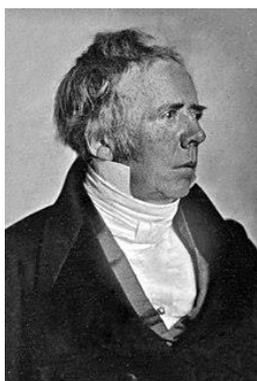


**Chapitre EM2. Magnétostatique : champ et circulation**

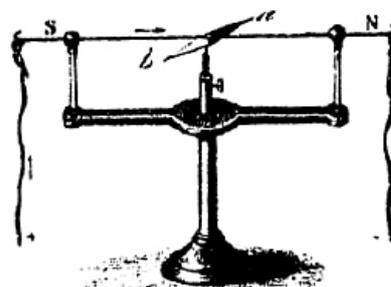


En 1820, le professeur danois Hans Christian Oersted (1777-1851) montra expérimentalement qu'un courant électrique peut produire un champ magnétique.

Il montra par la suite qu'un aimant exerce une force sur un fil conducteur traversé par un courant.

Ces résultats établirent le lien existant entre l'électricité et le magnétisme.

A droite : schéma de « l'expérience d'Oersted ».



<http://www.ampere.cnrs.fr/parcourspedagogique/zoom/oersted>

**INTRO :**

Ce chapitre a pour objet l'étude d'un champ vectoriel : le champ magnétostatique  $\vec{B}$ . Un champ magnétostatique peut être généré par des aimants fixes ou une **distribution de courants continus circulant dans des conducteurs fixes**. On s'intéresse ici à cette 2<sup>e</sup> source de champ magnétique.

Si les courants sont variables ou les conducteurs mobiles, on entre dans le cadre de l'électromagnétisme qui sera étudié ultérieurement.

Buts de ce chapitre : Décrire / modéliser une distribution de courants ; décrire la topographie de  $\vec{B}$  ; utiliser le principe de Curie (invariances et symétries) ; énoncer et utiliser le théorème d'Ampère et comparer les champs électrostatique et magnétostatique.

Prérequis :

2<sup>e</sup> année : ChEM1 Electrostatique

1<sup>e</sup> année : Bases de l'électrocinétique ; Mouvement de particules chargées dans un champ magnétique ; Champ magnétique et Induction électromagnétique.

Plan du chapitre :

- A) Courant électrique et champ magnétostatique ..... 2
  - 1) Sources de champ magnétique – ODG (*rappels*) ..... 2
  - 2) Courant électrique (*rappels*) ..... 2
  - 3) Description / Modélisation d'une distribution de courants ..... 2
  - 4) Principe de superposition..... 5
  - 5) Symétries et invariances du champ magnétostatique (*rappels*) ..... 5
- B) Topographie du champ magnétostatique (*rappels*) ..... 7
  - 1) Définitions..... 7
  - 2) Cartes de champ magnétostatique ..... 7
  - 3) Propriétés des lignes de champ magnétostatique ..... 8
- C) Flux du champ magnétostatique ..... 8
- D) Circulation du champ magnétostatique – Théorème d'Ampère ..... 9
  - 1) Théorème d'Ampère ..... 9
  - 2) Application du théorème d'Ampère..... 10
- E) Actions du champ magnétique ..... 13

1) Sur une particule ponctuelle de charge $q$ : force de Lorentz ( <i>rappels</i> ) .....	13
2) Sur un conducteur parcouru par un courant : force de Laplace ( <i>rappels</i> ).....	13
3) Sur un dipôle magnétique : couple de forces ( <i>rappels et plus de détails au ChEM3</i> ) .....	13
F) Comparaison des champs électrostatique et magnétostatique .....	14
Annexe – Solénoïde Compact pour Muons (CMS) au CERN.....	15

## **A) Courant électrique et champ magnétostatique**

### **1) Sources de champ magnétique – ODG** (*rappels*)

Les aimants, les circuits parcourus par des courants et la Terre sont des sources de champ magnétique.

♦ **USI** de  $\|\vec{B}\|$  : T (Tesla)

Rq : L'intensité du champ magnétique se mesure avec un teslamètre, cf TP.

♦ **ODG** :

Aimant (magnétite (Fe <sub>3</sub> O <sub>4</sub> ) ; alliage néodyme/ fer/ bore...)	0,1 à 1 T (au voisinage de l'aimant)
Electroaimant IRM	1 à 10 T
Champ magnétique terrestre	5.10 <sup>-5</sup> T

Dans ce chapitre, on étudie les champs créés par des **circuits fixes** parcourus par des **courants continus**.

### **2) Courant électrique** (*rappels*)

Un **courant électrique** est un **mouvement d'ensemble** de particules chargées (= porteurs de charges).

Rq : « mouvement d'ensemble » : contraire de mouvement aléatoire : les porteurs de charges se déplacent « globalement » dans la même direction et le même sens :  $\langle \vec{v} \rangle \neq \vec{0}$ .

Ex : Dans une solution électrolytique, les porteurs de charges sont les cations et les anions.

Dans les métaux, ce sont des électrons dits de conduction qui sont en mouvement par rapport à un réseau de cations fixes. En l'absence de force extérieure, le mouvement des électrons est aléatoire (agitation thermique). Le mouvement d'ensemble résulte de l'action d'un champ électrique  $\vec{E}$  : on applique une tension entre les bornes du conducteur.

### **3) Description / Modélisation d'une distribution de courants**

La description volumique correspond à la réalité physique des matériaux quelconques. Le champ magnétostatique associé à cette description est défini et continu en tout point de l'espace.

En revanche, les descriptions surfactive et linéique sont des modélisations. Elles peuvent conduire à la divergence ou à des discontinuités du champ magnétostatique associé, cf relations de passage au ChEM4.

**NB** : Au programme de MP, seules les descriptions de courant **volumiques** et **linéiques** seront étudiées en **magnétostatique**.

## a) Description volumique : Déplacement des porteurs de charges dans un volume

### ❖ Vecteur densité de courant volumique

→ **Cas particulier** : un seul type de porteurs de charges

On suppose ici que le courant est dû au mouvement d'ensemble d'un seul type de particules chargées mobiles (= porteurs de charges). On note  $q$  la charge de l'une de ces particules (USI : C).

On « découpe » le système en volumes **mésoscopiques**  $d^3\tau$ .

**DEFINITIONS :**

♦ **Densité volumique de porteurs de charges = densité particulière en  $P$  :**

$$n^*(P) = \frac{d^3N(P)}{d^3\tau}$$

Avec  $d^3\tau$  un volume élémentaire centré en  $P$

$d^3N(P)$  le nombre de porteurs de charges contenus dans ce volume.

**USI** de  $n^*(P)$  :  $\text{m}^{-3}$

On caractérise une distribution de courant volumique par :

♦ le **VECTEUR DENSITE DE COURANT VOLUMIQUE** en  $P$  :

$$\vec{j}(P) = n^*(P) \cdot q \cdot \vec{v}(P)$$

Avec  $\vec{v}(P)$  le vecteur vitesse moyen des porteurs de charges du volume  $d^3\tau$  centré en  $P$ .

**USI** de  $\|\vec{j}(P)\|$  :  $\text{A} \cdot \text{m}^{-2}$

On peut aussi introduire  $\rho_m$  la densité **volumique** de charges **mobiles** ( $\bullet^*$ ), on a :

$$\begin{aligned} \rho_m(P) &= n^*(P) \cdot q \\ \Rightarrow \vec{j}(P) &= \rho_m(P) \cdot \vec{v}(P) \end{aligned}$$

**USI** de  $\rho_m(P)$  :  $\text{C} \cdot \text{m}^{-3}$

⚡ Ne pas confondre « densité volumique de charges mobiles » avec « densité volumique totale de charges  $\rho$  », cf ChEM1, qui prend aussi en compte les charges fixes (ex : cations fixes d'un métal).

→ **Cas général** : plusieurs types de porteurs de charges

On suppose ici que le courant est dû au mouvement d'ensemble de plusieurs types de particules chargées mobiles. On note :

$q_k$  la charge du porteur de type  $k$  ;

$n^*_k(P)$  la densité particulière des porteurs de type  $k$  en  $P$  ;

$\vec{v}_k(P)$  le vecteur vitesse moyen des porteurs de type  $k$  en  $P$ .

On caractérise une distribution de courant volumique par :

♦ le **VECTEUR DENSITE DE COURANT VOLUMIQUE** en  $P$  :

$$\vec{j}(P) = \sum_k n^*_k(P) \cdot q_k \cdot \vec{v}_k(P)$$

**Vocabulaire** : La **distribution** de courants est **HOMOGENE** ssi le vecteur densité de courant est uniforme i.e. indépendant de  $P$ .

❖ **Intensité du courant électrique**

Par définition, l'**intensité du courant électrique (USI : A)** est le **débit** de charges à travers une section  $S$ , dans un sens choisi arbitrairement :  $I = \frac{dq}{dt}$   
avec  $dq$  la charge algébrique traversant  $S$  dans le sens choisi entre  $t$  et  $t + dt$ .

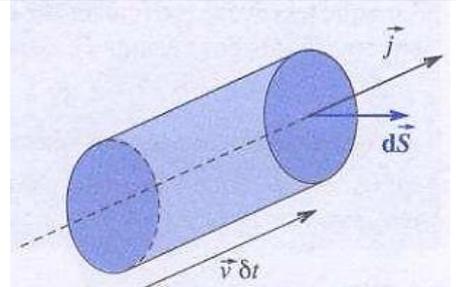
L'intensité correspond au **flux du vecteur densité de courant volumique** à travers la surface  $S$  :

$$I = \iint_{P \in (S)} \vec{j}(P) \cdot \vec{dS}$$

où  $\vec{dS} = dS \cdot \vec{n}$  avec  $\vec{n}$  vecteur **unitaire normal** à la surface en  $P$ .

En effet, la quantité de charges  $dq(P)$  qui traverse  $dS$  centrée sur  $P$  dans le sens choisi pendant  $dt$  s'écrit :

$dq(P) = q \cdot n^*(P) \cdot \vec{dS} \cdot \vec{v}(P) \cdot dt = \vec{j}(P) \cdot \vec{dS} \cdot dt$   
 $(\vec{dS} \cdot \vec{v}(P) \cdot dt)$  représente le volume contenant les porteurs qui vont traverser  $dS$  pendant  $dt$ .  
 Pour avoir  $I$ , il suffit d'intégrer sur tous les points  $P$  de la surface  $S$  puis de diviser par la durée  $dt$ .



**NB :** Rappel ChT4 Analogie thermo-électrique :  $I = \iint_{(S)} \vec{j} \cdot \vec{dS}$  analogue à  $\Phi = \iint_S \vec{j}_{th} \cdot \vec{dS}$ .

**b) Description surfacique : Déplacement des porteurs de charges dans une surface**

→ Modélisation d'une situation où les porteurs de charges se déplacent dans un volume d'épaisseur  $h$  très faible devant les autres dimensions du volume : « nappe » de courant.

On introduit  $\vec{j}_S$  le **vecteur densité de courant surfacique** :

$$\vec{j}_S = \sigma_m \vec{v}$$

avec  $\sigma_m$  la densité surfacique de charges mobiles.

$$\vec{j}_S = \lim_{h \rightarrow 0} (\vec{j}h)$$

On ne s'intéressera pas aux distributions de courant surfacique dans ce chapitre mais on exploitera  $\vec{j}_S$  au ChEM4 avec les relations de passage.

**c) Description LINEIQUE : Déplacement des porteurs de charges le long d'une courbe / d'un fil**

→ Modélisation, **très fréquente**, d'une situation où les porteurs de charges se déplacent dans un volume de section très faible devant le carré de sa longueur ( $s \ll d^2$  avec  $d$  la longueur) : « fil ».

On introduit  $\vec{j}_l$  le **vecteur densité de courant linéique** :

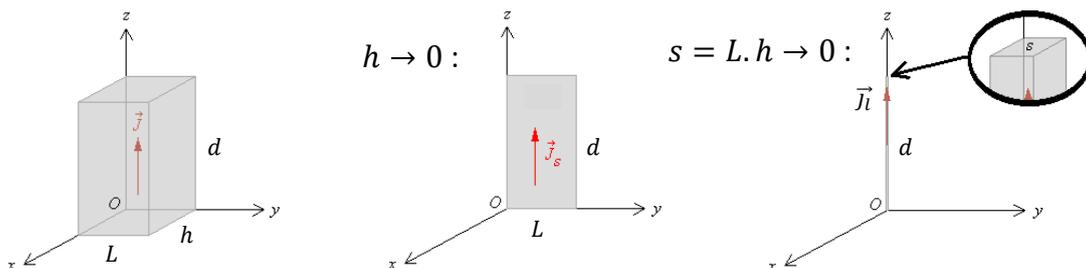
$$\vec{j}_l = \lambda_m \vec{v}$$

avec  $\lambda_m$  la densité **linéique** de charges **mobiles**.

$$\vec{j}_l = \lim_{s \rightarrow 0} (\vec{j}s)$$

L'intensité  $I$  du courant **orienté comme  $\vec{j}_l$**  vaut :

$$I(P) = \|\vec{j}_l(P)\|$$



## 4) Principe de superposition

### PRINCIPE DE SUPERPOSITION :

Le champ magnétostatique créé par un ensemble de courants est égal à la somme vectorielle des champs créés par chacun d'entre eux en l'absence de tous les autres.

**NB** : Ce principe est notamment utilisé pour calculer un champ magnétostatique en **décomposant** une distribution de courants en des distributions plus simples (qui présentent davantage de symétries), cf TDEM2.

## 5) Symétries et invariances du champ magnétostatique (rappels)

### a) Motivation de l'étude – Principe de Curie

Comme en électrostatique, il est **important d'analyser les symétries et les invariances de la distribution de courants pour caractériser le champ magnétostatique** d'après le principe de Curie.

*Cas de la magnétostatique :*

Cause = distribution de courants      Conséquence = champ magnétostatique → force magnétique

L'analyse des **symétries et invariances** d'une **distribution de courants** ( $D$ ) permet d'en déduire les propriétés de **symétrie et d'invariance** du **champ magnétostatique**  $\vec{B}(M)$  créé par ( $D$ ).

### b) Symétries

*Selon la description (volumique / surfacique / linéique) que l'on adopte pour la distribution de courants ( $D$ ), on la caractérise soit par  $\vec{j} / \vec{j}_s / \vec{j}_l$  vecteur densité de courant volumique / surfacique / linéique. Dans la suite, on notera seulement  $\vec{j}$ .*

Soit ( $D$ ) une distribution de courants,  $\vec{j}$  le vecteur densité de courant associé et  $\vec{B}$  le champ créé.

Soit ( $\pi$ ) un plan, on considère :

$P$  et  $P'$  deux points de la distribution de courants, symétriques par rapport au plan ( $\pi$ ).

$M$  et  $M'$  deux points de l'espace, symétriques par rapport au même plan ( $\pi$ ).

Les **symétries** de ( $D$ ) permettent : ① de restreindre l'étude à une partie de l'espace et/ou ② de déterminer la **direction du champ**  $\vec{B}(M)$ , cf figures ci-après.

♦ ( $\pi$ ) est un **plan de SYMETRIE** de ( $D$ ) si  $\vec{j}(P') = \text{sym}_{(\pi)}(\vec{j}(P))$ .

⇒ ①  $\vec{B}(M')$  est l'**opposé du symétrique** de  $\vec{B}(M)$ .

⇒ ② Pour  **$M$  appartenant au plan ( $\pi$ ) de symétrie**,  $\vec{B}(M)$  est **orthogonal à ce plan**.

♦ ( $\pi^*$ ) est un **plan d'ANTISYMETRIE** de ( $D$ ) si  $\vec{j}(P') = -\text{sym}_{(\pi)}(\vec{j}(P))$ .

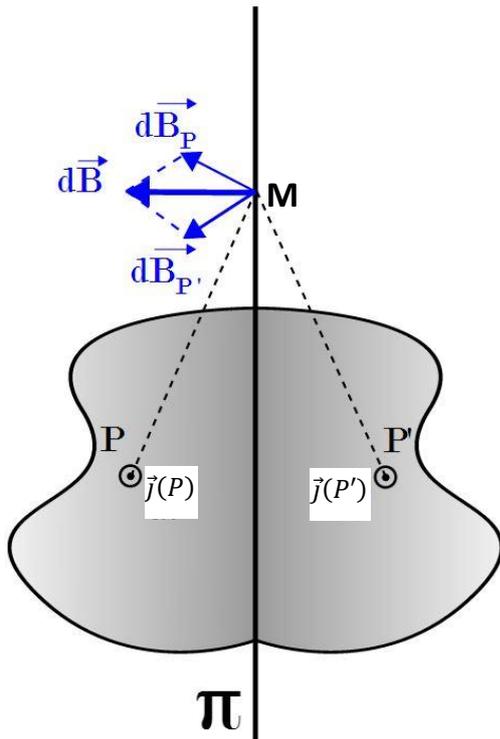
⇒ ①  $\vec{B}(M')$  est le **symétrique** de  $\vec{B}(M)$ .

⇒ ② Pour  **$M$  appartenant au plan ( $\pi^*$ ) d'antisymétrie**,  $\vec{B}(M)$  est **contenu dans ce plan**.

**NB** : Les conclusions sont contraires à celles obtenues pour le champ électrostatique. On peut l'expliquer en comparant les expressions de la force électrique  $\vec{F}_e = q\vec{E}$  et de la force magnétique  $\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$  exercées sur une particule de charge  $q$  : **présence du produit vectoriel** dans  $\vec{F}_m$ .

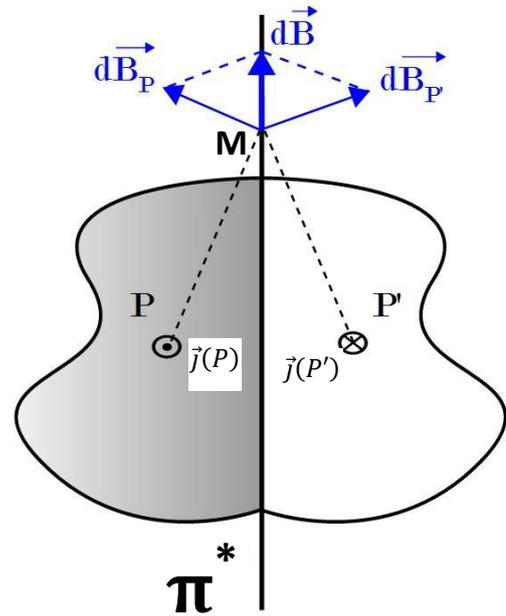
Champ élémentaire  $d\vec{B}$  créé en  $M$  par les éléments de courant  $d\vec{C}(P)$  et  $d\vec{C}(P')$  (cf rq ci-dessous) avec  $M$  appartenant au plan ( $\pi$ ) ou ( $\pi^*$ ) et  $P'$  symétrique de  $P$  par rapport au plan ( $\pi$ ) ou ( $\pi^*$ ).

Plan ( $\pi$ ) = plan de symétrie de la distribution ( $D$ )



$d\vec{B}(M)$  est **orthogonal** au plan ( $\pi$ )

Plan ( $\pi^*$ ) = plan d'antisymétrie de la distribution ( $D$ )



$d\vec{B}(M)$  **contenu** dans le plan ( $\pi^*$ )

Rq : On introduit le vecteur élément de courant :

Pour une distribution volumique :  $d\vec{C}(P) = \vec{j}(P)d\tau$  ;

Pour une distribution linéique :  $d\vec{C}(P) = I d\vec{l}(P)$  avec  $d\vec{l}$  le vecteur directeur du circuit en  $P$ , orienté dans le même sens que  $I$  en  $P$ .

La loi de Biot et Savart (hors pgm) donne l'expression du champ magnétostatique créé par  $d\vec{C}(P)$  :

$$\vec{dB}_P(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{d\vec{C}(P) \wedge \vec{PM}}{PM^3}$$

C'est avec cette loi que l'on connaît les directions et sens du vecteur  $d\vec{B}_P(M)$ .

### b) Invariances

Soit ( $D$ ) une distribution de courants et  $\vec{B}(M)$  le champ qu'elle crée en un point  $M$  de l'espace.

Les **invariances** de ( $D$ ) conduisent à **diminution du nombre de variables**.

( $D$ ) est invariante par ...

... **translation selon un axe** ( $\Delta$ ), prenons ( $\Delta$ ) = ( $Oz$ )  
 $\Rightarrow$  en coordonnées **cartésiennes** ou **cylindriques d'axe** ( $\Delta$ ), les **composantes de  $\vec{B}(M)$  ne dépendent pas de la coordonnée  $z$** .

... **rotation autour d'un axe** ( $\Delta$ ), prenons ( $\Delta$ ) = ( $Oz$ )  
 $\Rightarrow$  en coordonnées **cylindriques d'axe** ( $\Delta$ ), les **composantes de  $\vec{B}(M)$  ne dépendent pas de la coordonnée  $\theta$** .

... **rotation autour d'un point**  $O$   
 $\Rightarrow$  en coordonnées **sphériques de centre  $O$** , les **composantes de  $\vec{B}(M)$  ne dépendent pas des coordonnées  $\theta$  et  $\varphi$** .

**NB** : Mêmes conclusions que pour le champ électrostatique.

## B) Topographie du champ magnétostatique (rappels)

### 1) Définitions

**LIGNE DE CHAMP** d'un champ vectoriel  $\vec{A}$ , passant par un point M : courbe, orientée comme  $\vec{A}$ , passant par M et telle qu'en tout point de cette courbe,  $\vec{A}$  est **tangent** à la courbe.

**TUBE DE CHAMP** : ensemble des lignes de champ s'appuyant sur un contour fermé.

### 2) Cartes de champ magnétostatique

→ Visualisation expérimentale : avec de la limaille de fer

→ Visualisation grâce à un logiciel :

[www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve\\_tulloue/Elec/Champs/topoB.php](http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Elec/Champs/topoB.php)

Vous pouvez créer une distribution de courants quelconque et faire apparaître des lignes de champ.

→ Exemples de cartes de lignes de champ magnétostatique :

Champ magnétostatique créé par une **spire** parcourue par un courant  $I$  :

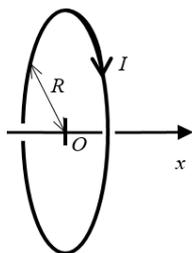


Fig. 1 : Schéma d'une spire circulaire

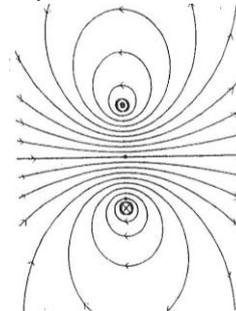


Fig. 2 : Lignes du champ magnétostatique créé

Champ magnétostatique créé par une **bobine / solénoïde** :



Fig. 3 : Solénoïde



Fig. 4 : Schéma du solénoïde

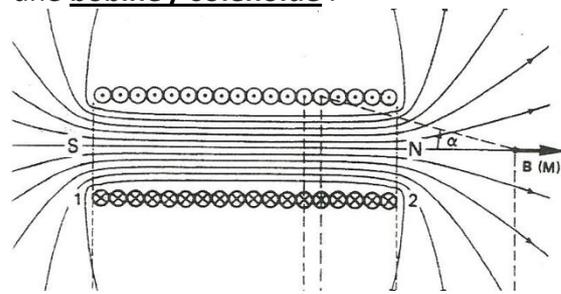


Fig. 5 : Lignes du champ magnétostatique créé

**Bobines de Helmholtz** : on place 2 bobines plates identiques, de rayon  $R$ , parcourues par des courants  $i$  identiques, l'une à côté de l'autre en configuration de Helmholtz i.e. que la distance  $d$  les séparant est égale à  $R$ .

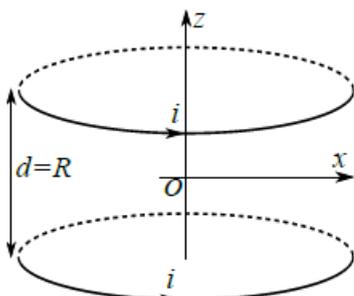


Fig. 6 : Schéma des bobines de Helmholtz

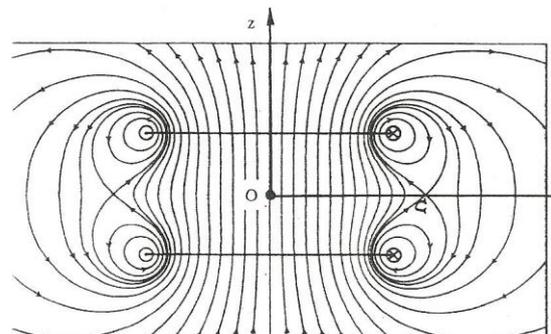
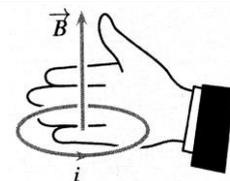


Fig. 7 : Lignes du champ magnétostatique créé

### 3) Propriétés des lignes de champ magnétostatique

♦ Le champ magnétique est orienté selon la règle de la main droite, cf ci-contre.  
On peut identifier les pôles nord et sud d'une source de champ magnétique :  
A l'extérieur de la source, les l.d.c. sortent par le pôle nord et entrent par le pôle sud, cf Fig. 5.



- ♦ Les l.d.c. sont des courbes fermées qui entourent le courant-source, cf Fig. 2 et 7.
- ♦ Le **champ magnétique est à flux conservatif** (cf § C), ainsi :  
Le champ magnétique est **plus intense** dans la région où les **l.d.c. se rapprochent**, cf Fig. 2 et 5.  
Des **l.d.c. parallèles entre elles** révèlent un **champ uniforme**. cf Fig. 5 et 7.
- ♦ Deux lignes de champ **ne peuvent se couper** en un point M que si  $\vec{B}(M) = \vec{0}$ , cf Fig. 7.
- ♦ La **carte des l.d.c.** magnétostatiques reflète les **symétries** et les **invariances** de la **distribution de courants**, cf § A.5.

➔ Exercice classique : Vérifier la compatibilité des l.d.c magnétostatiques avec les symétries des distributions de courants des Fig. 2, 5 et 7.

### C) Flux du champ magnétostatique

Quelle que soit la distribution de courants,

$\vec{B}$  est à **FLUX CONSERVATIF**

i.e. que son flux à travers toute surface fermée est nulle :

$$\Phi_S = \oiint_{M \in (S)} \vec{B}(M) \cdot \vec{dS} = 0$$

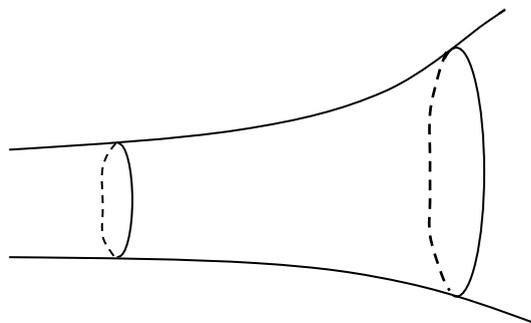
*Cette propriété du champ magnétique sera prouvée au ChEM4.*

Conséquence :

Soit  $(S)$  une surface fermée constituée de :

- $S_1$  et  $S_2$  deux sections quelconques d'un **tube de champ** ;
- $S_l$  la surface latérale du tube comprise entre  $S_1$  et  $S_2$ .

On a : le flux de  $\vec{B}$  entrant par la section  $S_1$  est égal au flux de  $\vec{B}$  sortant par la section  $S_2$ .



# D) Circulation du champ magnétostatique – Théorème d’Ampère

Pour une **distribution de courants présentant un haut degré de symétrie**, cf exemples § D.2, il est possible de **déterminer le champ  $\vec{B}$  créé à l’aide du théorème d’Ampère**.

## 1) Théorème d’Ampère

Soit  $\vec{B}$  un champ magnétostatique créé par une distribution de courants ( $D$ ) et soit ( $C$ ) un **contour orienté** i.e. une **courbe orientée fermée**.

**THEOREME D’AMPERE :**

$$\oint_{M \in (C)} \vec{B}(M) \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I_e$$

Avec  $\oint_{M \in (C)} \vec{B}(M) \cdot d\vec{l}$  : **circulation** de  $\vec{B}$  sur ( $C$ ),

$d\vec{l}$  : vecteur déplacement élémentaire sur ( $C$ ) tangent à ( $C$ ) et de même sens que ( $C$ ) ;

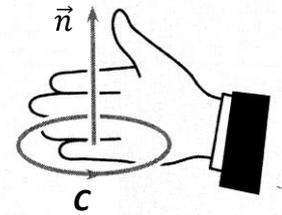
$\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$  tel que  $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$  ;

et  $I_e$  l’intensité **algébrique des courants enlacés** par le contour orienté ( $C$ ).

### ♦ Comment détermine-t-on l’intensité enlacée $I_e$ ?

On considère ( $S$ ) une **surface qui s’appuie sur le contour ( $C$ )**.

En un point  $P$  de ( $S$ ), on introduit  $\vec{n}$  le vecteur normal à ( $S$ ) en  $P$ , orienté conformément à l’orientation du contour ( $C$ ) selon la règle de la main droite, cf schéma ci-contre.

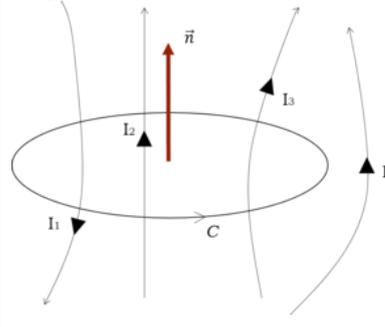


→ Description volumique :

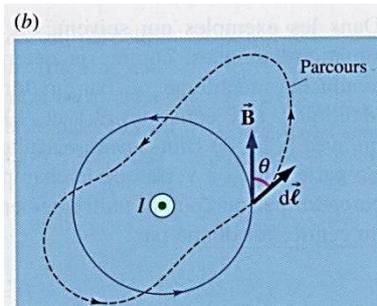
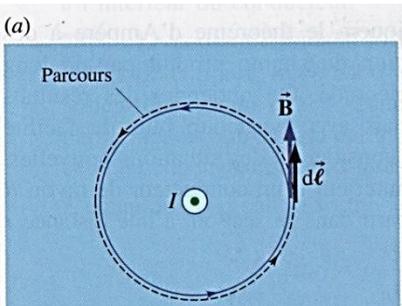
$$I_e = \iint_{P \in (S)} \vec{j}(P) \cdot dS \vec{n}$$

→ Description linéique :

Un courant est pris en compte s’il traverse ( $S$ ). L’intensité associée à ce courant est comptée positivement s’il traverse ( $S$ ) dans le sens de  $\vec{n}$ , sinon, elle est comptée négativement.



→ ici,  $I_e = -I_1 + I_2 + I_3$



Deux contours d’Ampère :

(a) contour qui suit une ligne de champ magnétique ;

(b) contour de forme quelconque.

Pour ces deux contours d’Ampère, la circulation est la même puisqu’ils entourent le courant dans le même sens.

**Rq :** La circulation dépend seulement des courants **enlacés** par ( $C$ ) alors que le champ  $\vec{B}$  est créé par la **totalité** de la distribution de courants.

Le théorème d’Ampère sera prouvé au ChEM4 à partir des équations de Maxwell.

## 2) Application du théorème d'Ampère

### Méthode



- ① **Schéma(s)** du problème.
- ② Analyse des (anti)-**symétries** de la distribution de courants ( $D$ ).  
( $\Rightarrow$  Restriction de l'étude à une partie de l'espace.)  
 $\Rightarrow$  Détermination de la **direction** de  $\vec{B} \rightarrow$  la représenter sur le schéma.
- ③ Analyse des **invariances** (translation / rotation) de la distribution de courants ( $D$ ).  
 $\Rightarrow$  Détermination des **variables** spatiales dont la (ou les) composante(s) de  $\vec{B}$  dépendent.
- ④ Choix du « **contour d'Ampère** » ( $C$ )  $\rightarrow$  à représenter sur le schéma.  
Critères : Courbe **fermée** (on peut décomposer le contour en plusieurs « portions ») ;  
Courbe **passant par M** point où l'on veut déterminer  $\vec{B}$  ;  
Courbe telle que  $\vec{B}(M)$  est soit **normal**, soit **colinéaire** à  $\vec{dl}$  et auquel cas  $\vec{B}(M)$  est le plus souvent uniforme sur chaque « portion » du contour.
- ⑤ Calculer la **circulation**  $\oint_{M \in (C)} \vec{B}(M) \cdot \vec{dl}$
- ⑥ Calculer l'**intensité du courant enlacé**  $I_e$ .
- ⑦ Appliquer le **théorème d'Ampère** :  $\oint_{M \in (C)} \vec{B}(M) \cdot \vec{dl} = \mu_0 \cdot I_e$ .

## Exemples d'application du théorème d'Ampère : A SAVOIR REFAIRE

### ➡ a) Cas du fil rectiligne infini de section non nulle.

On considère un fil rectiligne infini de section non nulle (i.e. un cylindre infini), parcouru par des courants uniformément répartis en volume. On note  $R$  le rayon du cylindre et  $I$  le courant le parcourant.

*Rq : Cette situation correspond à celle de l'expérience historique d'Oersted (cf p.1).*

i) Etablir la relation entre le courant  $I$  et  $j$  la norme du vecteur densité de courant volumique.

ii) Déterminer le champ magnétostatique  $\vec{B}(M)$  créé en un point  $M$  quelconque de l'espace.

Le résultat obtenu est-il en accord avec les cartes de champ des figures ci-dessous ?

iii) Calculer le champ maximal créé par cette distribution, pour un courant  $I = 1 \text{ A}$  et un rayon  $R = 1 \text{ mm}$ . Commenter.

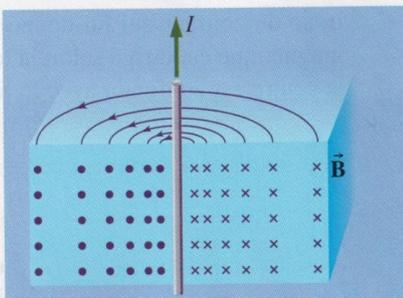
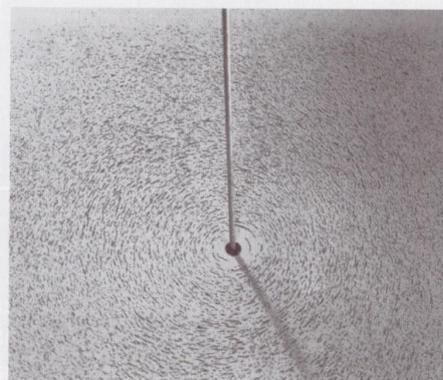
iv) A quelle condition ce modèle est-il utilisable pour un cylindre réel ?

v) A quelle condition peut-on utiliser une modélisation linéique ? Dans ce cadre, que devient l'expression du champ ? Que vaut le champ sur en un point du fil ?

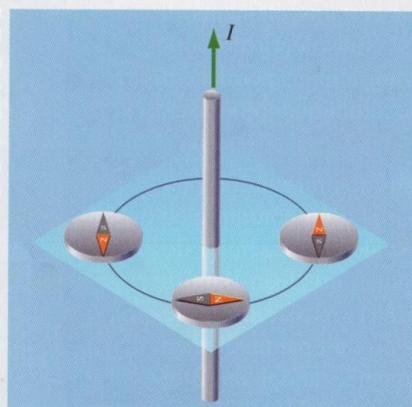
Figure 9.1 ▶

(a) La configuration de la limaille de fer autour d'un long conducteur rectiligne parcouru par un courant. Par définition, les lignes de champ suivent l'orientation de la limaille et ont donc la forme de cercles.  
 (b) La forme circulaire des lignes de champ magnétique peut également être mise en évidence à l'aide d'une boussole.  
 (c) Une des lignes de champ magnétique associée à un courant sortant de la page (point) et entrant dans la page (croix).

(a)



(b)



(c)

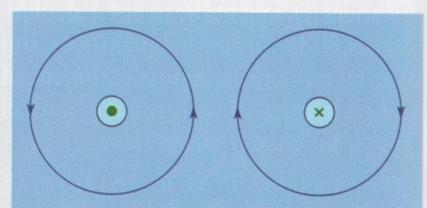


Figure 9.2 ▲

La densité des lignes de champ magnétique diminue avec la distance à partir du conducteur.

➤ b) Cas du solénoïde infini.

On considère un solénoïde circulaire, cf photo ci-contre, de longueur  $\ell$  constitué de  $N$  spires de même rayon  $R$ , de même axe ( $Oz$ ), parcourues par la même intensité  $I$ .

On note  $n = \frac{N}{\ell}$  le nombre de spires par unité de longueur.

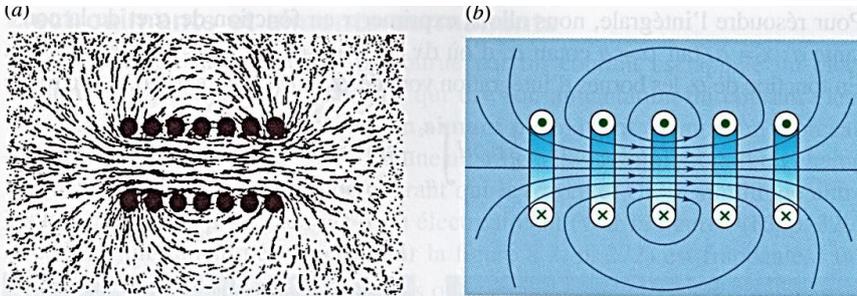


Figure 9.16 ◀

(a) La configuration de la limaille de fer dans le cas de sept spires. (b) Les lignes de champ magnétique dans le cas de cinq spires.

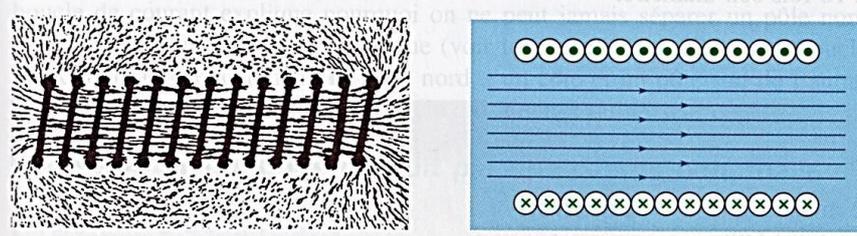
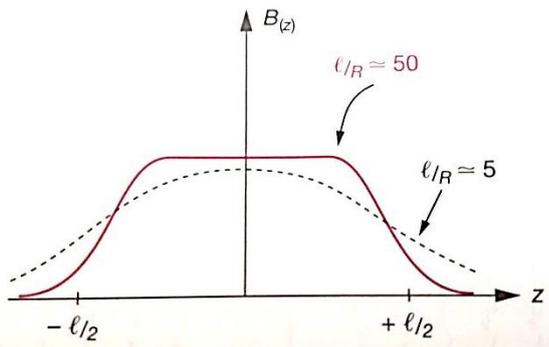


Figure 9.17 ◀

Le champ magnétique à l'intérieur d'un long solénoïde est uniforme. À l'extérieur, il est pratiquement nul.



◀ Figure 9.18

Evolution de l'intensité du champ magnétique en un point  $M$  de l'axe du solénoïde en fonction de  $z$  (point  $O$  un centre du solénoïde) pour deux rapports  $\frac{\ell}{R}$ .

On étudie le cas d'un solénoïde long que l'on modélise par un solénoïde infini i.e. qu'on néglige les effets de bord.

On admet que le champ magnétostatique est nul à l'extérieur du solénoïde.

i) A quelle condition ce modèle est-il utilisable pour un solénoïde réel ?

ii) Déterminer le champ magnétostatique  $\vec{B}(M)$  créé en un point  $M$  quelconque à l'intérieur du solénoïde.

Ce résultat est-il en accord avec les cartes de champ de la figure 9.17 ?

Cf annexe : application au cas du CMS.

## E) Actions du champ magnétique

On considère une distribution extérieure de courants ( $D$ ) qui crée un champ magnétique  $\vec{B}$ .

### 1) Sur une particule ponctuelle de charge $q$ : force de Lorentz (rappels)

On considère une particule chargée que l'on modélise par un point matériel  $M$  portant une charge  $q$ . On note  $\vec{v}$  le vecteur vitesse de cette particule par rapport à un référentiel  $R$ . On soumet cette particule à un champ magnétique  $\vec{B}$ . Elle subit alors la **FORCE DE LORENTZ magnétique** :

$$\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

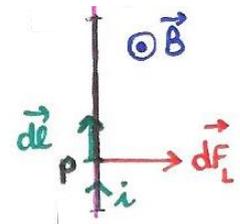
### 2) Sur un conducteur parcouru par un courant : force de Laplace (rappels)

→ Selon la **description linéique**, on considère une petite portion d'un conducteur centrée en  $P$  traversée par un courant  $i$  et caractérisé par le vecteur  $d\vec{l}$  :

- de norme égale à la longueur de la petite portion considérée ;
- de même direction que la petite portion considérée ;
- de même sens que celui choisi pour le courant  $i$ .

Cette petite portion subit la **FORCE DE LAPLACE** élémentaire :

$$d\vec{F}_L = i d\vec{l} \wedge \vec{B}(P)$$



→ Selon la **description volumique**, on considère un élément de volume  $d\tau$  d'un conducteur centré en  $P$  et traversé par un courant caractérisé par le vecteur densité de courant volumique  $\vec{j}$ .

Ce petit volume subit la **FORCE DE LAPLACE** élémentaire :

$$d\vec{F}_L = \vec{j} d\tau \wedge \vec{B}(P)$$

### 3) Sur un dipôle magnétique : couple de forces (rappels et plus de détails au ChEM3)

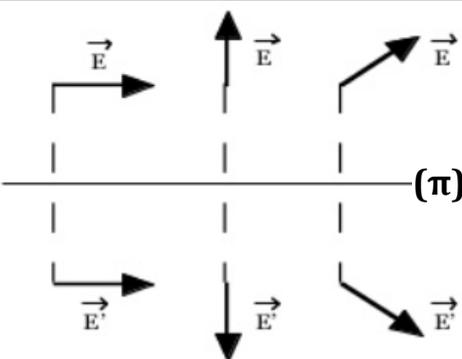
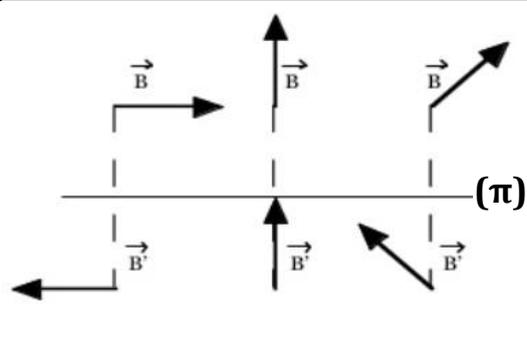
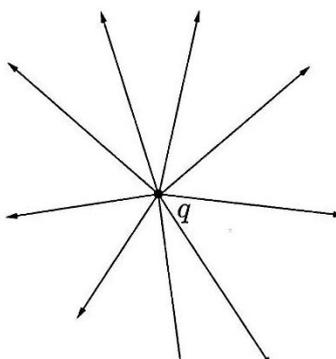
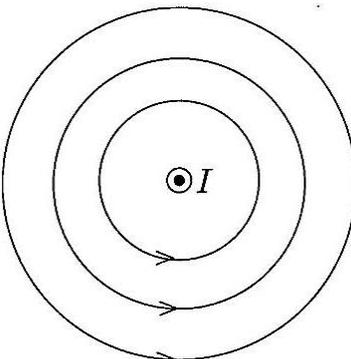
On caractérise un dipôle magnétique par son moment magnétique  $\vec{\mathfrak{M}}$ .

On place le dipôle magnétique dans une zone où règne un champ magnétique extérieur  $\vec{B}$  uniforme et stationnaire.

Le dipôle magnétique subit alors un **couple de moment** :

$$\vec{\Gamma} = \vec{\mathfrak{M}} \wedge \vec{B}$$

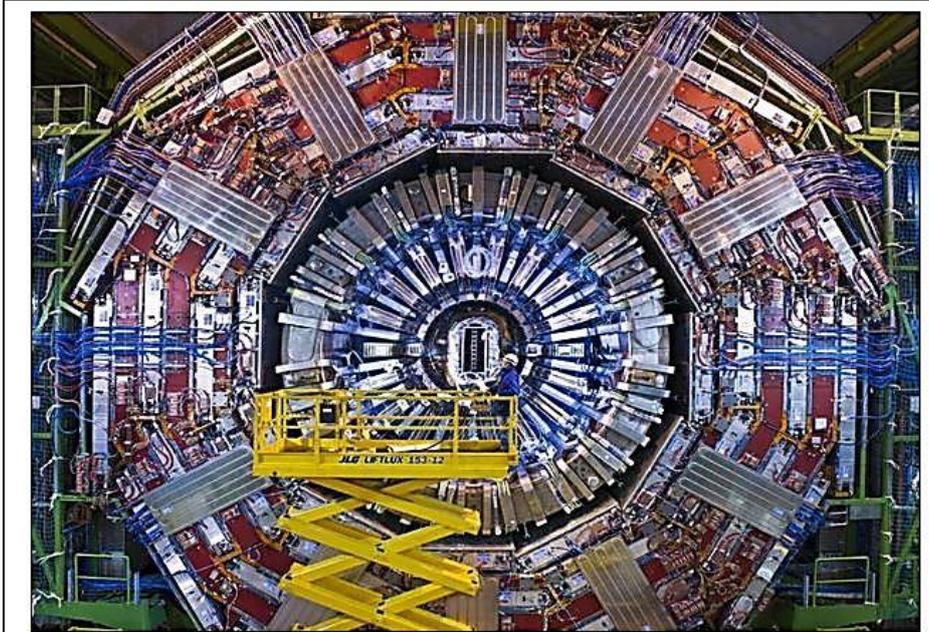
## F) Comparaison des champs électrostatique et magnétostatique

	Champ électrostatique $\vec{E}$	Champ magnétostatique $\vec{B}$
Sources de champ	Charges fixes	Courants continus dans circuits fixes
$(\pi)$ plan de symétrie des sources	 <p>Pour <math>M \in (\pi)</math>, <math>\vec{E}(M) \in (\pi)</math></p>	 <p>Pour <math>M \in (\pi)</math>, <math>\vec{B}(M) \perp (\pi)</math></p>
$(\pi^*)$ plan d'antisymétrie des sources	<p>Pour <math>M \in (\pi^*)</math>, <math>\vec{E}(M) \perp (\pi^*)</math></p>	<p>Pour <math>M \in (\pi^*)</math>, <math>\vec{B}(M) \in (\pi^*)</math></p>
Lignes de champ	<p>Non fermées Radiales pour une charge ponctuelle :</p> 	<p>Fermées Entourent les sources de courant (ici orthoradiales) :</p> 
Circulation	<p><math>\vec{E}</math> est à <b>circulation conservative.</b> Sur une courbe <math>(\Gamma)</math> fermée :</p> $\mathcal{C}_{(\Gamma)} = \oint_{M \in (\Gamma)} \vec{E}(M) \cdot d\vec{l} = 0$	<p><b>Théorème d'Ampère :</b> Sur une courbe <math>(C)</math> fermée,</p> $\oint_{M \in (C)} \vec{B}(M) \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I_e$
Flux	<p><b>Théorème de Gauss :</b> Pour une surface <math>(S)</math> fermée,</p> $\oiint_{M \in (S)} \vec{E}(M) \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{int}}{\epsilon_0}$	<p><math>\vec{B}</math> est à <b>flux conservatif.</b> Pour une surface <math>(S)</math> fermée :</p> $\Phi_S = \oiint_{M \in (S)} \vec{B}(M) \cdot d\vec{S} = 0$
Force exercée sur une particule ponctuelle de charge $q$	<p>Force électrique <math>\vec{F}_e = q\vec{E}</math></p>	<p>Force magnétique <math>\vec{F}_m = q\vec{v} \wedge \vec{B}</math></p>

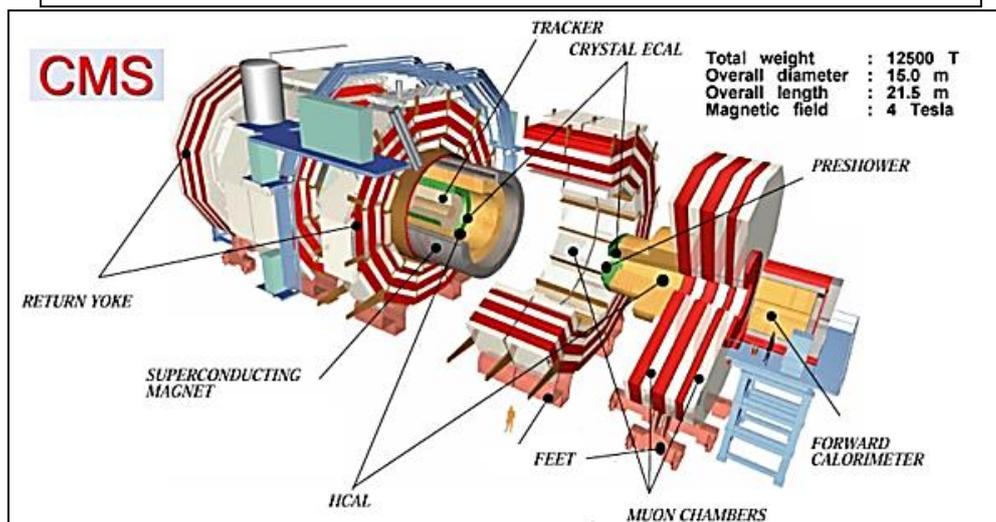
## Annexe – Solénoïde Compact pour Muons (CMS) au CERN

Avec l'expression du champ magnétique créé par un solénoïde infini (cf § D.2.b), on peut retrouver l'ordre de grandeur du champ magnétique produit par le CMS du CERN.

Rq : La température du solénoïde est égale à  $-267^{\circ}\text{C}$  pour éviter les pertes par effet Joule (matériaux supraconducteurs)



Le Solénoïde compact pour muons (CMS) est un détecteur polyvalent installé sur l'anneau du LHC. Il a été conçu pour explorer un large éventail de domaines de la physique, allant de la recherche du boson de Higgs à celle d'autres dimensions, en passant par la quête des particules qui pourraient constituer la matière noire. Bien que ses buts scientifiques soient les mêmes que ceux de l'expérience ATLAS, la collaboration CMS a opté pour d'autres solutions techniques et un système magnétique de conception différente.



Données :  $N = 2120$  ;  $I = 19,5 \text{ kA}$ .