TDEM1 – Electrostatique : champ, potentiel et flux

0 Exercices classiques vus en cours :

A.6.c : Analyse des symétries et des invariances
C.3.a : Champ $\vec{E}(M)$ créé par une **sphère uniformément chargée en volume**
C.3.b : Champ $\vec{E}(M)$ créé par un **cylindre infini uniformément chargé en volume**
C.3.c : Champ $\vec{E}(M)$ créé par un **plan uniformément chargé en surface**
C.3.d : Champ $\vec{E}(M)$ créé par un **condensateur plan**

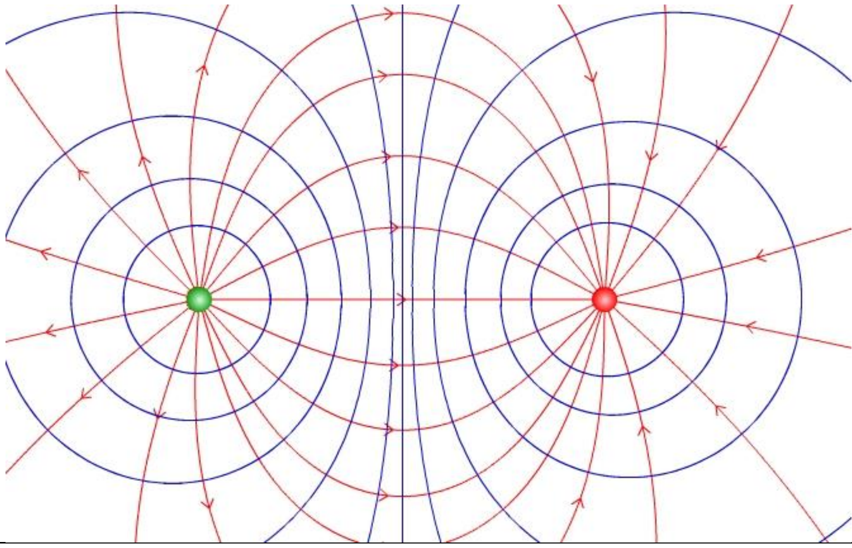
Donnée pour l'ensemble des exercices : $\varepsilon_0 = 8{,}9.10^{-12}$ F.m^{-1}

1 ✎ Cartes de champ électrostatique

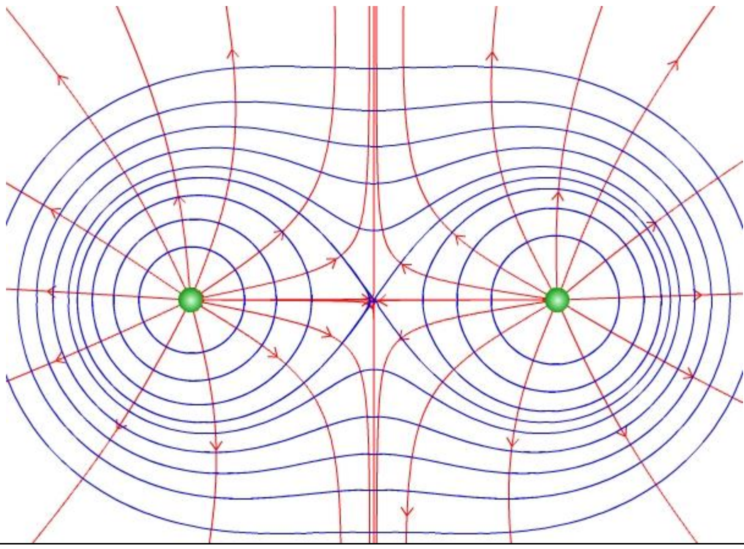
Les deux représentations ci-dessous (① et ②) représentent les lignes de champ et les équipotentielles dues à deux charges ponctuelles.

1) Identifier le signe des charges.
2) Différencier les surfaces équipotentielles des lignes de champ.
3) Vérifier que les cartes de champ sont compatibles avec les symétries de la distribution de charge.
4) Identifier une équipotentielle nulle.

①



②



2) Indiquer le signe des charges présentes sur les quatre cartes de champ ci-dessous (A, B, C et D). Justifier.

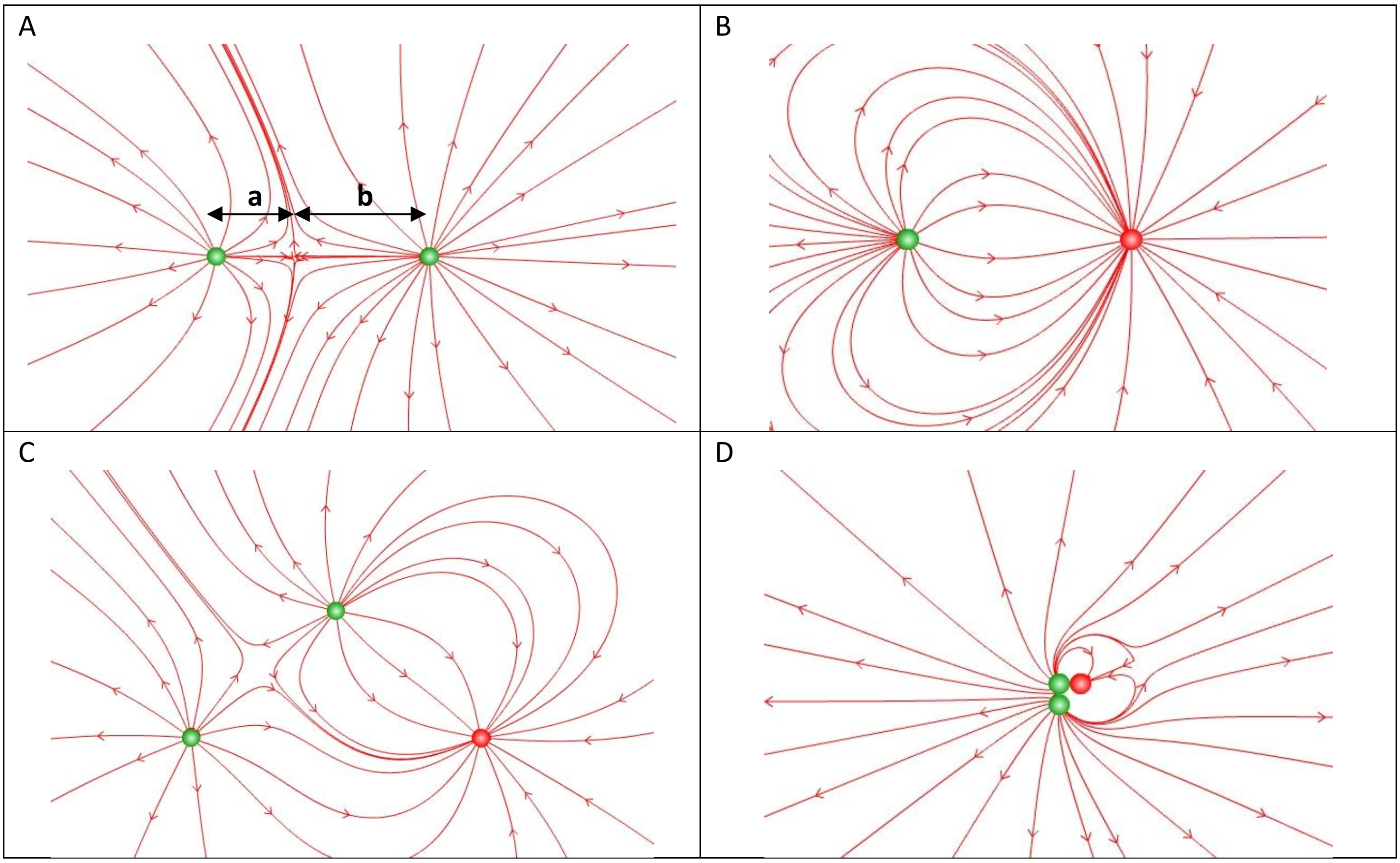
3) Sur la carte A :

a) Trouver le point de l'espace où le champ est nul.

b) Identifier la charge la plus importante.

c) Sachant que cette charge est 3 fois plus importante, donner la relation entre les distances a et b.

4) La carte D est une vue « de loin » de la distribution de charges de la carte C. A quoi peut-on assimiler la distribution de charges de la carte D ?



2 Piège électrostatique

Soient 4 charges ponctuelles +q disposées aux sommets d'un carré de côté $a\sqrt{2}$, de centre O, placé dans le plan (Ox, Oy). Les axes (Ox) et (Oy) correspondent aux deux bissectrices du carré.

1) Déterminer le vecteur champ électrostatique au point O.

2) Déterminer le vecteur champ électrostatique en un point M de l'axe (Oz).

3) On place en O un point matériel de charge q', de masse m, de poids négligeable. Montrer que cette charge est en équilibre si sa vitesse initiale est nulle. Quelle condition doit remplir q' pour que l'équilibre soit stable pour des déplacements selon (Oz) ?

4) La condition précédente étant remplie, déterminer la période des oscillations de très faible amplitude au voisinage de O le long de (Oz).

3 Charge ponctuelle

Soit q une charge ponctuelle placée en O. Soit $(\mathcal{S})$ une sphère de centre O et de rayon R.

1) Calculer le flux du champ électrostatique créé par la charge à travers $(\mathcal{S})$.

2) Commenter.

4 ✎ Noyau atomique

La répartition de charge au sein de certains noyaux atomiques peut être modélisée par une densité volumique de la forme

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0 \left(1 - \dfrac{r^2}{a^2}\right) & \text{si } r \leq a \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où a est le rayon du noyau et r est la distance au centre O.

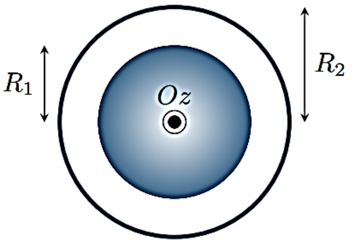
1 - Exprimer ρ_0 en fonction du numéro atomique Z du noyau.

2 - Calculer le champ électrostatique créé par le noyau en tout point de l'espace.

3 - Représenter graphiquement sa norme en fonction de r.

4 - Si on avait souhaité calculer seulement le champ ressenti par un électron de l'atome, quelle démarche beaucoup plus simple aurait-on pu adopter ? Expliquer pourquoi elle s'applique.

5 Deux cylindres concentriques



On considère une distribution de charge constituée de deux cylindres concentriques infinis de même axe Oz. Le premier cylindre, de rayon R_1, est un cylindre plein chargé en volume par une densité de charge $\rho(r) = -\alpha r$ ($\alpha > 0$, $r \leq R_1$). Le second cylindre, de rayon $R_2 > R_1$ est un cylindre creux chargé uniquement sur son pourtour extérieur avec une densité surfacique de charge $\sigma > 0$.

1 - Calculer le champ électrique créé par cette distribution.

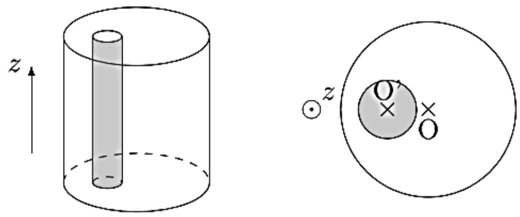
2 - Étudier la continuité de $\vec{E}$ en $r = R_1$ et $r = R_2$. Commenter.

3 - Représenter sa composante non nulle en fonction de r.

6 ✎ Cavité cylindrique

Un cylindre infini d'axe Oz possédant une charge volumique uniforme ρ, présente une cavité cylindrique infinie (d'axe $O'z$ avec O' différente de O) vide de charges.

Montrer que le champ électrostatique est uniforme dans la cavité et donner sa valeur.



7 Condensateur terrestre

On modélise l'ensemble Terre-ionosphère par un condensateur sphérique. La Terre, de rayon $R = 6{,}4 \cdot 10^3\,\text{km}$, se comporte comme un conducteur parfait de potentiel nul et porte une charge négative $-Q$ uniformément répartie à sa surface. L'ionosphère est représentée par une surface équipotentielle sphérique de rayon $R + h$ ($h = 60\,\text{km}$) porteuse d'une charge $+Q$. Les propriétés électromagnétiques de l'air sont assimilées à celles du vide.

1 - Exprimer le champ électrique entre les deux sphères.

2 - Calculer le potentiel de l'ionosphère.

3 - Déterminer la capacité de ce condensateur.

4 - Simplifier son expression compte tenu des valeurs numériques et commenter le résultat obtenu. La calculer numériquement.

8 ✎ Couches épaisses chargées – Jonction PN

On se place dans le plan cartésien $(Oxyz)$.
1- On considère la configuration suivante : deux plans infinis d'équations $x = -a/2$ et $x = a/2$. L'espace entre ces deux plans est rempli de particules chargées avec une densité volumique de charge $\rho_o > 0$. Le reste de l'espace est vide de charge. Faire l'étude des symétries et des invariances. Que vaut le champ $\vec{E}$ pour $x = 0$?
2- Déterminer le champ $\vec{E}$ en tout point. Représenter $E_x(x)$.
3- On considère désormais la distribution de charge suivante : pour $-a < x < 0$, $\rho(x) = -\rho_o$; pour $0 < x < a$, $\rho(x) = \rho_o$. Il n'y a pas de charges dans les zones $|x| > a$. À l'aide de la question précédente, déterminer le champ électrostatique en tout point. Représenter $E_x(x)$.
4- On considère un électron se déplaçant avec une vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$, arrivant sur la distribution de charges précédentes. Étudier le mouvement de l'électron en différenciant le cas où il arrive de $-\infty$ ou de $+\infty$.

9 ✎ Profil de masse volumique au sein de la Terre *(d'après oral PT)*

On assimile la Terre à une sphère parfaite de centre O, de rayon $R_T = 6{,}4 \cdot 10^3$ km et de masse totale $M_T = 6{,}0 \cdot 10^{24}$ kg. Le champ de pesanteur $\vec{g}$ vérifie la relation

$$\oiint_{\Sigma} \vec{g} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S} = -4\pi \mathcal{G}\, M_{\text{int}}$$

où M_{int} est la masse contenue à l'intérieur de la surface fermée Σ, et $\mathcal{G} = 6{,}7 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$ est la constante de gravitation.

1 - À quel résultat d'électrostatique cette relation est elle similaire ? Préciser les analogues de $\vec{g}$, $\mathcal{G}$ et M_{int}.

2 - On considère dans un premier temps la masse uniformément répartie. Exprimer $\vec{g}(r) = -g(r)\vec{u}_r$. Représenter $g(r)$ en fonction de r.

3 - Retrouver la valeur g_0 du champ de pesanteur à la surface de la Terre.

4 - En réalité la répartition de masse n'est pas uniforme : le champ de pesanteur évolue selon l'allure de la figure 1. Déterminer la répartition de masse volumique $\rho(r)$ au sein de la Terre.

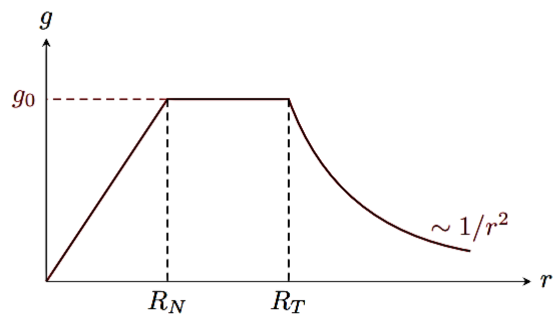


Figure 1 – Évolution du champ de pesanteur au sein de la Terre.

Aide Q4) Considérer le volume délimité par une sphère de rayon r et une sphère de rayon r + dr et appliquer le théorème de Gauss gravitationnel.

10 Charge en surface d'un semi-conducteur *(d'après oral PT)*

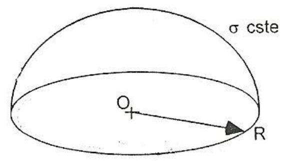
Dans le domaine $x > 0$ se trouve un semi-conducteur chargé en volume selon une densité $\rho(x)$ et en surface selon une densité σ_0 uniforme. Le champ électrique dans ce semi-conducteur s'écrit $\vec{E} = E_0\, \mathrm{e}^{-x/\ell}\vec{u}$ avec $E_0 > 0$, $\ell > 0$ et $\vec{u}$ un vecteur unitaire. Le champ électrique est nul dans le domaine $x < 0$.

1 - Déterminer la direction $\vec{u}$ du champ électrostatique.

2 – A l'aide du théorème de Gauss, déterminer la densité volumique de charge $\rho(x)$ dans les deux domaines $x < 0$ et $x > 0$ et la densité surfacique de charge σ_0.

3 - Déterminer le potentiel électrostatique en $x = 0$. On le supposera nul pour $x \to \infty$.

11 Champ d'une demi-sphère



Une demi-sphère de centre O et de rayon R porte une charge surfacique répartie uniformément.

➲ Déterminer le champ électrostatique créé en O par cette distribution de charges.

Capacités exigibles	Ch EM1	Ex 1	Ex 2	Ex 3	Ex 4	Ex 5-6	Ex 7	Ex 8	Ex 9	Ex 10	Ex 11
Loi de Coulomb. Champ électrostatique. Champ électrostatique créé par un ensemble de charges ponctuelles. Principe de superposition. Exprimer le champ électrostatique créé par une distribution discrète de charges. Citer quelques ordres de grandeur de valeurs de champs électrostatiques.	●	●	●	●		●	●	●			
Distributions continues de charges : volumique, surfacique, linéique. Choisir un type de distribution continue adaptée à la situation modélisée. Relier les densités de charges de deux types de distributions modélisant une même situation. Déterminer la charge totale d'une distribution continue dans des situations simples.	●				●	●	●	●	●	●	●
Symétries et invariances du champ électrostatique. Identifier les plans de symétrie et d'antisymétrie d'une distribution de charges. Identifier les invariances d'une distribution de charges. Exploiter les symétries et les invariances d'une distribution de charges pour caractériser le champ électrostatique créé.	●	●	●		●	●	●	●	●	●	●
Circulation du champ électrostatique. Potentiel électrostatique. Opérateur gradient. Relier le champ électrostatique au potentiel. Exprimer le potentiel créé par une distribution discrète de charges. Citer l'expression de l'opérateur gradient en coordonnées cartésiennes. Déterminer un champ électrostatique à partir du potentiel, l'expression de l'opérateur gradient étant fournie dans le cas des coordonnées sphériques et cylindriques. Déterminer une différence de potentiel par circulation du champ électrostatique dans les cas simples.	●						●	●		●	
Flux du champ électrostatique. Théorème de Gauss. Identifier les situations pour lesquelles le champ électrostatique peut être calculé à l'aide du théorème de Gauss.	●			●	●	●	●	●		●	
Systèmes modélisés par une <u>sphère, un cylindre "infini" ou un plan "infini"</u>. Etablir les expressions des champs électrostatiques créés en tout point de l'espace par une sphère uniformément chargée en volume, par un cylindre "infini" uniformément chargé en volume et par un plan "infini" uniformément chargé en surface. Etablir et énoncer qu'à l'extérieur d'une distribution à symétrie sphérique, le champ électrostatique créé est le même que celui d'une charge ponctuelle concentrant la charge totale et placée au centre de la distribution. Utiliser le théorème de Gauss pour déterminer le champ électrostatique créé par une distribution présentant un haut degré de symétrie.	●				●	●	●	●	●		
Etude du <u>condensateur plan</u> modélisé comme la superposition de deux distributions surfaciques, de charges opposées. Etablir et citer l'expression de la capacité d'un condensateur plan dans le vide.	●						●				
Lignes de champ, tubes de champ, surfaces équipotentielles. Orienter les lignes de champ du champ électrostatique créé par une distribution de charges. Représenter les surfaces équipotentielles connaissant les lignes de champ et inversement. Associer les variations de l'intensité du champ électrostatique à la position relative des lignes de champ. Vérifier qu'une carte de lignes de champ est compatible avec les symétries et les invariances d'une distribution. <u>Capacité numérique</u> : à l'aide d'un langage de programmation, tracer quelques lignes de champ pour une distribution donnée.	●	●									
Energie potentielle électrostatique d'une charge placée dans un champ électrostatique extérieur. Etablir et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'une charge ponctuelle placée dans un champ électrostatique extérieur.	●		●					●			
Analogies avec la gravitation. Utiliser le théorème de Gauss de la gravitation.	●								●		