TDT4 – Transferts thermiques

0 Exercices classiques vus en cours :

II.B.1: Bilan de puissance volumique (géométries cartésienne, cylindrique et sphérique)

II.B.2.a: Démonstration de l'équation de la diffusion thermique (géométries cart., cyl. et sph.)

II.B.2.b : Lien entre les échelles caractéristiques τ et L

II.C.2.b: Résolution de l'équation de Laplace – Résistance thermique (géométrie cart.)

II.E.1: Etablir le schéma numérique explicite relatif à l'équation de la diffusion thermique

Capacités exigibles	Ch T4	Ex 1	Ex 2	Ex 3	Ex 4	Ex 5-7	Ex 8	Ex 9-10	Ex 11	TP4
Conduction, convection et rayonnement. Identifier un mode de transfert thermique. Mettre en œuvre un dispositif expérimental utilisant une caméra thermique ou un capteur dans le domaine des infrarouges.	•									
Flux thermique. Vecteur densité de flux thermique. Calculer un flux thermique à travers une surface orientée et interpréter son signe.	•	•	•		•	•				
Premier principe de la thermodynamique. Effectuer un bilan local d'énergie interne pour un solide dans le cas d'une situation à une variable d'espace en géométrie cartésienne, cylindrique ou sphérique.	•	•	•		•	•	•	•	•	
Loi de Fourier. Interpréter et utiliser la loi de Fourier. Citer quelques ordres de grandeur de conductivité thermique dans les conditions usuelles : air, eau, verre, acier. Mesurer la conductivité thermique d'un matériau.	•	•	•		•	•				В
Équation de la diffusion thermique. Établir l'équation de la diffusion thermique sans terme de source au sein d'un solide dans le cas d'une situation à une variable d'espace en géométrie cartésienne, cylindrique ou sphérique. Utiliser une généralisation de l'équation de la diffusion en présence d'un terme de source. Utiliser une généralisation en géométrie quelconque en utilisant l'opérateur Laplacien et son expression fournie. Analyser une équation de diffusion thermique en ordre de grandeur pour relier des échelles caractéristiques spatiale et temporelle. Capacité numérique: à l'aide d'un langage de programmation, résoudre l'équation de la diffusion thermique à une dimension par une méthode des différences finies dérivée de la méthode d'Euler explicite de résolution des équations différentielles ordinaires.	•	•		•		•	•			А
Régime stationnaire. Résistance thermique. Définir la notion de résistance thermique par analogie avec l'électrocinétique. Déterminer l'expression de la résistance thermique d'un solide dans le cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Exploiter les lois d'association de résistances thermiques.	•	•	•					•		
Coefficient de transfert thermique de surface ; loi de Newton. Utiliser la loi de Newton comme condition aux limites à une interface solide-fluide.	•				•					В

Données pour l'ensemble des exercices :

Coordonnées cylindriques

$$\overline{grad}f = \left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)_{\theta,z} \cdot \vec{u}_r + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right)_{r,z} \cdot \vec{u}_\theta + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{r,\theta} \cdot \vec{u}_z$$

$$div \, \vec{a}(M) = \frac{1}{r} \frac{\partial (ra_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial a_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$

$$\Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

$$\overline{grad}f = \left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)_{\theta,z} \cdot \vec{u}_r + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right)_{r,z} \cdot \vec{u}_\theta + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{r,\theta} \cdot \vec{u}_z$$

$$\overline{grad}f = \left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)_{\theta,\varphi} \cdot \vec{u}_r + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right)_{r,\varphi} \cdot \vec{u}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta} \left(\frac{\partial f}{\partial \varphi}\right)_{r,\theta} \cdot \vec{u}_\varphi$$

$$div \ \vec{a}(M) = \frac{1}{r} \frac{\partial (ra_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial a_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$

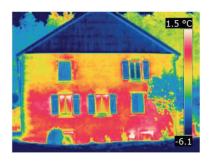
$$div \ \vec{a}(M) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 a_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial (\sin(\theta) a_\theta)}{\partial \theta} + \frac{1}{r\sin\theta} \frac{\partial a_\varphi}{\partial \varphi}$$

$$\Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

$$\Delta f = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \cdot \frac{\partial f}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin\theta \frac{\partial f}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta} \frac{\partial^2 f}{\partial \varphi^2}$$

1 / Isolation d'un mur (d'après oral banque PT)

Avec les nouvelles normes environnementales et les diagnostics de performance énergétique des bâtiments, la cartographie thermique permet de localiser les zones de déperdition thermique les plus importantes. On peut ensuite cibler les travaux d'isolation à effectuer en toute connaissance de cause.



On s'intéresse à un mur de béton de surface $S=25\,\mathrm{m}^2$ et d'épaisseur $e=15\,\mathrm{cm}$. Le béton a pour conductivité thermique $\lambda=0.92\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}$. Il règne à l'extérieur de l'habitation une température de 4 °C et à l'intérieur une température de 19 °C.

1 - Montrer que la température dans le mur est solution de l'équation

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \,.$$

Exprimer D et son unité.

- 2 En déduire le profil de température T(x) dans le mur en régime permanent. Le représenter.
- 3 On superpose au mur une épaisseur e' de polystyrène expansé de conductivité $\lambda' = 0.036\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}$. Déterminer l'épaisseur e' nécessaire pour diviser la consommation en chauffage de l'habitation par 10.
- 4 Déterminer et tracer l'allure du nouveau profil de température.
- **5** Dans ce mur se trouve une fenêtre en double vitrage de $2 \,\mathrm{m}^2$ de conductivité thermique surfacique $g_{\mathrm{fen}} = 2.8 \,\mathrm{W}\cdot\mathrm{m}^{-2}\cdot\mathrm{K}^{-1}$. Calculer le flux total au travers du mur.

2 **/** Isolation thermique d'un ballon d'eau chaude \rightarrow Résistance thermique en cylindriques

Le ballon est modélisé par un cylindre creux en acier d'épaisseur $e=30 \ mm$, de hauteur $h=157 \ cm$ et de rayon $l=57 \ cm$ dont les parois planes sont parfaitement calorifugées.

- 1) Montrer que le flux thermique sortant d'un cylindre de rayon r (l < r < l + e) ne dépend pas de r en régime stationnaire.
- 2) Par une analogie à préciser, en déduire la résistance thermique du ballon. La calculer numériquement. On décide d'isoler le dispositif. Une première solution consiste à utiliser de la laine de verre d'épaisseur $e'=300\ mm$. Une autre possibilité est de choisir du polyester d'épaisseur $e''=50\ mm$.
- 3) Calculer la nouvelle résistance thermique.
- 4) Quel est le meilleur choix?

Données : conductivités thermiques

Acier : $\lambda = 50 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$;

Laine de verre : $\lambda' = 0.035 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$;

Polyester : $\lambda'' = 0.022 W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$.

3 Géothermie très basse énergie (d'après PT B 2018)

En géothermie très basse énergie, on utilise l'énergie stockée dans le sol à basse profondeur. La diffusivité thermique d'un sol sableux sec est de D_{Sol} = 0,2.10⁻⁶ USI.

Déterminer avec un minimum de calculs un ordre de grandeur de la profondeur minimum d'utilisation dans ce sol si l'on souhaite que les fluctuations annuelles de température de l'air à sa surface y soient imperceptibles.



4 Ailette de refroidissement

→ Prise en compte de transferts thermiques (convectifs) latéraux.

Pour améliorer le refroidissement de circuits électroniques ou de moteurs, on y ajoute des ailettes de refroidissement en nombre et forme variés afin d'évacuer de la chaleur vers l'air ambiant par transfert conducto-convectif.



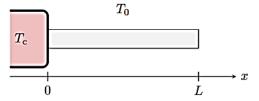


Figure 4 – Ailettes de refroidissement d'un processeur.

Figure 5 - Schéma de l'ailette étudiée.

On étudie ici une ailette parallélépipédique, de longueur L dans la direction x et de côtés a et b dans les directions y et z, faite d'un matériau de conductivité thermique λ . Cette ailette est accolée au composant à refroidir, de température T_c , et placée dans l'air de température supposée uniforme T_0 . Les échanges entre l'ailette et l'air sont modélisés par la loi de Newton : le flux d φ cédé à l'air par un élément de surface dS de l'ailette situé à l'abscisse x s'écrit

$$d\varphi(x) = h(T(x) - T_0) dS.$$

Hypothèses de travail:

- ▷ le régime est stationnaire;
- ▷ la température est uniforme sur une section donnée de l'ailette;
- ▷ l'ailette est en contact thermique parfait avec le matériau à refroidir;
- ▷ la longueur de l'ailette est assimilée à une longueur infinie.
- 1 Montrer que la température vérifie l'équation différentielle

$$\frac{\mathrm{d}^2 T}{\mathrm{d}x^2} - \frac{1}{\delta^2} T = -\frac{1}{\delta^2} T_0 \,,$$

avec δ à exprimer en fonction des données. Préciser ce que signifie l'hypothèse d'ailette infinie.

- 2 Résoudre cette équation différentielle.
- 3 Calculer la puissance thermique totale dissipée par l'ailette.
- 4 On observe sur la figure 4 plusieurs ailettes montées les unes à côté des autres. Quel en est l'intérêt par rapport à une seule ailette de plus grandes dimensions? On pourra comparer la puissance dissipée par N^2 ailettes de dimensions latérales $a \times b$ à celui d'une unique ailette plus grande, de dimensions $Na \times Nb$.

5 Igloo (Type « résolution de problème »)

Un explorateur sur la banquise construit un igloo de rayon intérieur R = 1 m. La température extérieure est de -20° C et la température minimale nécessaire à la survie est égale à 10° C.

→ Quelle doit être l'épaisseur minimale des murs de l'igloo ?

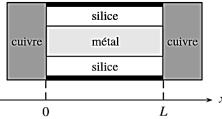
Données:

Conductivité thermique de la glace $\lambda = 0,050 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ L'homme dégage une puissance de 100 W

6 Fusible (d'après Physique – Modélisation E3A PSI 2017)

→ Prise en compte d'un terme source (effet Joule)

Un fusible en céramique est constitué d'un fil métallique cylindrique de section S, de longueur L et de conductivités thermique λ et électrique γ . On considère que toutes ces grandeurs sont uniformes dans le fil métallique et indépendantes de la température. Le fil métallique est soudé à ses deux extrémités sur des plots de cuivre massif que l'on considère conducteur électrique et thermique parfait. Le cuivre est maintenu à une température constante T_0 . Il s'agit de la température de l'air extérieur au fusible. Le fil métallique est inséré dans une gaine en silice assurant une isolation latérale thermique et électrique parfaite. Le fil métallique est parcouru par un courant d'intensité I.



1. Montrer que l'équation aux dérivées partielles vérifiée par la température peut s'écrire sous la forme : $\mu c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{I^2}{\gamma S^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$.

2. Établir le profil de température dans le fil métallique en régime stationnaire. Tracer l'allure de ce profil.

3. La température de fusion du métal est notée T_F . Donner la position du fil métallique où débute la fusion du métal lorsque le courant atteint l'intensité maximale supportée par le fusible. Déterminer l'expression littérale de l'aire S à prévoir. Faire l'application numérique avec : $\lambda = 65 \,\mathrm{W} \cdot \mathrm{K}^{-1} \cdot \mathrm{m}^{-1}$; $\gamma = 1,2 \times 10^6 \,\mathrm{SI}$; $T_0 = 290 \,\mathrm{K}$; $L = 2,5 \,\mathrm{cm}$; $T_F = 390 \,\mathrm{K}$; $T_{\mathrm{max}} = 16 \,\mathrm{A}$.

7 / Croûte continentale - Géothermie

→ Prise en compte d'un terme source (désintégration nucléaire)

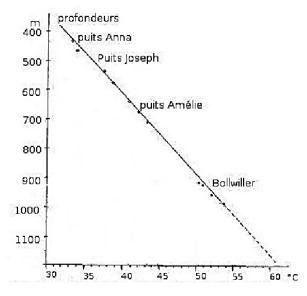


Figure 3 – Température en fonction de la profondeur. La courbe représente la température mesurée au fond de différents puits de mines alsaciens en fonction de leur profondeur.

La croûte continentale terrestre a une épaisseur moyenne de 30 km, limitée par la discontinuité de Moho. Sa conductivité thermique moyenne vaut $\lambda = 2.5 \,\mathrm{W\cdot m^{-1}\cdot K^{-1}}$. Au niveau de la surface, la température vaut en moyenne $T_0 = 13\,^{\circ}\mathrm{C}$. Les éléments radioactifs présents dans la croûte terrestre libèrent, en se désintégrant, une puissance volumique p supposée uniforme.

On néglige localement la courbure de la Terre et on se place en régime permanent : la température ne dépend que de la profondeur z, mesurée le long d'un axe vertical descendant.

 ${\bf 1}$ - Établir l'équation différentielle régissant le champ de température T(z).

2 - Combien de conditions aux limites sont nécessaires pour la résolution? Les identifier, en s'aidant notamment de la figure 3.

 ${\bf 3}$ - Procéder à la résolution et représenter graphiquement le profil de température.

4 - Estimer un ordre de grandeur de p sachant que la température au niveau de la discontinuité de Moho est de l'ordre de $600\,^{\circ}\mathrm{C}.$

5 - Cette puissance libérée par la Terre peut être récupérée : c'est la géothermie. Déterminer le flux géothermique surfacique en Alsace. En déduire l'énergie potentiellement récupérable par géothermie sur un an. On estime pour cette région un potentiel solaire annuel de l'ordre de $1220\,\mathrm{kWh/m^2}$: commenter.

8 Régime sinusoïdal – Onde thermique (d'après CCINP MP 2014)

L'objet de cette partie est d'étudier l'amortissement dans le sol des variations quotidiennes et annuelles de température, en vue de l'enfouissement d'une canalisation d'une installation géothermique.

On se place en repère cartésien. La surface du sol, supposée plane et d'extension infinie, coïncide avec le plan (Oxy) (voir **figure III.1**). La température au niveau de cette surface, notée T(0,t), varie sinusoïdalement en fonction du temps t avec la pulsation ω autour d'une moyenne T_0 : $T(0,t)=T_0+\alpha\cos(\omega t)$, où α est une constante. Soit un point M dans le sol repéré par ses coordonnées (x,y,z), avec $z \ge 0$. On cherche à déterminer le champ de température en M, noté T(M,t).

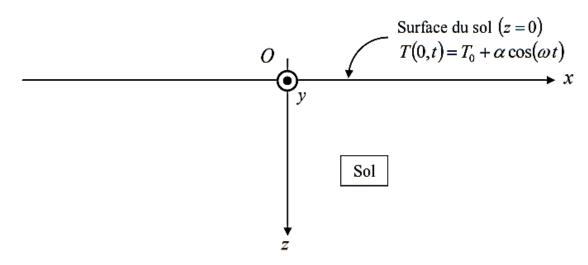


Figure III.1 : repérage adopté pour l'étude de l'onde thermique

- III.1 Justifier que T(M,t) ne dépend ni de x ni de y. On notera dans la suite : T(M,t) = T(z,t).
- III.2 Donner l'expression de la loi de Fourier relative à la conduction thermique, en rappelant les grandeurs intervenant dans cette loi. On notera λ la conductivité thermique du sol, supposée constante. Citer une loi physique analogue à la loi de Fourier.

On travaille avec l'écart de température par rapport à T_0 en posant : $\theta(z,t) = T(z,t) - T_0$. Tout autre phénomène que la conduction thermique est négligé. On donne, dans le cadre de notre modèle, l'équation de la chaleur : $\rho c \frac{\partial \theta(z,t)}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 \theta(z,t)}{\partial z^2}$, où ρ et c désignent respectivement la masse volumique et la capacité thermique massique du sol. Ces deux paramètres sont supposés constants.

On cherche la solution de l'équation de la chaleur en régime sinusoïdal permanent. A cet effet, on introduit la variable complexe : $\underline{\theta}(z,t) = f(z)e^{j\omega t}$, avec $j^2 = -1$ et f(z) une fonction de z. L'inconnue $\theta(z,t)$ est alors donnée par : $\theta(z,t) = \text{Re}(\underline{\theta}(z,t))$, où Re désigne la partie réelle.

- III.3 Déterminer l'équation différentielle vérifiée par f(z). On fera intervenir la diffusivité thermique du sol donnée par : $D = \frac{\lambda}{\rho c}$.
- III.4 Exprimer la solution générale de cette équation, en faisant intervenir deux constantes d'intégration notées A et B. Par un argument physique à préciser, montrer que l'une de ces constantes est nulle.
- III.5 Montrer que $\underline{\theta}(z,t)$ se met sous la forme : $\underline{\theta}(z,t) = \alpha e^{-\frac{z}{\delta}} \times e^{\int_{-\delta}^{\infty} (\omega t \frac{z}{\delta})}$, où δ est une grandeur à exprimer en fonction de ω et de D.
- III.6 Exprimer T(z,t) à l'aide des paramètres : T_0 , δ , α , ω et des variables z et t. Interpréter physiquement l'expression obtenue. Interpréter physiquement le paramètre δ .
- III.7 Exprimer la profondeur L_{10} pour laquelle l'amplitude des variations de température dans le sol est atténuée d'un facteur 10 par rapport à celle de la surface du sol.
- III.8 On donne pour un sol humide : $D = 0.257 \times 10^{-6}$ m².s⁻¹. Calculer numériquement L_{10} dans les deux cas suivants :
 - Cas n° 1 : variation quotidienne de température ;
 - Cas n° 2 : variation annuelle de température.

A quelle profondeur préconiseriez-vous d'enfouir la canalisation de l'installation géothermique ?

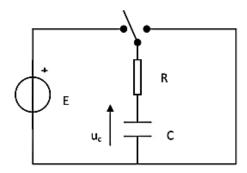
- III.9 Calculer littéralement puis numériquement le décalage temporel Δt entre $T(z = L_{10}, t)$ et T(0,t) dans les deux cas de la question III.8.
- III.10 Le modèle développé vous paraît-il pertinent ? Quels phénomènes non pris en compte dans le modèle peuvent intervenir ? Répondre succinctement.

9 Maquette de maison (d'après oral CCINP TSI)

\rightarrow ARQS

On dispose d'une boîte en plastique, fermée, pouvant représenter sommairement une maquette de maison. Cette boîte contient une résistance électrique chauffante alimentée par une tension continue réglable. Un capteur de température, relié par une interface à un ordinateur, permet de suivre l'évolution de la température de l'air à l'intérieur de la boîte en fonction du temps. Un autre capteur mesure la température extérieure.

- 1. Expliquer à quoi correspondent les cinq paliers de température sur la courbe de la fenêtre 2 du document 1.
- 2. On peut définir une résistance thermique globale de la boîte. Donner la valeur de cette résistance thermique.
- 3. De quels paramètres dépend cette résistance thermique ? On précisera comment chacun de ces paramètres influencerait les résultats de l'expérience si on le modifiait.
- 4. On arrête le chauffage à la fin de la première expérience et on laisse la maquette de la maison se refroidir. Proposer un bilan thermique sur la maquette, permettant ainsi de prévoir l'évolution de la température lors de cette phase de refroidissement. On établira en particulier l'équation différentielle vérifiée par la température et sa résolution en faisant intervenir, entre autres, la capacité thermique C de la maquette.
- 5. On donne le circuit électrique suivant.

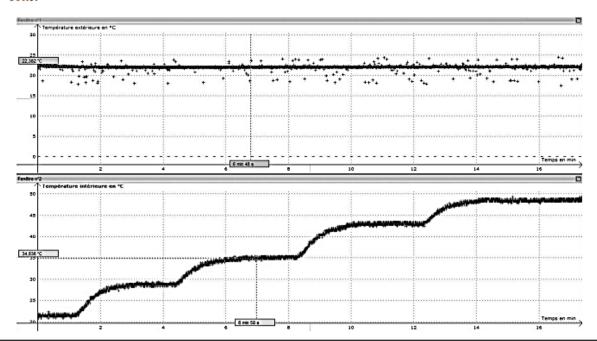


Souligner les analogies qui existent entre ce circuit électrique et l'expérience de chauffe et refroidissement de l'intérieur de la boîte en plastique précédente. On établira en particulier l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$.

- 6. Un étudiant veut suivre avec un boîtier d'acquisition (impédance d'entrée R_e de l'ordre de 10 M Ω) la tension aux bornes du condensateur dans la phase de charge. Le choix des paramètres est R=1 M Ω , C=10 μ F et E=5 V. Durée d'acquisition 100 ms, période d'échantillonnage 1 ms, déclenchement manuel.
- 6.a. En régime permanent, ue n'atteint pas 5 V. Quel est le problème?
- 6.b. Il n'observe pas du tout la courbe de charge du condensateur. Proposer des explications et améliorations.

Document 1 : première expérience

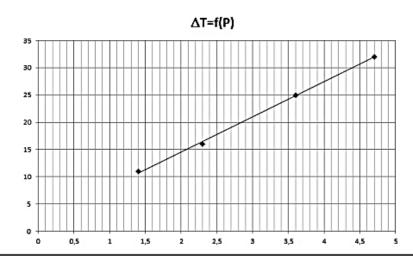
On mesure les évolutions temporelles des températures à l'extérieur (fenêtre 1) et à l'intérieur (fenêtre 2) de la boîte.



Document 2 : deuxième expérience

En régime permanent établi, on mesure la puissance P (en W) fournie par la résistance chauffante et la différence de température ΔT (en °C) entre l'intérieur et l'extérieur de la boîte.

P	ΔT
4, 7	32
1, 4	11
2, 3	16
3, 6	25



10 Combinaison de plongée (d'après oral CCP PSI) (Type « résolution de problème »)

 \rightarrow ARQS

Il y a risque d'hypothermie lorsque la température du corps passe en-dessous de 35°C.

Déterminer le temps au bout duquel il y a risque d'hypothermie pour un baigneur dans la Manche à 17°C.

Données:

- $\,\rhd\,$ capacité thermique massique du corps humain : $c_{\rm corps} = 3.5\,{\rm kJ\cdot K^{-1}\cdot kg^{-1}}$; $\,\rhd\,$ résistance thermique de la peau : $R_{\rm peau} = 3\cdot 10^{-2}\,{\rm K\cdot W^{-1}}$;
- \triangleright puissance produite par le métabolisme : $P_{\text{corps}} = 100\,\text{W}$;
- \triangleright puissance surfacique reçue par le corps humain dans l'eau (par convection) : $P_{\text{conv}} = \alpha(T_{\text{ext}} T)$, avec T la température de la peau, $T_{\rm ext}$ la température de l'eau et $\alpha = 10 \, {\rm W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}}$.

11 Age de la Terre selon Lord Kelvin

La Terre est assimilée à un milieu semi-infini occupant tout le demi-espace z > 0. On admet que la température ne dépend que de la profondeur z (comptée positivement vers le bas) et du temps t. La planète a une conductivité thermique λ , une masse volumique ρ et une capacité thermique massique c, toutes trois uniformes. On note $j_{th}(z,t)$ la densité de courant thermique.

1. Montrer que : $\frac{\partial j_{\text{th}}}{\partial T} = D \frac{\partial^2 j_{\text{th}}}{\partial z^2}$ (équation (1)) où D est la diffusivité thermique, $D = \frac{\lambda}{\rho c}$.

Au milieu du XIXe siècle, Lord Kelvin a imaginé que la Terre a été formée à une température élevée uniforme T_0 au moment t=0. Instantanément sa surface a été soumise à une température T_S . Depuis ce temps-là, la planète se refroidirait. Lord Kelvin a modélisé ce refroidissement pour en déduire l'âge de formation de la Terre.

- 2. Dans l'hypothèse de Lord Kelvin, quelle doit être la valeur de la densité de courant thermique en z = 0 lorsque t tend vers zéro, et lorsqu'il tend vers l'infini? Quelle doit être la valeur de la densité de courant thermique à une profondeur z non nulle lorsque t tend vers zéro, et lorsqu'il tend vers l'infini?
- **3.** Lord Kelvin proposa la solution : $j_{th}(z,t) = -\frac{A}{\sqrt{Dt}} \exp\left(-\frac{z^2}{4Dt}\right)$ où t est le temps écoulé depuis la formation de la Terre. On admet qu'il s'agit bien d'une solution de l'équation (1). Vérifier qu'elle est compatible avec la condition initiale et les conditions aux limites. Dessiner schématiquement la valeur absolue de la densité de courant thermique en fonction de la profondeur pour deux époques différentes.
- **4.** On suppose que $A=a\left(T_{0}-T_{S}\right)^{\alpha}\lambda^{\beta}\rho^{\gamma}c^{\delta}$ où a est un facteur numérique et où $\alpha,\,\beta,\,\gamma$ et δ sont des exposants éventuellement nuls. Calculer α , β , γ et δ par analyse de l'homogénéité de la formule de Lord Kelvin.
- **5.** On peut montrer que $a=1/\sqrt{\pi}$. Exprimer la valeur du gradient thermique en surface de la Terre $\partial T/\partial z$. Lord Kelvin a admis que $T_0 - T_S$ était de l'ordre de 1000 à 2000 K et que D est proche de $1 \times 10^{-6} \, \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$. L'augmentation de température avec la profondeur mesurée dans les mines indiquait un gradient thermique proche de 30 K · km⁻¹. Quel âge de la Terre Lord Kelvin a-t-il déduit de son modèle?
- 6. Que pensez-vous de l'estimation précédente de l'âge de la Terre ? Quel est (ou quels sont) le (ou les) ingrédients physique(s) que Lord Kelvin n'aurait pas dû négliger? Pourquoi l'a-t-il (ou les a-t-il) négligé(s)?