

## TDM2 – Forces de contact - Lois du frottement solide

Capacités exigibles	Ch M2	Ex 1-2	Ex 3-12	TP
<b>Contact entre deux solides. Aspects microscopiques.</b> <b>Lois de Coulomb du frottement de glissement dans le seul cas d'un solide en translation.</b> Utiliser les lois de Coulomb dans les trois situations : équilibre, mise en mouvement, freinage. Formuler une hypothèse (quant au glissement ou non) et la valider. <i>Effectuer une mesure d'un coefficient de frottement.</i> <u>Capacité numérique</u> : à l'aide d'un langage de programmation, simuler une situation mécanique dans laquelle intervient au moins un changement de mode de glissement.	•	•	•	6B
<b>Aspect énergétique.</b> Effectuer un bilan énergétique.	•	•		

### 0 Exercices classiques vus en cours :

**E.2.b** : Equilibre ou glissement d'un solide sur un plan incliné

**E.2.c** : Lancement vers le haut d'un solide sur un plan incliné

**F.2** : Expression de la puissance totale des forces de contact entre deux solides en translation

### 1 ✎ Distance d'arrêt (type « résolution de problème »)

Un jeton est lancé sur un plan horizontal avec une vitesse initiale de norme  $v_0$ .

➡ Déterminer l'expression de la distance que le jeton parcourt avant de s'arrêter.

### 2 Brique sur un plan incliné

On considère un plan incliné d'un angle  $\alpha = 20^\circ$  par rapport à l'horizontale. Une brique de masse  $m = 600 \text{ g}$  est lancée depuis le bas du plan vers le haut avec une vitesse  $\vec{v}_0$  de norme  $2.4 \text{ m/s}$ .

- On suppose que le contact entre la brique et le plan incliné se fait sans frottements tangentiels. Déterminer la distance parcourue par la brique avant qu'elle ne s'arrête et le temps nécessaire pour atteindre ce point.
- On suppose maintenant qu'il existe des frottements solides où l'on prend le coefficient de frottement  $f = 0.2$ . Répondre à la même question dans ce cas.

### 3 Positionnement d'une échelle

Une échelle est posée contre un mur vertical, son autre extrémité reposant sur le sol horizontal. Il n'y a pas de frottement entre l'échelle et le mur, le coefficient de frottement entre l'échelle et le sol est  $f$ .

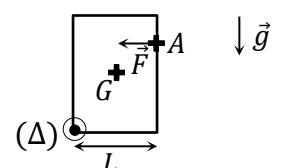
Quelles conditions l'utilisateur doit-il respecter, s'il veut éviter que l'échelle glisse sur le sol ?

On négligera la masse de l'échelle devant celle de l'utilisateur et supposera que l'utilisateur reste vertical quand il grimpe à l'échelle.

### 4 Condition de basculement d'un meuble

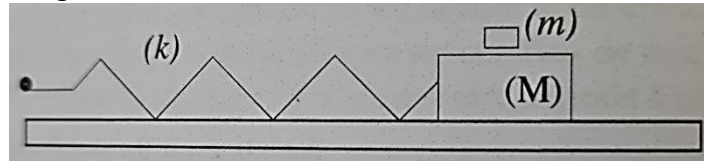
On modélise un meuble de masse  $m$  par un parallélépipède rectangle de hauteur  $H$  et de largeur  $L$ . On note  $G$  son centre d'inertie. On néglige ici toute possibilité de glissement du meuble sur le sol. Un déménageur exerce en un point  $A$ , à une hauteur  $h$  du sol, une force de poussée de norme  $F$  et normale à une face verticale du meuble. On précise que les points  $A$  et  $G$  appartiennent au même plan vertical (cf figure).

➡ Montrer que  $h$  doit être supérieur à  $h_{\min}$  pour que le meuble puisse basculer autour de l'axe horizontal  $(\Delta)$ . Vous déterminerez l'expression de  $h_{\min}$ .



## 5 Rodéo horizontal

Un petit cube de masse  $m$  est posé sur le dessus d'un chariot parallélépipédique de masse  $M$  qui glisse sans frottement sur une table horizontale. Le chariot est relié à une paroi par un ressort de constante de raideur  $k$ , et il a un mouvement rectiligne.



➡ Déterminer l'amplitude maximale du mouvement en dessous de laquelle le cube ne glisse pas. On notera  $\mu$  le coefficient de frottement cube/chariot.

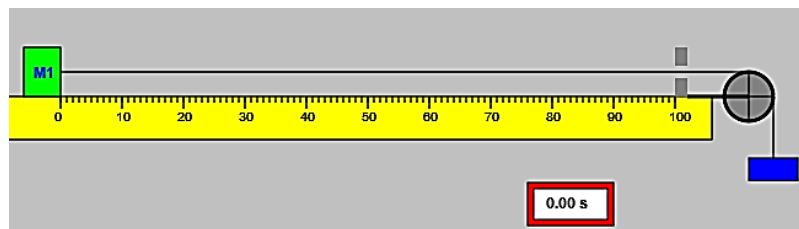
## 6 Entraînement d'un carton par un tapis roulant

A l'instant  $t = 0$ , on pose un carton de masse  $m$  sur un tapis roulant qui défile à la vitesse  $U$  constante sur un plan incliné d'un angle  $\alpha$  pour le monter à l'étage d'un entrepôt. Le coefficient de frottement entre le tapis et le carton est  $f > \tan \alpha$ .

1. Exprimer la vitesse de glissement du carton sur le tapis. Justifier qu'il y a glissement au moins au départ et préciser le sens du glissement.
2. Déterminer le mouvement tant qu'il y a glissement. En déduire la date  $t_1$  où le glissement cesse.
3. Quel est le mouvement ultérieur du carton ?

## 7 Mesure des coefficients de frottement statique et dynamique

Un solide  $S_1$  de masse  $M_1$  est placé sur un plan horizontal. On note  $f_s$  le coefficient de frottement statique entre le solide et le plan et  $f_d$  le coefficient de frottement dynamique. Le solide  $S_1$  est relié, par l'intermédiaire d'un fil inextensible sans masse et d'une poulie idéale, à un solide  $S_2$  de masse  $M_2$ . On augmente progressivement  $M_2$  jusqu'au moment où le solide  $S_1$  commence à bouger.

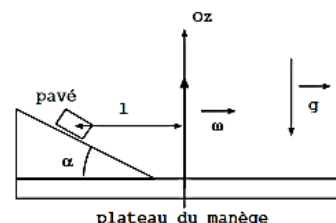


- 1) Montrer qu'on peut déterminer expérimentalement le coefficient de frottement statique  $f_s$  en connaissant la masse  $M_{2,lim}$  qui permet de mettre le solide  $S_1$  en mouvement.
- 2) Pour  $M_2 > M_{2,lim}$ , montrer que l'accélération du solide  $S_1$  est une constante et qu'en la mesurant expérimentalement, on peut déterminer le coefficient de frottement dynamique  $f_d$ .

Cf <http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/meca/frotte2.html>

## 8 Equilibre dans un référentiel tournant

Un plan incliné d'angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale est placé sur un plateau en rotation à la vitesse angulaire  $\omega$ . Un pavé est posé sur le plan incliné et le coefficient de frottement statique est  $f = 0,25$ . Le pavé est à l'équilibre sur le plan incliné à une distance  $l = 40 \text{ cm}$  de l'axe de rotation.



On définit  $\mathcal{R}(0, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  le référentiel lié au sol et  $\mathcal{R}'(0, \vec{e}'_x, \vec{e}'_y, \vec{e}'_z)$  le référentiel mobile dans lequel le pavé est à l'équilibre.

➡ Déterminer la (ou les) conditions sur la vitesse angulaire pour que le pavé soit effectivement en équilibre sur le plan incliné.

## 9 Mouvement « stick-slip »

On s'intéresse ici au mouvement saccadé d'un solide qui peut soit adhérer (« stick ») soit glisser (« slip ») sur son support. Le phénomène de « stick-slip » a pour origine le fait que les coefficients de frottement statique et dynamique diffèrent. Il génère des vibrations responsables du grincement des portes, du crissement des craies sur le tableau mais aussi du son d'un violon et du chant des verres.

On s'intéresse à un dispositif simple mettant en évidence ce phénomène :

[www.youtube.com/watch?v=4kY-v6mq8IA](http://www.youtube.com/watch?v=4kY-v6mq8IA)

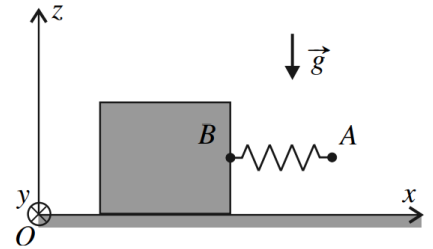
Un bloc de masse  $m$  est posé sur une table horizontale. Le contact entre la table et le bloc est caractérisé par un coefficient de frottement statique  $f_s$  et un coefficient de frottement dynamique  $f_d$ .

Un ressort de longueur à vide  $L_0$  et de constante de raideur  $k$  est relié au bloc au point  $B$ .

Initialement, le bloc est immobile et le ressort est au repos et on a  $x_A(0) = 0$ .

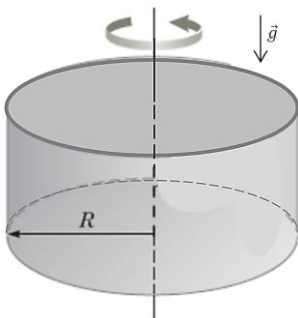
A partir de l'instant  $t = 0$ , on tire sur l'extrémité libre du ressort  $A$  de manière à la déplacer avec une vitesse constante  $\vec{u} = u\vec{u}_x$  ( $u > 0$ ). On note  $x_A(t)$  et  $x_B(t)$  les abscisses des deux extrémités du ressort.

1. Déterminer l'expression de  $x_A(t)$ .
2. Déterminer l'équation différentielle portant sur  $x_B(t)$  qu'il y ait glissement ou non. Déterminer la composante normale de la réaction exercée par la table sur le bloc.
3. On considère une phase pendant laquelle le bloc est fixe. Pendant cette phase, donner l'expression de la composante tangentielle de la réaction exercée par la table sur le bloc en fonction de  $k$ ,  $L_0$ ,  $x_A(t)$  et  $x_B(t)$ . Qu'imposent les lois de Coulomb pendant cette phase ?
4. On considère une phase pendant laquelle le bloc glisse sur la table (étant donné le déplacement imposé du point  $A$ , le bloc glisse selon  $+\vec{u}_x$ ). D'après les lois de Coulomb, donner l'expression de la composante tangentielle de la réaction exercée par la table sur le bloc pendant cette phase en fonction de  $m$ ,  $g$  et  $f_d$ . Quelle condition portant sur  $\dot{x}_B$  doit être vérifiée pendant cette phase ?
5. On simule numériquement le mouvement à l'aide du programme disponible sur Cahier de Prépa. Compléter le programme et commenter le résultat de la simulation en testant l'influence des différents paramètres.



## 10 Manège en rotation (oral CMT) (type « résolution de problème »)

Dans un manège tel que celui montré sur les figures ci-dessous, quelle est la condition sur la vitesse de rotation du manège pour que les personnes soient immobiles sur la paroi si le coefficient de frottement entre la paroi et les personnes est égal à 0,7 et que le rayon du manège est égal à 2,5 m ?



## 11 Contact et vibration

Un point matériel  $M$  de masse  $m$  est posé sur un plateau horizontal. Le plateau est animé d'un mouvement vibratoire de sorte que la position verticale du plateau est donnée par  $z = A\cos(\omega t)$ , où  $\omega$  est la pulsation et  $A$  est l'amplitude des oscillations.

Quelle relation doit lier  $A$ ,  $\omega$  et  $g$  (champ de pesanteur) pour que  $M$  reste toujours en contact avec le plateau ?

## 12 Usure abrasive des rails sur la ligne de TGV Paris-Lyon (d'après CCS1 MP 2024)

Pour cette sous-partie, et pour celle-ci seulement, on considère que le référentiel terrestre  $\mathcal{R}_t$  est non galiléen et que le référentiel géocentrique  $\mathcal{R}_g$  est galiléen.

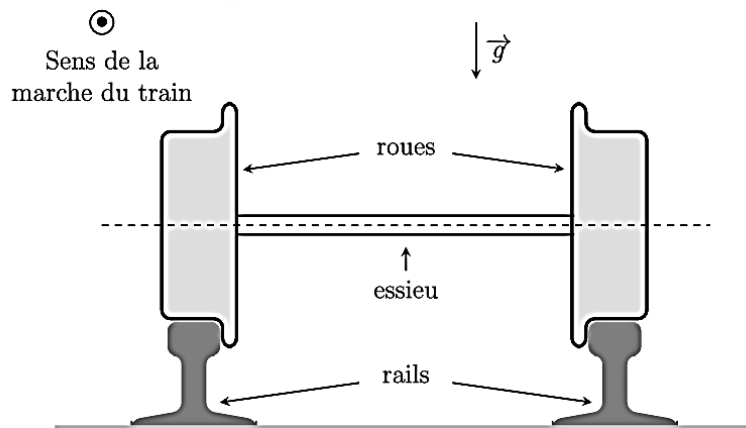
**Q 27.** Décrire le mouvement du référentiel terrestre  $\mathcal{R}_t$  par rapport au référentiel  $\mathcal{R}_g$ .

On considère la ligne de TGV Paris-Lyon, dont la longueur est approximativement de 500 km, et sur laquelle les trains (figure 6) roulent à la vitesse  $V_0 = 300 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  par rapport au référentiel terrestre. La ligne est composée de deux voies : une servant pour le trajet de Paris vers Lyon, l'autre pour le trajet Lyon vers Paris.



**Figure 6** Un train de dernière génération circulant sur la ligne Paris-Lyon.

On étudie par la suite un TGV allant de Paris à Lyon, sur un tronçon rectiligne horizontal, localement confondu avec une ligne méridienne nord-sud. La figure 7 schématise le contact entre les rails et les roues de ce train.



**Figure 7** Schéma – en coupe – du contact entre les rails et les roues du TGV (les échelles de distance ne sont pas respectées).

**Q 28.** La prise en compte du caractère non galiléen du référentiel terrestre implique l'existence d'une force normale horizontale exercée par l'intérieur d'un des deux rails sur les roues avec lesquelles il est en contact. Identifier, en le justifiant, le rail concerné dans le cas d'un TGV circulant de Paris vers Lyon. Sur un schéma inspiré de celui de la figure 7 faire figurer les forces de contact exercées par les rails sur les roues.

De nos jours, les rails sont réalisés en acier trempé très dur, afin d'en limiter l'usure. Il existe différents types d'usure des rails ; nous n'envisagerons ici que l'usure abrasive, qui a lieu à l'interface entre les roues et le rail. On note que, lorsqu'on étudie l'usure, on prend en compte le fait que le contact roue-rail n'est pas ponctuel : cela implique qu'il y a nécessairement une zone de contact glissant, même en cas d'adhérence. Diverses lois permettent de quantifier cette usure ; nous nous limiterons à la loi d'usure de Preston-Archard selon laquelle le volume de matière usée peut être calculé par la formule

$$V = k \frac{F_n}{H} d$$

où  $H$  est la dureté du matériau dont l'unité est  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2}$ ,  $d$  la distance sur laquelle a eu lieu le glissement,  $F_n$  la force normale au glissement et  $k$  un coefficient, appelé coefficient d'Archard, qui dépend des conditions expérimentales, matériaux, température, géométrie, etc.

**Q 29.** Discuter qualitativement la loi de Preston-Archard.

**Q 30.** Déterminer la dimension du coefficient d'Archard  $k$ .

**Q 31.** Pour le rail identifié dans la question Q 28, comparer le degré d'usure des faces supérieure et intérieure du rail. Préciser les approximations réalisées.