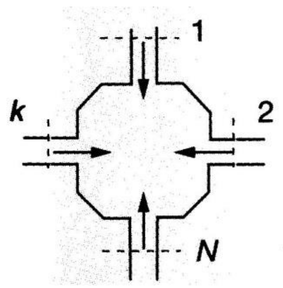
iii) A partir du diagramme, comparer le travail utile selon que l'évolution est réversible, donc isentropique, ou non et qu'il s'agit d'un compresseur ou d'une turbine en utilisant les notations ci-dessous. Commenter.

	Travail utile
Evolution réversible	$w_u^{rev} = w_u^{isoS}$
Evolution irréversible	$w_u^{irr} = w_u^{reel}$

Annexe – Généralisation des bilans aux dispositifs à plusieurs accès (entrées et sorties)

1) Conservation du débit massique en régime stationnaire

Lorsqu'un dispositif a plusieurs entrées ou sorties (accès d'indice k), on doit prendre en compte la contribution de chacun des écoulements correspondant dans les bilans.
Une orientation de chaque accès est alors nécessaire, **on choisit par exemple de compter positivement chaque débit entrant.**



D'après la loi de conservation de la masse, en régime **stationnaire**, on a pour un dispositif à N accès :

$$\sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{D_{mk}} = \mathbf{0}$$

Rq : Analogie entre débit massique et intensité électrique
⟹ Convention d'orientation des débits et des courants
⟹ Analogie entre conservation du débit et loi des nœuds dans l'ARQS.

2) Bilans d'énergie et d'entropie en régime stationnaire

Comme précédemment, on choisit arbitrairement de compter **positivement** chaque **débit entrant**.
On déduit des § D.2.a et E.2.a, les résultats suivants :

Dispositif à N accès :

◆ **1er principe pour un fluide en écoulement unidimensionnel et stationnaire :**

$$\sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{D_{mk}}\,(\boldsymbol{h_k} + \boldsymbol{e_{ck}} + \boldsymbol{g z_k}) + \mathcal{P}_{\boldsymbol{u}} + \mathcal{P}_{\boldsymbol{th}} = \mathbf{0}$$

avec h_k **l'enthalpie massique pour l'accès k…**

◆ **2e principe pour un fluide en écoulement unidimensionnel et stationnaire :**

$$\sum_{k=1}^{N} \boldsymbol{D_{mk}}\,\boldsymbol{s_k} + \frac{\mathcal{P}_{\boldsymbol{th}}}{\boldsymbol{T_{ext}}} + \boldsymbol{\sigma_c} = \mathbf{0}$$

avec s_k **l'entropie massique pour l'accès k…**