TDM1 – Dynamique du point en référentiel non galiléen

Capacités exigibles	Ch M1	Ex 1	Ex 2-5	Ex 6-8,10	Ex 9,11
Mouvement d'un référentiel par rapport à un autre dans les cas du mouvement de translation et du mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe. Reconnaître et caractériser un mouvement de translation et un mouvement de rotation uniforme autour d'un axe fixe d'un référentiel par rapport à un autre.	●	●	●	●	●
Vecteur rotation d'un référentiel par rapport à un autre. Exprimer le vecteur rotation d'un référentiel par rapport à un autre.	●	●		●	●
Lois de composition des vitesses et des accélérations dans le cas d'une translation, et dans le cas d'une rotation uniforme autour d'un axe fixe : vitesse d'entraînement, accélérations d'entraînement et de Coriolis. Relier les dérivées d'un vecteur dans des référentiels différents par la formule de la dérivation composée. Citer et utiliser les expressions de la vitesse d'entrainement et des accélérations d'entraînement et de Coriolis.	●	●	●	●	●
Lois de la dynamique du point en référentiel non galiléen dans le cas où le référentiel entraîné est en translation, ou en rotation uniforme autour d'un axe fixe par rapport à un référentiel galiléen. Forces d'inertie. Exprimer les forces d'inerties, dans les seuls cas où le référentiel entraîné est en translation, ou en rotation uniforme autour d'un axe fixe par rapport à un référentiel galiléen. Décrire et interpréter les effets des forces d'inertie dans des cas concrets : sens de la force d'inertie d'entraînement dans un mouvement de translation ; caractère centrifuge de la force d'inertie d'entraînement dans le cas où le référentiel est en rotation uniforme autour d'un axe fixe par rapport à un référentiel galiléen. Utiliser les lois de la dynamique en référentiel non galiléen dans les seuls cas où le référentiel entraîné est en translation, ou en rotation uniforme autour d'un axe fixe par rapport à un référentiel galiléen.	●		●	●	●
Caractère galiléen approché de quelques référentiels : référentiel de Copernic, référentiel géocentrique, référentiel terrestre. Citer quelques manifestations du caractère non galiléen du référentiel terrestre. Estimer, en ordre de grandeur, la contribution de la force d'inertie de Coriolis dans un problème de dynamique terrestre.	●				●

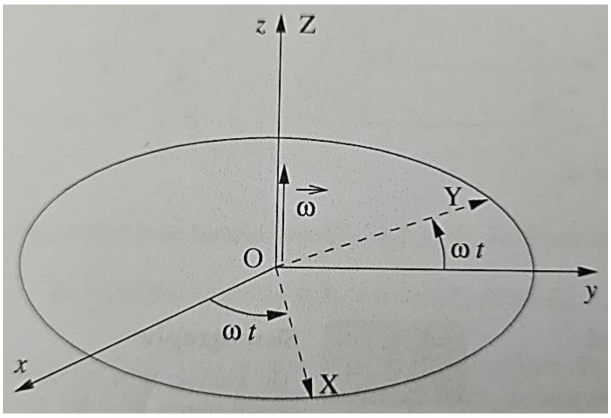
0 Exercices classiques vus en cours :

A.4.b : Enfant dans un train ; voiture sur tapis roulant
B.2.b/c : Forces d'inertie et mouvements dans le référentiel lié à un train / à un plateau tournant
C.2.b : ODG accélération d'entraînement dans le référentiel géocentrique
C.3.c/d : ODG accélération d'entraînement et de Coriolis dans le référentiel terrestre

1 ✎ Manège en rotation

Un manège est en rotation uniforme à la vitesse angulaire $\vec{\omega} = \omega \overrightarrow{u_z}$. A la date $t = 0$, $\theta = 0$ et l'axe (O, X) dessiné sur le plateau coïncide avec l'axe (O, x) du sol, l'axe (O, Y) dessiné sur le plateau coïncide avec l'axe (O, y) du sol et les axes verticaux (O, Z) et (O, z) sont à tout instant confondus.

Une personne, initialement en O, marche sur le plateau du manège à la vitesse relative constante $\overrightarrow{v_r} = v_0 \overrightarrow{u_X}$ dans le référentiel du manège. On exprimera tous les vecteurs dans la base $(\overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y}, \overrightarrow{u_z})$.



1) Déterminer les coordonnées de ses vecteurs vitesses relative et d'entraînement à la date t. En déduire celles du vecteur vitesse absolue.
2) Déterminer les coordonnées de ses vecteurs accélérations relative, d'entraînement et de Coriolis à la date t.
3) Etablir les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ du mouvement de la personne.
4) Vérifier les lois cinématiques de composition des vitesses et des accélérations.

2 ✎ En impesanteur

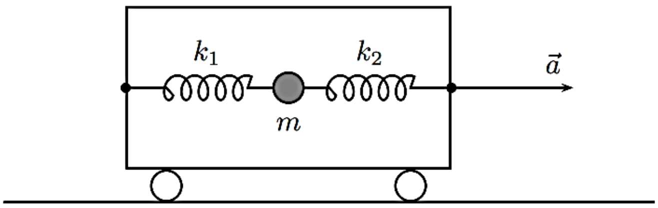
Un expérimentateur se trouve dans un ascenseur de masse M, avec une balle de masse m dans la main. Soudain, les câbles de l'ascenseur se rompent, et il se retrouve en chute libre (par rapport au référentiel terrestre) : l'expérimentateur lâche alors la balle.

1) On suppose tout d'abord que cette chute libre de l'ascenseur a lieu sans frottements. Quelle est son accélération ? Déterminer alors le mouvement de la balle dans le référentiel de l'ascenseur.

2) En réalité il y a des frottements entre l'ascenseur et l'extérieur. Comment se modifient alors les résultats précédents ?

3 ✎ Oscillateur dans un véhicule

On considère un mobile de masse m relié à deux ressorts idéaux de raideur k_1 et k_2, et pouvant se déplacer horizontalement sans frottement dans un véhicule en mouvement uniformément accéléré par rapport au référentiel terrestre, a désignant la norme de son vecteur accélération.



➲ Quelle est l'expression de la fréquence propre des oscillations du mobile ?

4 ✎ Oscillations d'un pendule dans un véhicule en mouvement (d'après E3A MP 2017)

Certains conducteurs aiment suspendre des objets à proximité de leur rétroviseur intérieur comme des porte-bonheur ou des diffuseurs solides de parfum. On se propose de s'intéresser aux dangers associés à cette pratique. Pour simplifier l'étude, on considère que l'objet est une masse M suspendue à un fil inextensible, sans raideur, de masse négligeable devant M et de longueur ℓ dont l'autre extrémité est attachée au rétroviseur. On suppose que la voiture roule en ligne droite à vitesse constante $\overrightarrow{v_0} = v_0\overrightarrow{e_x}$ quand surgit un obstacle sur la route. Le conducteur freine brutalement avec une accélération constante $\overrightarrow{a} = -a_0\overrightarrow{e_x}$. On négligera les frottements de l'air.

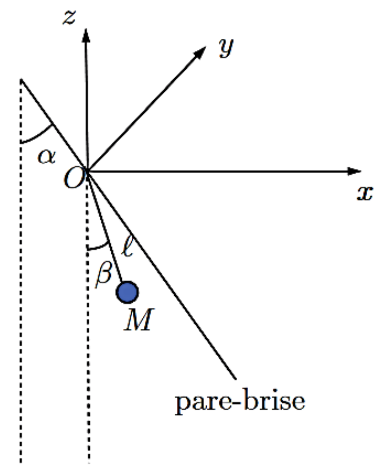


Figure 3: Pendule suspendu au pare-brise d'une voiture.

Le point de suspension du fil est situé sur le pare-brise, ce dernier étant incliné d'un angle $\alpha = 15°$ par rapport à la verticale.

D.1. Pour déterminer si la masse M risque de heurter le conducteur ou le pare-brise, dans quel référentiel doit-on étudier le mouvement ? Justifier la réponse.

D.2. On considère que le référentiel terrestre est galiléen. Le référentiel lié à la voiture est-il galiléen ? La réponse diffère-t-elle en fonction de la phase du mouvement du véhicule (mouvement à vitesse constante ou phase de freinage) ?

D.3. Le point M étant initialement au repos, établir que son mouvement est plan à condition que la trajectoire de la voiture soit rigoureusement rectiligne.

D.4. Déterminer l'expression littérale de la position angulaire β_{eq} d'équilibre relatif lors de la phase de freinage.

D.5. Déterminer l'équation différentielle à laquelle obéit la position angulaire $\beta(t)$ de l'objet suspendu dans le référentiel lié à la voiture lors de la phase de freinage.

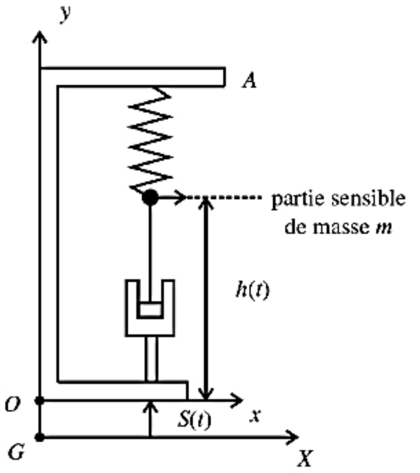
On se place dans l'approximation des petits angles jusqu'à la fin de cette partie.

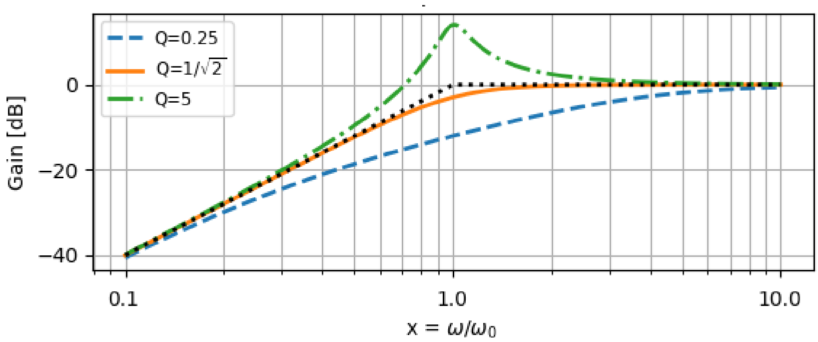
D.6. Etablir l'expression de l'équation horaire de l'angle β en supposant qu'initialement le pendule est immobile et vertical.

D.7. Déterminer la valeur a_1 de l'accélération maximale du véhicule pour que la masse ne heurte pas le pare-brise. Commenter.

5 Sismographe

La partie sensible du sismographe pendulaire est une masse munie d'un index et d'une tige. Cet ensemble de masse *m* assujetti à se déplacer verticalement, est suspendu à un ressort. Le ressort est fixé en *A* sur un bâti. La partie sensible (masse + index + tige) est par ailleurs reliée à un amortisseur qui exerce une force de frottement fluide $-\alpha\vec{v}$ où $\vec{v}$ est le vecteur vitesse de la masse dans le référentiel lié au bâti. Le référentiel terrestre d'origine *G* est galiléen.
Un tremblement de terre est modélisé par une vibration verticale harmonique de translation : $S(t) = S_0\cos(\omega t)$ où $S(t)$ repère le déplacement vertical du sol par rapport au référentiel galiléen du lieu. On définit *H(t)* la grandeur qui repère le déplacement de la masse *m* par rapport au repos dans le référentiel lié au bâti.





1) Établir l'équation différentielle en $H(t)$ du mouvement de la masse. *On introduira* ω_0 *la pulsation propre et Q le facteur de qualité du système.*
On donne le diagramme de Bode du système.
Par ailleurs, l'étude du spectre de Fourier des vibrations sismiques montre que leurs périodes se répartissent essentiellement sur une gamme qui va de 1 s à 10 s.
2) Comment doit-on choisir les caractéristiques du sismographe ?

6 Trajectoire sur un plateau tournant

Le plateau circulaire d'un manège tourne autour de son axe vertical à vitesse angulaire constante. Deux amis se trouvent sur ce manège. L'un d'eux (A) est assis au niveau de l'axe de rotation alors que l'autre (B) se trouve en un point de la périphérie du manège.

(A) demande à (B) de lui lancer son téléphone portable. Celui-ci, pour ne pas risquer de l'endommager, préfère lui envoyer en le posant sur le manège et en le faisant glisser sur le plateau. S'il ne se déplace pas, (A) ne pourra pas se saisir du téléphone.

En effet, la trajectoire du téléphone, si on néglige les frottements avec le plateau du manège est représentée figure 1.3.

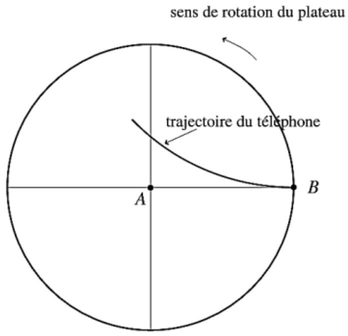


Figure 1.3 – Trajectoire du téléphone sur le plateau du manège

➲ En supposant que le déplacement du téléphone sur le plateau se fait sans frottement, justifier l'allure de la trajectoire.

7 ✎ Lanceur de Ball-Trap

Le ball-trap, parfois appelé « tir aux pigeons d'argile », est un exercice d'adresse consistant à abattre au fusil des cibles en argile projetées en l'air.
On modélise le lanceur de cible par un bras horizontal de longueur L en rotation uniforme à la vitesse angulaire constante ω autour d'un axe vertical.
Une cible d'argile est assimilée à un point matériel M de masse m.

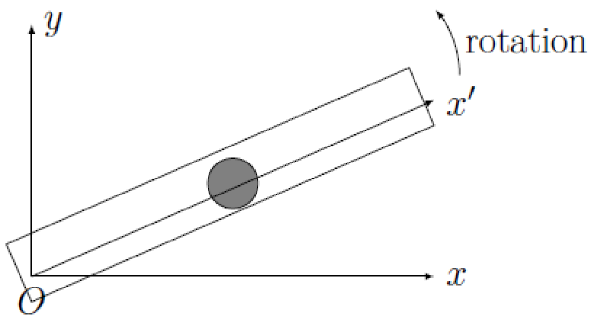
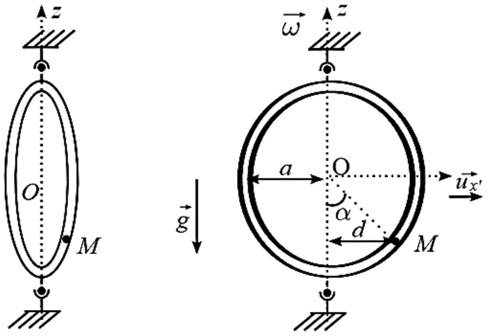


Schéma du dispositif vu de dessus

A l'instant initial, la cible est abandonnée sans vitesse relativement au bras et se trouve en $x'(0) = a$.
➲ Par une approche énergétique, déterminer l'expression de la vitesse atteinte par la cible lorsqu'elle quitte le bras.

8 Mouvement d'une bille dans un cerceau tournant



Une bille assimilée à un point matériel M de masse m peut glisser sans frottement dans un cerceau de rayon a qui tourne autour de son axe vertical à la vitesse angulaire constante ω par rapport au référentiel du laboratoire supposé galiléen. Le schéma du dispositif est présenté sur la figure ci-contre.

1. Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur la bille dans le référentiel $\mathcal{R}'$ lié au cerceau.
   Déterminer la ou les positions d'équilibre de la bille.
2. Établir l'expression de l'énergie potentielle de la bille en fonction de l'angle α. Retrouver les positions d'équilibre de la bille et étudier leur stabilité. Tracer l'allure de $E_p(\alpha)$ dans les différents cas étudiés.
3. On s'intéresse à de petites oscillations. Écrire l'énergie $E_p(\alpha)$ sous la forme d'un développement limité à l'ordre 2 au voisinage de la position d'équilibre stable centrale. Écrire la conservation de l'énergie mécanique pour ces oscillations puis en déduire l'équation angulaire du mouvement et la pulsation des oscillations.

9 ✐ Caractère non galiléen du référentiel terrestre : Expérience de Reich - Méthode des perturbations

En 1833, F. Reich réalisa des lâchers de billes, sans vitesse initiale, dans un puits de 158 m de profondeur à Freiberg (latitude $\lambda = 51°$). Il mesura une déviation moyenne de 28 mm à l'est de la verticale du point de lâcher. Dans cet exercice, on se propose de retrouver cet ordre de grandeur. On choisira la base locale terrestre : (Oz) rayon terrestre ascendant ; (Oy) tangent au méridien dirigé vers le nord ; (Ox) tangent au parallèle dirigé vers l'est.

✐ 1) Etablir les équations du mouvement dans le référentiel terrestre.

✐ 2) Quelle force d'inertie est responsable de la déviation des billes ?

✐ 3) Justifier, en calculant la vitesse angulaire de rotation Ω de la Terre autour de l'axe des pôles, que l'on peut considérer les termes en Ω comme infiniment petits.

4) Pour résoudre ce problème, on utilise la méthode des perturbations.

a) A l'ordre 0 : on néglige tout d'abord les termes en Ω, quelle est l'expression de la vitesse de M par rapport à R_T dans ce cas ?

b) A l'ordre 1 : on calcule la force de Coriolis avec les résultats de l'ordre 0, donner alors les lois horaires. En déduire les coordonnées du point de chute. Conclure.

10 Chaises volantes *(type résolution de problème)*

Les chaises volantes constituent une variante de manège de type carrousel, où des sièges sont suspendus depuis le haut du manège au bout de chaînes métalliques. Lors de la rotation du manège, les chaises sont inclinées vers l'extérieur par la force centrifuge.

On trouve sur internet l'annonce suivante :

Manège voltigeur authentique 1930

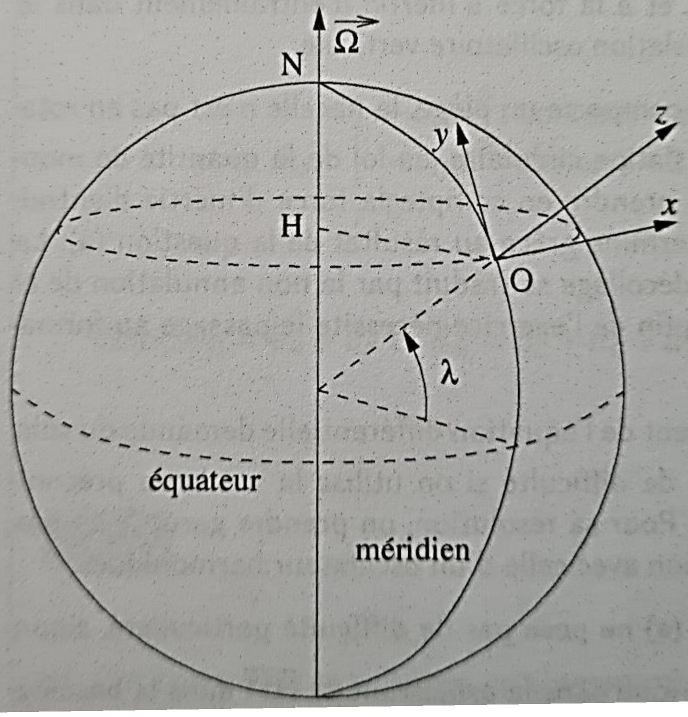
Diamètre à l'arrêt 8 m ;
diamètre en action 16 m ;
hauteur 7 m ;
poids 9 tonnes ;
25 places.

http://manege-forain.com/location_manege_sensation/locationdemanege_grandesensation.htm

➲ Combien de tours de manège fait-on en 3 minutes ?

11 Pendule de Foucault

Le pendule de Foucault est un pendule simple dont le fil inextensible, accroché au sommet S du dôme du Panthéon à Paris, de latitude $\lambda = 48{,}85°$, a une longueur $L = 67$ m et soutient un mobile M de masse $m = 28$ kg. L'intensité de la pesanteur est $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$. On note O le point du sol à la verticale de S. Les axes du repère sont (O, x) dirigé vers l'est, (O, y) vers le nord et (O, z) vertical vers le haut.



1) L'amplitude des oscillations du pendule est supposée suffisamment faible pour qu'on puisse supposer que M reste dans le plan horizontal. En déduire que la tension du fil s'écrit $\vec{T} \approx -\frac{mg}{L}\overrightarrow{SM}$.
2) En déduire que x et y vérifient le système d'équations différentielles couplées :
$$\begin{cases} \ddot{x} + \omega_0^2 x = 2\beta\dot{y} \\ \ddot{y} + \omega_0^2 y = -2\beta\dot{x} \end{cases}$$
en précisant les expressions de ω_0 et β en fonction de L, g, Ω et λ. Vérifier que $\beta \ll \omega_0$.
3) On définit la variable complexe $\underline{\rho} = x + iy$. Etablir l'équation différentielle vérifiée par $\underline{\rho}$ et la résoudre en prenant les conditions initiales :
$$\begin{cases} x(0) = a \,;\, y(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = 0 = \dot{y}(0) \end{cases}$$
4) En déduire $x(t)$ et $y(t)$ et montrer que le mouvement de M correspond à des aller-retours quasi-rectilignes selon un segment de centre O, de longueur $2a$ et qui tourne très lentement à une vitesse angulaire Ω_F qu'on précisera. En déduire la période T_F du pendule de Foucault.

Révisions 1^{e} année :
Mécanique

A. Rappels des méthodes

Etude d'un système PONCTUEL (ou un solide en translation)

 Démarche introductive pour appliquer à un **<u>système ponctuel</u>** (ou à un solide en translation) une loi de dynamique en **<u>référentiel galiléen</u>**	① Préciser le **système ponctuel** étudié (ou le solide en translation). ② Préciser le **référentiel galiléen** $\mathcal{R}$ d'étude. ③ Avec un **schéma en précisant** la **BOND** *(Base OrthoNormée Directe)* de vecteurs **appropriée**, établir le **bilan des forces extérieures** subies par le système. ④ Analyse cinématique

Application de la **LQM/PFD**	⑤ Appliquer le **PFD** / la **LQM**, et la **projeter** dans la **BOND**. ⑥ Résoudre la ou les équation(s) : - soit pour obtenir les lois horaires ou l'équation de la trajectoire ; - soit pour exprimer les forces « non données ».

Application du **TPC ou du TEC**	⑤ Appliquer le **TPC** ou le **TEC** en calculant SEPAREMENT : - $\boldsymbol{\frac{dE_c}{dt}}$ ou $\Delta \boldsymbol{E_c}$ - la **puissance** ou le **travail** des forces pour en déduire l'équation du mouvement ou un scalaire.

Application du **TPM ou du TEM**	③' Lors du **bilan des forces extérieures** subies par le système, distinguer : - les forces conservatives - les forces non conservatives ⑤ Appliquer le **TPM** ou le **TEM** en calculant SEPAREMENT : - $\boldsymbol{\frac{dE_m}{dt}}$ ou $\Delta \boldsymbol{E_m}$ en utilisant l'expression de **l'énergie potentielle de chaque force conservative** - la **puissance** ou le **travail** des forces non conservatives pour en déduire l'équation du mouvement ou un scalaire.

Application du **TMC**	⑤ Identifier un point A fixe dans $\mathcal{R}$ ou un axe Δ orienté fixe dans $\mathcal{R}$. ⑥ Appliquer le **TMC** par rapport à A ou à Δ en calculant SEPAREMENT : - $\overrightarrow{\sigma_A}(M)$ ou $\sigma_\Delta(M)$ puis sa dérivée par rapport au temps - le moment des forces. pour en déduire l'équation du mouvement. 💣 Attention à la nature des grandeurs manipulées : scalaires / vecteurs !!

 *Pour certains problèmes de mécanique, une loi s'avère plus efficace que les autres. Comment **<u>repérer ces situations</u>** ?*	Les lois de la puissance et de l'énergie cinétiques ou mécaniques n'apportent aucune information supplémentaire par rapport au PFD. On passe seulement d'une équation vectorielle à une **<u>équation scalaire</u>**. ❶ Les **TPC, TEC, TPM et TEM sont plus efficaces que le PFD** lorsque : - l'on étudie le mouvement d'un système à **<u>un seul ddl</u>** ; - les **<u>forces non données ne travaillent pas</u>**. ❷ Il est généralement **plus aisé d'utiliser le TPM ou le TEM que le TPC ou le TEC** car il est plus simple d'exploiter les expressions des **énergies potentielles** des forces conservatives plutôt que de calculer leur travail. ❸a) Les **<u>TPC et TPM</u>** sont les plus adaptées pour déterminer **<u>l'équation du mouvement</u>** d'un tel système. ❸b) Les **<u>TEC et TEM</u>** sont les plus adaptées pour **<u>déterminer un scalaire</u>** (norme du vecteur vitesse, distance…) à un instant donné t_1 et que l'on connaît la valeur de ce scalaire à un autre instant t_0.
 *Pour quelles situations, le TMC s'avère-t-elle la loi de dynamique la plus efficace ?*	Le **TMC est plus efficace que le PFD** dans les cas suivants : ❶ Mouvement circulaire de centre ou d'axe fixe dans $\mathcal{R}$ galiléen. ❷ Force non donnée telle que son moment (par rapport au point ou à l'axe) est nul. ❸ Mouvement à force centrale.

Etude d'un SOLIDE EN ROTATION

 Démarche pour appliquer à un **<u>solide en rotation</u>** le **TMC** en **<u>référentiel galiléen</u>**	① Préciser le **solide** étudié. ② Vérifier que le solide est en **rotation autour d'un axe Δ fixe** dans $\mathcal{R}$. ③ Avec un **schéma** représentant la **BOND cylindrique d'axe Δ**, établir le **bilan des forces extérieures** subies par le solide et identifier leur **point d'application**. ④ Appliquer le **TMC** par rapport à Δ en calculant SEPAREMENT : - $\sigma_\Delta(S) = J_\Delta \omega = J_\Delta \dot{\theta}$ puis sa dérivée par rapport au temps - le moment des forces pour en déduire l'équation du mouvement.

B. Exercices

12 Trajectoire parabolique

Les coordonnées cartésiennes d'un point sont données, en fonction du temps, par :

$$\begin{cases} x = v_0.\cos(\alpha).t \\ y = \frac{1}{2}a.t^2 + v_0.\sin(\alpha).t \\ z = 0 \end{cases}$$

où α et a sont des constantes.

1) Vérifier que la trajectoire est une parabole.
2) Donner l'expressions de la vitesse dans le repère cartésien.
3) Faire de même avec l'accélération.

13 Interactions

Pendule électrostatique

Un pendule est constitué d'une petite sphère S, de masse $m = 30\ g$, attachée au bout d'un fil idéal de longueur L.

On communique à cette sphère une charge électrique positive q, que l'on souhaite déterminer. D'autre part, une autre sphère chargée avec une charge opposée $(-q)$ est placée au voisinage du pendule : celui-ci s'écarte alors de la verticale d'un angle θ_0. On supposera que les deux sphères sont à la même hauteur et espacée d'une distance d.

On donne $\varepsilon_0 \approx 9.10^{-12}\ F.m^{-1}$ et on mesure expérimentalement : $\theta_0 = 45°$ et $d = 20\ cm$.

a) Déterminer la valeur de la charge q.

Attractions

b) Déterminer l'expression puis l'intensité de la force qu'exerce une pomme de 200 g, tombée au sol, sur la Terre à l'aide des données ci-dessous.

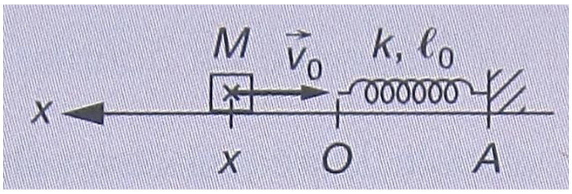
c) En supposant le mouvement de la Lune autour de la Terre circulaire et uniforme, exprimer puis calculer l'intensité de la force qu'exerce la Terre sur la Lune à l'aide des données ci-dessous.

<u>Données :</u>

Champ de pesanteur $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$	Distance moyenne Terre-Lune $d = 384403\ km$
Masse de la Lune $M_L = 7{,}34.10^{22}\ kg$	Période de révolution $T_L = 27\ jours\ 7\ heures\ et\ 43\ minutes$

Aucune autre donnée n'est nécessaire !

14 Masse percutant un ressort



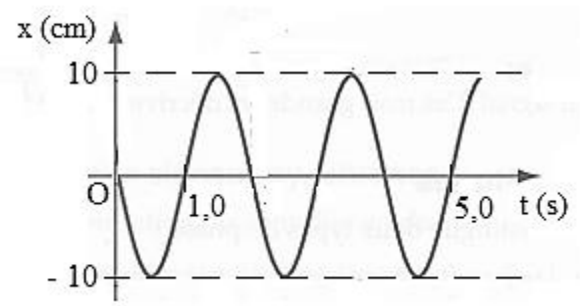
Un ressort de raideur k et de longueur à vide $l_0 = 30\ cm$ est fixé en A à une paroi (figure ci-contre). Initialement, le ressort est à l'équilibre et l'extrémité libre du ressort est initialement en O.

Un point M de masse $m = 200\ g$, glisse sans frottement sur l'axe horizontal (Ox). Ce point M percute l'extrémité libre du ressort à l'instant $t = 0$ et M reste accroché à cette extrémité pour $t > 0$.

Le point M percute le ressort avec une vitesse de norme v_0.

1) Etablir l'équation différentielle du mouvement de la masse pour $t \geq 0$.

On trace l'évolution de l'abscisse de M en fonction du temps :



2) Déterminer la valeur de la constante de raideur k.

On refait la même manipulation pour différentes vitesses initiales v_0.

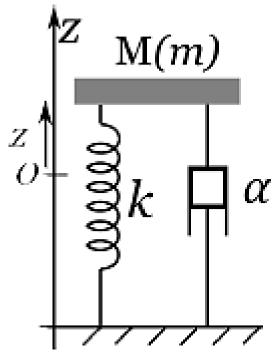
3) La période du mouvement sera-t-elle différente pour ces nouvelles vitesses initiales ?

4) Théoriquement, à quelle condition sur v_0, la masse vient-elle percuter la paroi en A ?

15 Pseudo-oscillations

Une sphère M (de masse m et de rayon r faible), se déplace avec une faible vitesse $\vec{v}$.
La sphère, suspendue à un ressort de raideur k, est plongée dans un liquide de coefficient de viscosité η. La sphère est donc soumise, entre autres, à une force $\vec{f} = -6\pi r\eta\vec{v}$.
La période des oscillations dans l'air est égale à T_0.
On note T_p la pseudo-période du mouvement de M dans le liquide.

1) Exprimer T_p.
2) En déduire une application de cette étude.



16 Suspension d'un moteur

On étudie la suspension d'un moteur dont le fonctionnement entraîne des vibrations. Le moteur est assimilé à un point M de masse m.
La suspension est constituée d'un ressort de raideur k, de longueur à vide l_0 associé à un amortisseur qui exerce sur M une force $\overrightarrow{f_f} = -\alpha\vec{v}$.
La variable z repère la position de M par rapport à la position d'équilibre du moteur, à l'arrêt, symbolisée par le point O.

1) Établir l'expression de la longueur l_e du ressort à l'équilibre, lorsque le moteur est à l'arrêt, en fonction de m, g, k et l_0.

Lorsque le moteur fonctionne, tout se passe comme s'il apparaissait une force supplémentaire de la forme $\vec{F} = F_0 \cdot \cos(\omega t)\overrightarrow{u_z}$.

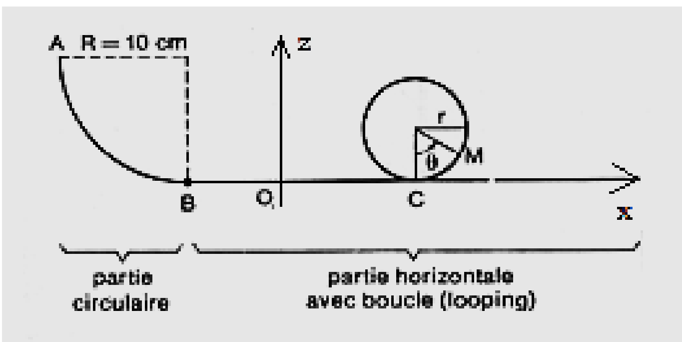
2) Déterminer l'équation différentielle vérifiée par z.

En régime forcé, on recherche des solutions sous la forme $v_z(t) = \dot{z}(t) = V_0 \cdot cos(\omega t + \psi)$.

3) Exprimer V_0.
4) La pulsation ω vaut $630\, rad \cdot s^{-1}$. Le moteur a une masse $m = 10\, kg$ et on dispose de deux ressorts de constante de raideur respective $k_1 = 4{,}0.10^6\ N \cdot m^{-1}$ et $k_2 = 1{,}0.10^6\ N \cdot m^{-1}$. Lequel faut-il choisir pour réaliser la suspension ?

17 Looping

Sur une piste représentée sur la figure suivante, on lâche d'un point A, une bille M supposée ponctuelle, de masse m, sans vitesse initiale. On néglige les frottements.



1) La bille arrive en C et aborde la boucle de rayon r et sa position est repérée par l'angle θ. Déterminer la vitesse v de la bille sur la boucle en fonction de g, R, r et θ. En déduire l'expression de $\dot{\theta}$ en M.
2) Montrer que si $r < r_0$, la bille ne quitte pas la piste au cours du looping. Donner l'expression littérale puis numérique de r_0.

18 Masse attachée à un fil

Un point matériel M de masse m, attaché à un fil, peut glisser sans frottement sur un support plan horizontal.
On note (Oz) l'axe vertical ascendant.
Le fil passe par un trou du support, noté O, et est tiré vers le bas à la vitesse $\vec{v} = -v_0\overrightarrow{u_z}$ avec v_0 une constante positive. La masse est lancée initialement avec une vitesse angulaire ω_0 et la longueur horizontale du fil est à, cet instant, égale à L_0.
➲ Déterminer l'expression temporelle de la vitesse angulaire ω du point M autour de l'axe (Oz) en fonction des données du problème.

19 Comète de Halley

L'orbite de la comète de Halley autour du Soleil a une période de $76\ années$.
En 1986, la comète se trouvait à son périhélie, la distance comète/Soleil valant alors $8{,}9.10^{10}\ m$ *(rq : ce point se trouve entre les orbites de Mercure et de Vénus)*.
➲ A quelle distance du Soleil se trouve l'aphélie de la comète de Halley ?
<u>Données :</u> $M_S = 2{,}0.10^{30}\ kg$ et $G = 6{,}67.10^{-11}\ USI$.

20 Modélisation de la chute d'un arbre

On assimile un arbre à une tige longue et homogène de longueur L et de masse m. On le scie à sa base et l'arbre bascule en tournant autour de son point d'appui au sol. On suppose que le point d'appui reste fixe et ne glisse pas et on repère la position de l'arbre par l'angle θ qu'il fait avec la verticale. A $t = 0$, l'arbre fait un angle de 5° avec la verticale et est immobile.
Le moment d'inertie de l'arbre par rapport à son extrémité vaut $\frac{1}{3}mL^2$.

1) Etablir l'équation du mouvement de chute de l'arbre.
2) Montrer que, lorsque l'arbre fait un angle θ avec la verticale, sa vitesse angulaire vaut :

$$\dot{\theta} = \sqrt{\frac{3g}{L}(cos\theta_0 - cos\theta)}$$

3) A partir de cette relation, montrer que l'on peut déterminer le temps de chute d'un arbre de $30\ m$ de haut tel que $\theta_0 = 5°$.

<u>Donnée :</u>

$$\int_{\theta_0}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{cos\theta_0 - cos\theta}} = 5{,}1$$