

– Interro n°04 – Sujet A –  
– 11 octobre 2024 –

**Exercice 1**

Soit  $P$  le plan d'équation  $x + y + z = 0$  et  $D$  la droite d'équation  $x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ .

1. Vérifier que  $\mathbb{R}^3 = P \oplus D$ .
2. Soit  $p$  la projection vectorielle de  $\mathbb{R}^3$  sur  $P$  parallèlement à  $D$ .  
Soit  $u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ .  
Déterminer  $p(u)$  et donner la matrice de  $p$  dans la base canonique de  $\mathbb{R}^3$ .

**Exercice 2**

1. Compléter les formules suivantes pour  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  :
  - $\cos(x + y) = \dots$
  - $\sin(2x) = \dots$
  - $\sin(x) \cos(y) = \dots$
2. Calculer  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x^2 + 4)(x^2 + 1)} dx$ .
3. Déterminer l'intervalle où la fonction  $f$  suivante est dérivable et calculer sa dérivée

$$f : x \mapsto x^2 + \sqrt{x^2 + 3x - 4}$$

4. Déterminer la nature de la série de terme général  $u_n = \exp\left(\frac{(-1)^n}{n^2}\right) - 1$ .

– Interro n°04 – Sujet B –  
– 11 octobre 2024 –

**Exercice 1**

Soit  $P$  le plan d'équation  $x + y + z = 0$  et  $D$  la droite d'équation  $x = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$ .

1. Vérifier que  $\mathbb{R}^3 = P \oplus D$ .
2. Soit  $p$  la projection vectorielle de  $\mathbb{R}^3$  sur  $P$  parallèlement à  $D$ .  
Soit  $u = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ .  
Déterminer  $p(u)$  et donner la matrice de  $p$  dans la base canonique de  $\mathbb{R}^3$ .

**Exercice 2**

1. Compléter les formules suivantes pour  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  :
  - $\sin(x + y) = \dots$
  - $\cos(2x) = \dots$
  - $\cos(x) \cos(y) = \dots$
2. Calculer  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x^2 + 9)(x^2 + 1)} dx$ .
3. Déterminer l'intervalle où la fonction  $f$  suivante est dérivable et calculer sa dérivée

$$f : x \mapsto x^2 + \sqrt{x^2 - 3x + 2}$$

4. Déterminer la nature de la série de terme général  $u_n = \exp\left(\frac{(-1)^n}{n^3}\right) - 1$ .