

# TDEM3 – Dipôles électrostatique et magnétostatique

## 0 Exercices classiques vus en cours :

**A.2.a** : Potentiel électrostatique créé par un dipôle

**A.2.b** : Champ électrostatique créé par un dipôle

**A.3.a** : Résultante, moment et énergie potentielle des actions subies par un dipôle placé dans un champ extérieur uniforme

**B.1.b** : ODG de moment magnétique à l'échelle microscopique : magnéton de Bohr

Capacités exigibles	Ch EM3	Ex 1	Ex 2,3	Ex 4,8	Ex 5	Ex 6	Ex 7	Ex 9
<b>Notion de dipôle électrostatique, moment dipolaire.</b> Exprimer le moment dipolaire d'un doublet de charges. Évaluer des ordres de grandeur dans le domaine microscopique.	•	•	•					
<b>Champ et potentiel créés par un dipôle électrostatique.</b> Expliciter l'approximation dipolaire. Représenter l'allure des lignes de champ et des surfaces équipotentielles d'un dipôle électrostatique. Établir et exploiter les expressions du champ et du potentiel créés par un doublet de charges dans l'approximation dipolaire.	•		•					
<b>Dipôle électrostatique placé dans un champ électrostatique extérieur : actions subies et énergie potentielle d'interaction.</b> Expliquer qualitativement le comportement d'un dipôle placé dans un champ électrostatique extérieur. Établir et exploiter les expressions des actions mécaniques subies par un doublet de charges dans un champ électrostatique extérieur uniforme. Exploiter l'expression fournie de la force subie par un dipôle placé dans un champ électrostatique extérieur non uniforme. Citer et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'interaction.	•	•	•					
<b>Notion de dipôle magnétique. Moment magnétique.</b> Exprimer le moment magnétique d'une boucle de courant plane. Évaluer des ordres de grandeur dans les domaines macroscopique et microscopique.	•			•	•		•	•
<b>Champ créé par un dipôle magnétique.</b> Expliciter l'approximation dipolaire. Représenter l'allure des lignes de champ d'un dipôle magnétique. Exploiter l'expression fournie du champ créé par un dipôle magnétique.	•			•				•
<b>Dipôle magnétique placé dans un champ magnétostatique extérieur : actions subies et énergie potentielle d'interaction.</b> Expliquer qualitativement le comportement d'un dipôle passif placé dans un champ B extérieur. Exploiter les expressions fournies des actions mécaniques subies par un dipôle magnétique dans un champ magnétostatique extérieur uniforme. Exploiter l'expression fournie de la force subie par un dipôle magnétique dans un champ magnétostatique extérieur non uniforme. Citer et exploiter l'expression de l'énergie potentielle d'interaction.	•				•	•		•

**Données** pour l'ensemble des exercices :

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1} \quad \text{et} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$$

En coordonnées cylindriques :  $\overrightarrow{\text{grad}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)_{\theta,z} \cdot \vec{e}_r + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right)_{r,z} \cdot \vec{e}_\theta + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)_{r,\theta} \cdot \vec{e}_z$

En coordonnées sphériques :  $\overrightarrow{\text{grad}} f = \left(\frac{\partial f}{\partial r}\right)_{\theta,\varphi} \cdot \vec{e}_r + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial f}{\partial \theta}\right)_{r,\varphi} \cdot \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \left(\frac{\partial f}{\partial \varphi}\right)_{r,\theta} \cdot \vec{e}_\varphi$

Résultante des actions subies par un dipôle dans un champ électrostatique extérieur  $\vec{E}_{ext}(M)$  :

$$\vec{F} = \overrightarrow{\text{grad}}(\vec{p} \cdot \vec{E}_{ext})$$

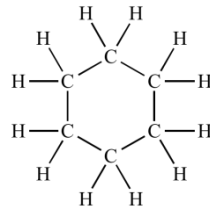
Expression du champ électrique / magnétique créé par un dipôle électrique / magnétique placé en O :

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 OM^3} (3(\vec{p} \cdot \overrightarrow{OM})\overrightarrow{OM} - OM^2 \cdot \vec{p}) \quad \text{ou} \quad \vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi OM^3} (3(\vec{m} \cdot \overrightarrow{OM})\overrightarrow{OM} - OM^2 \cdot \vec{m})$$

### 1 Mise en évidence du caractère polaire d'un solvant

Quand on approche une tige chargée d'un filet d'eau qui coule, celui-ci est dévié vers la tige, alors qu'avec un filet de cyclohexane, il n'y a pas de déviation.

☞ Expliquer ce phénomène.



Formule développée du cyclohexane

### 2 Interaction ion-dipôle

Une molécule d'eau est assimilable à un dipôle électrique de moment dipolaire de norme  $p$ .

On considère une molécule d'eau placée en M à proximité d'un ion assimilé à un point portant une charge  $+e$ , placé en O.

1) Montrer que le dipôle s'oriente radialement par rapport à l'ion.

2) Dans cette configuration, déterminer l'expression de la force exercée par l'ion sur la molécule d'eau.

3) Dans cette configuration, déterminer l'expression de la force exercée par la molécule d'eau sur l'ion. Commenter.

### 3 Interaction de Van der Waals de type Keesom : dipôle permanent - dipôle permanent

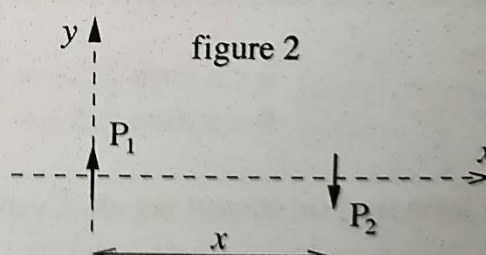
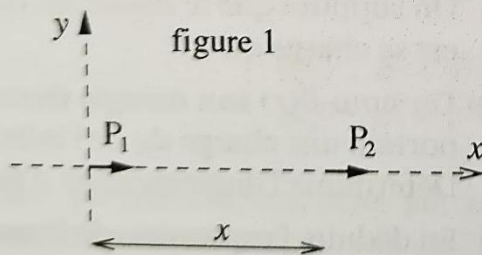
Une molécule d'eau est assimilable à un dipôle électrique de moment dipolaire de norme  $p$ .

Considérons deux dipôles représentatifs de deux molécules d'eau.

a) Deux dipôles identiques sont placés de façon coaxiale à une distance  $x$  l'un de l'autre sur un axe  $(O, x)$  (figure 1). Ils sont astreints à se déplacer en translation sur cet axe. Donner l'expression de la force exercée par le dipôle 1, supposé fixe, sur le dipôle 2.

b) Deux dipôles identiques sont placés avec des moments dipolaires anticolinéaires, à une distance  $x$  l'un de l'autre sur un axe  $(O, x)$  (figure 2). Ils sont astreints à se déplacer en translation sur cet axe. Donner l'expression de la force exercée par le dipôle 1, supposé fixe, sur le dipôle 2.

c) Quelle est la force d'interaction entre deux dipôles dont les centres sont placés en  $O_1(0, 0, 0)$  et en  $O_2(x, 0, 0)$ , de moments dipolaires respectifs  $\vec{P}_1 = p\vec{u}_y$  et  $\vec{P}_2 = p\vec{u}_z$  ?



#### 4 Modèle dipolaire du géomagnétisme

La Terre est assimilée à une sphère de centre  $O$  et de rayon  $R = 6370$  km. En un lieu  $M$  de latitude  $\lambda$ , on confond la direction  $OM$  avec la verticale. A Paris, situé à la latitude  $\lambda = 48,9^\circ$ , des mesures effectuées sur le champ magnétique terrestre donnent :

- l'intensité de la composante horizontale  $\vec{B}_H$  du champ est  $B_H = 2,05 \cdot 10^{-5}$  T.
- l'inclinaison de  $\vec{B}$  par rapport au plan horizontal est  $\alpha = 64^\circ$  (vers le bas).

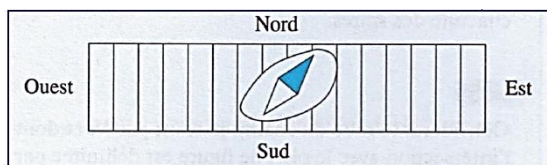
On tente de représenter le champ magnétique terrestre par celui d'un dipôle magnétique qui serait placé en  $O$  et dirigé parallèlement à l'axe des pôles.

1. Préciser le sens du moment dipolaire magnétique.
2. Calculer l'inclinaison  $\alpha$  prévue par ce modèle. Comparer à la valeur expérimentale de  $\alpha$ .
3. Déterminer un ordre de grandeur du moment magnétique terrestre.

Pour mesurer la composante horizontale  $B_H$ , on utilise le dispositif expérimental suivant :

On dispose d'un solénoïde comportant  $n = \frac{N}{L} = 100$  spires par m, parcouru par un courant d'intensité  $I = 100$  mA. On place ce solénoïde sur une table horizontale et on oriente son axe dans la direction Est-Ouest. On introduit, à l'intérieur, une aiguille aimantée mobile en rotation autour d'un axe vertical. Cette aiguille s'oriente parallèlement à la composante horizontale du champ magnétique existant à l'endroit où elle se trouve.

4. Sachant que l'aiguille aimantée fait un angle de  $58,5^\circ$  avec l'axe du solénoïde, retrouver la valeur expérimentale de la composante horizontale  $B_H$  du champ magnétique terrestre.



#### 5 Principe de l'ampèremètre à cadre mobile

Une spire forme un cadre rectangulaire ( $EFGH$ ), de centre  $O$ , et est en rotation autour de l'axe ( $Oz$ ) passant par  $I$  milieu de  $[FG]$  et  $J$  milieu de  $[HE]$ .

Sa rotation est mesurée par l'angle  $\theta$  entre  $\vec{u}_x$  et le vecteur  $\vec{u}_r$  normal au plan de la spire.

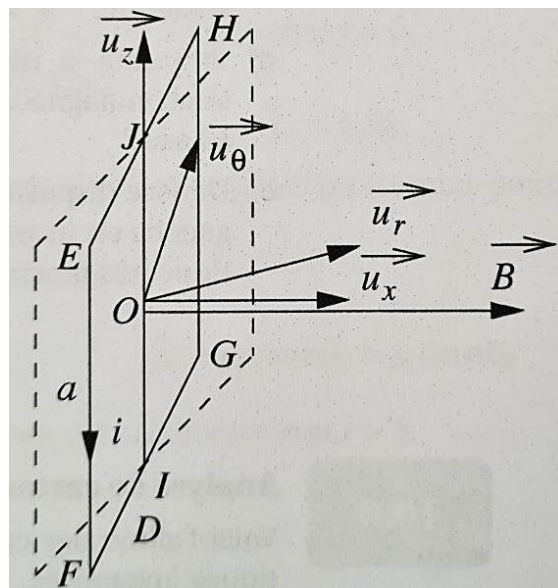
La spire est parcourue par un courant d'intensité  $i$ .

Elle est plongée dans un champ magnétique  $\vec{B} = B\vec{u}_x$  uniforme et constant.

Par ailleurs, le cadre est soumis à l'action d'un couple de rappel de torsion élastique dont le moment par rapport à l'axe ( $Oz$ ) est  $\Gamma_r = -C(\theta_0 - \theta)$ .

On mesure l'angle  $\theta$  à l'équilibre mécanique, que l'on note  $\theta_e$ .

- ➔ Déterminer l'expression de  $i$ .



On note  $L = EF = GH$ ,  $D = FG = HE$ .

#### 6 Oscillations harmoniques d'une boussole

Une boussole est assimilée à une tige orientée dans le sens sud, nord (le vecteur unitaire dans cette direction et ce sens est noté  $\vec{u}$ ) en rotation autour d'un axe  $\Delta$  vertical. Son moment d'inertie est noté  $J_\Delta$ , son moment dipolaire  $\vec{m} = m\vec{u}$ . On place la boussole dans un champ magnétique extérieur horizontal uniforme  $\vec{B} = B\vec{u}_x$ . On pose  $\theta = (\vec{u}_x, \vec{u})$ . Établir l'équation différentielle vérifiée par  $\theta(t)$ . En déduire la période des petites oscillations autour de la position d'équilibre stable.

## 7 ODG d'un moment magnétique...

1) ... à l'échelle microscopique – Magnéton de Bohr

Rappeler l'ordre de grandeur du magnéton de Bohr  $\mu_B$  qui donne l'ordre de grandeur du moment magnétique d'un atome.

2) ... à l'échelle macroscopique

Pour un aimant, on peut considérer que son moment magnétique est dû à la présence de moments magnétiques atomiques, tous de l'ordre de grandeur du magnéton de Bohr. Le moment magnétique maximal de l'aimant sera obtenu quand tous les petits moments atomiques seront parallèles.

On note  $n$  la densité volumique d'atomes. Pour un matériau donné, on introduit l'aimantation  $A$  qui correspond à un moment magnétique par unité de volume.

a) On considère que les atomes constitutifs de l'aimant sont disposés régulièrement à une distance  $a$  les uns des autres. Donner un ODG pour  $a$  puis pour  $n$ . En déduire, la valeur maximale de l'aimantation  $A$ . Comparer aux valeurs tabulées ci-dessous.

b) Considérons un aimant en forme de cylindre plat d'épaisseur  $e = 1,0$  mm et de rayon  $r = 5,0$  mm.

Calculer l'ordre de grandeur du moment dipolaire d'un tel aimant en NdFeB (Néodyme-Fer-Bore).

Combien de spires de rayon  $r$  parcourues par une intensité  $0,1$  A faudrait-il bobiner pour obtenir le même moment dipolaire ?

**Données** : Valeurs d'aimantation

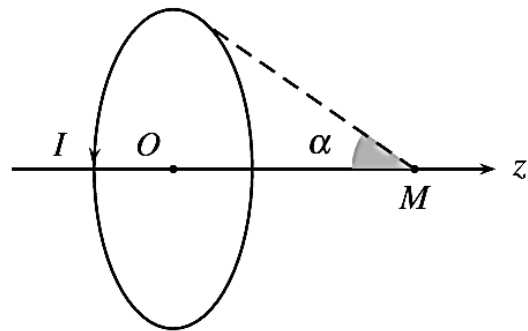
AlNiCo 200	$600 \text{ kA} \cdot \text{m}^{-1}$
Ferrite 1000	$1700 \text{ kA} \cdot \text{m}^{-1}$
NdFeB	$2000 \text{ kA} \cdot \text{m}^{-1}$ à $4000 \text{ kA} \cdot \text{m}^{-1}$
SiCo5	$2000 \text{ kA} \cdot \text{m}^{-1}$ à $3000 \text{ kA} \cdot \text{m}^{-1}$
SmCo17	$3500 \text{ kA} \cdot \text{m}^{-1}$ à $5000 \text{ kA} \cdot \text{m}^{-1}$

## 8 Champ magnétique créé par une spire – Approximation dipolaire

On considère une spire circulaire de rayon  $R$ , de centre  $O$  et d'axe  $(Oz)$ , parcourue par un courant d'intensité  $I$  dans le sens positif autour de  $(Oz)$ . On admet que le champ magnétique créé par la spire en un point  $M$  de  $(Oz)$  est :

$$\vec{B}(M) = B_0(\sin \alpha)^n \vec{u}_z,$$

où  $B_0$  est une constante indépendante de  $M$ ,  $\alpha$  le demi-angle (non algébrique) sous lequel la spire est vue depuis le point  $M$  et  $n$  une constante.



1. Exprimer  $\vec{B}(M)$  en fonction de  $B_0$ ,  $R$  et  $z$ . Que devient cette expression pour  $z \gg R$  ?

2. Exprimer le moment magnétique de la spire.

3. En utilisant la formule du champ magnétique dipolaire vue en cours, trouver la valeur de  $n$  ainsi que l'expression de  $B_0$  en fonction de  $I$  et  $R$ .

## 9 Principe de fonctionnement d'un alternateur (d'après CCS TSI 2012)

La rotation de la turbine étudiée dans la partie précédente entraîne un alternateur dont le principe simplifié de fonctionnement est étudié dans cette partie.

On donne l'expression en coordonnées polaires, en un point  $M$  quelconque, du champ créé par un dipôle magnétique  $\vec{M}$  situé en  $O$  :

$$\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 M}{4\pi r^3} (2 \cos \theta \vec{u}_r + \sin \theta \vec{u}_\theta)$$

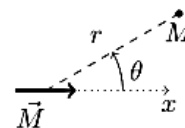


Figure 5

On considère un aimant permanent de dipôle magnétique  $\vec{M}$  situé en  $O$ , animé d'un mouvement de rotation uniforme de vitesse angulaire  $\omega$ . Le dipôle fait à chaque instant l'angle  $\alpha = \omega t$  avec l'axe des  $x$ . En un point  $A$  de l'axe ( $Ox$ ) et tel que  $OA = d$ , est placée une bobine plate d'axe ( $Ox$ ), de rayon  $a$  et comportant  $N$  spires. On négligera l'épaisseur de la bobine devant  $d$ . On supposera également que le rayon  $a$  est suffisamment faible pour pouvoir considérer que le champ créé par le moment dipolaire à travers la bobine est uniforme (voir figure 6).

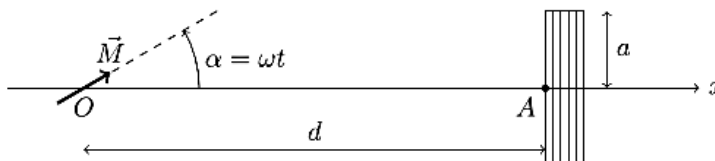


Figure 6

La bobine a une inductance propre  $L$  et une résistance négligeable devant le reste du réseau qu'on assimilera à une résistance « utilisateur »  $R_u$ . On négligera les frottements mécaniques au niveau de l'axe de rotation du rotor.

### IV.A – Aspect électrique

IV.A.1) Exprimer le champ magnétique créé par le moment dipolaire au travers de la bobine en fonction des données de l'énoncé.

IV.A.2) En déduire l'expression du flux magnétique créé par l'aimant à travers la bobine.

IV.A.3) Établir l'équation différentielle vérifiée par  $i(t)$  dans le circuit utilisateur.

IV.A.4) Résoudre cette équation en supposant le régime permanent établi (on pourra utiliser la notation complexe) et donner l'expression de  $i(t)$  sous la forme  $i(t) = i_0 \sin(\omega t + \varphi)$ .

IV.A.5) Exprimer alors la puissance moyenne dissipée par effet Joule  $P_J$  dans la résistance utilisateur.

### IV.B – Aspect mécanique


IV.B.1) Donner, en fonction de  $i(t)$ , l'expression du champ magnétique créé par la bobine en  $O$  (on rappelle qu'une spire circulaire parcourue par un courant  $I$ , vue sous un angle  $\beta$  depuis un point de son axe, crée en ce point un champ magnétique  $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2a} \sin^3 \beta \vec{e}_x$ ). Simplifier cette expression sachant que  $d \gg a$ .

IV.B.2) Calculer le moment du couple  $\Gamma$  que doit fournir la turbine pour maintenir l'aimant en rotation à une vitesse constante et donner sa valeur moyenne en fonction de  $\mu_0$ ,  $N$ ,  $M$ ,  $a$ ,  $d$ ,  $i_0$  et  $\varphi$ .

IV.B.3) En déduire la puissance moyenne  $P_m$  ainsi consommée et la comparer à  $P_J$ . Commenter.

## Révisions 1<sup>e</sup> année : Structure des entités chimiques

### Rappels :



**Etablir un schéma de Lewis pour une entité**

① Calculer  $N_v$  le **nombre total d'électrons de valence** :

$$N_v = \sum_{\text{atome } i} n_{\text{valence},i} - \text{charge de l'édifice}$$

Avec  $n_{\text{valence},i}$  le nombre d'électrons de valence de l'atome  $i$ .

② Calculer  $N_d$  le **nombre de doublets** :

si  $N_v$  pair :  $N_d = N_v/2$  doublets liants ou non liants ;  
 si  $N_v$  impair :  $N_d = (N_v - 1)/2$  doublets liants ou non liants et 1 électron célibataire.


③ Si l'enchaînement des atomes au sein de l'édifice n'est pas donné, les disposer ainsi : l'atome le moins électronégatif (excepté H) est souvent l'atome central, les H sont forcément périphériques puisqu'ils ne peuvent former qu'une liaison. Construire alors le **squelette  $\sigma$  « sigma »** i.e. répartir les doublets liants de façon à réaliser des liaisons simples entre les atomes.

④ S'il reste des électrons de valence, placer des doublets de façon à respecter la **règle de l'octet** (ou du duet) pour les atomes périphériques (les plus électronégatifs en général).

⑤ Placer les doublets non utilisés ou un électron célibataire sur l'atome central.

⑥ Placer les éventuelles **charges formelles** sur les différents atomes.

⑦ Retoucher éventuellement la structure pour écrire la **forme la plus stable** i.e. celle qui respecte la règle de l'octet, qui possède le moins de charges formelles et telle que le signe des charges formelles respectent les électronégativités relatives des atomes.



**Une molécule est-elle polaire ou apolaire ?**

① Etablir le **schéma de Lewis** le plus probable de la molécule.

② En déduire le **type VSEPR** ( $AX_nE_p$ ).

③ En déduire la **géométrie** de la molécule et **représenter la molécule en 3D** (représentation de Cram).

④ Pour **chaque liaison** covalente, **représenter le moment dipolaire** (sens déduit de la **différence d'électronégativité** des deux atomes liés).

⑤ En tenant compte de la géométrie, représenter  $\vec{p} = \sum_i \vec{p}_i$ .

⑥ Si  $\vec{p} = \vec{0}$  la molécule est **apolaire** et **sinon** la molécule est **polaire**.

### Données pour l'ensemble des exercices - Théorie VSEPR :

AX <sub>2</sub> E <sub>0</sub> Linéaire	AX <sub>3</sub> E <sub>0</sub> Triangulaire	AX <sub>4</sub> E <sub>0</sub> Tétraédrique	AX <sub>5</sub> E <sub>0</sub> Bipyramidal à base triangulaire	AX <sub>6</sub> E <sub>0</sub> Octaédrique
	AX <sub>2</sub> E <sub>1</sub> Coudé	AX <sub>3</sub> E <sub>1</sub> Pyramidal à base triangulaire		
		AX <sub>2</sub> E <sub>2</sub> Coudé		

### 10 Caractère polaire

Parmi les molécules suivantes, déterminer celles qui sont polaires : H<sub>2</sub>O, CO<sub>2</sub>, SO<sub>2</sub>, NH<sub>3</sub>, BF<sub>3</sub>.

