– Interro n°05 – Sujet A –

– 18 octobre 2024 –

Exercice 1

Soit n un entier naturel tel que $n \geqslant 2$.
Soit E l'espace vectoriel des polynômes à coefficients dans $\mathbb{K}(\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C})$ de degré inférieur ou égal à n.
On pose : $\forall P \in E, f(P) = P - P'$.

Démontrer que f est bijectif en utilisant une matrice de f.

Exercice 2

1. Compléter les formules suivantes pour $(x, y) \in \mathbb{R}^2$:
   - $\cos(x - y) = \ldots$
   - $\sin(y)\sin(x) = \ldots.$
   - $\sin(x) + \sin(y) = \ldots$
2. Déterminer l'intervalle où la fonction f suivante est dérivable et calculer sa dérivée
$$f : x \mapsto \ln(x + \sqrt{4 + x^2})$$
3. Déterminer la nature de l'intégrale $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(1 + x^2)^{1/3}(2 + x^2)^{2/3}}$.
4. Déterminer un $\mathrm{DL}_1(0)$ de la fonction $t \mapsto \dfrac{\mathrm{e}^t - 1}{t}$.

– Interro n°04 – Sujet B –

– 11 octobre 2024 –

Exercice 1

Soit n un entier naturel tel que $n \geqslant 2$.
Soit E l'espace vectoriel des polynômes à coefficients dans $\mathbb{K}(\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{K} = \mathbb{C})$ de degré inférieur ou égal à n.
On pose : $\forall P \in E, f(P) = P - P'$.

Démontrer que f est bijectif en utilisant une matrice de f.

Exercice 2

1. Compléter les formules suivantes pour $(x, y) \in \mathbb{R}^2$:
   - $\sin(x - y) = \ldots$
   - $\cos(x)\sin(y) = \ldots.$
   - $\cos(x) + \cos(y) = \ldots$
2. Déterminer la nature de l'intégrale $\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{(2 + x^2)^{1/3}(1 + x^2)^{2/3}}$.
3. Déterminer un $\mathrm{DL}_1(0)$ de la fonction $t \mapsto \dfrac{\ln(1 + t)}{t}$.
4. Déterminer l'intervalle où la fonction f suivante est dérivable et calculer sa dérivée

$$f : x \mapsto \ln(x + \sqrt{9 + x^2})$$