

Contenu :

Ex 1 : Principe de fonctionnement d'un alternateur	1
<i>Dipôle magnétique - Induction</i>	
Ex 2 : Démarrage d'un camion.....	1
<i>Mécanique 2^e année</i>	
Pour les 5/2 et Claire Physique en arctique	2
<i>Dipôle magnétique – Induction – Mécanique 2^e année</i>	

Ex 1 : Principe de fonctionnement d'un alternateur

→ ex 9 TDEM3

Ex 2 : Démarrage d'un camion

Un camion démarre sur une route horizontale avec une accélération constante γ . Sur la plate-forme de longueur ℓ est placé un carton homogène de longueur a et de masse m . Le coefficient de frottement de glissement entre le carton et la plate-forme est f .

1. Établir l'équation du mouvement du carton dans le cas où il y a glissement.
2. À quelle condition sur l'accélération γ a-t-on glissement jusqu'à ce que le carton tombe du camion ?
3. À quelle date le carton tombe-t-il du plateau-remorque ?
4. Déterminer la distance parcourue par le camion avant que le carton tombe à l'arrière du camion, dans l'hypothèse où le carton glisse.

Données et formulaire utiles à l'ensemble de l'exercice

Données numériques et constantes fondamentales

Champ magnétique terrestre à l'équateur	$B_E = 3,0 \times 10^{-5} \text{ T}$
Charge élémentaire	$e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$
Durée du jour solaire moyen	$T_0 = 24 \text{ h} = 8,6 \times 10^4 \text{ s}$
Intensité du champ de pesanteur	$g_0 = 9,8 \text{ m} \times \text{s}^{-2}$
Perméabilité magnétique du vide	$\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$
Rayon terrestre	$R_T = 6,4 \times 10^3 \text{ km}$
Logarithme népérien du nombre 20	$\ln(20) \simeq 3,0$

Coordonnées sphériques et géographiques

On notera $(Oxyz)$ les axes cartésiens associés à la base orthonormée et directe $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. Les coordonnées sphériques d'un point P sont notées (r, θ, φ) avec la base locale associée $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\varphi)$, cf. fig. 7 à gauche. On note aussi φ (longitude) et λ la latitude d'un point P de la surface terrestre; le point A est situé sur l'équateur dans le méridien origine ($\varphi = 0$); celui-ci passe par l'observatoire de Greenwich G , cf. fig. 7 à droite.

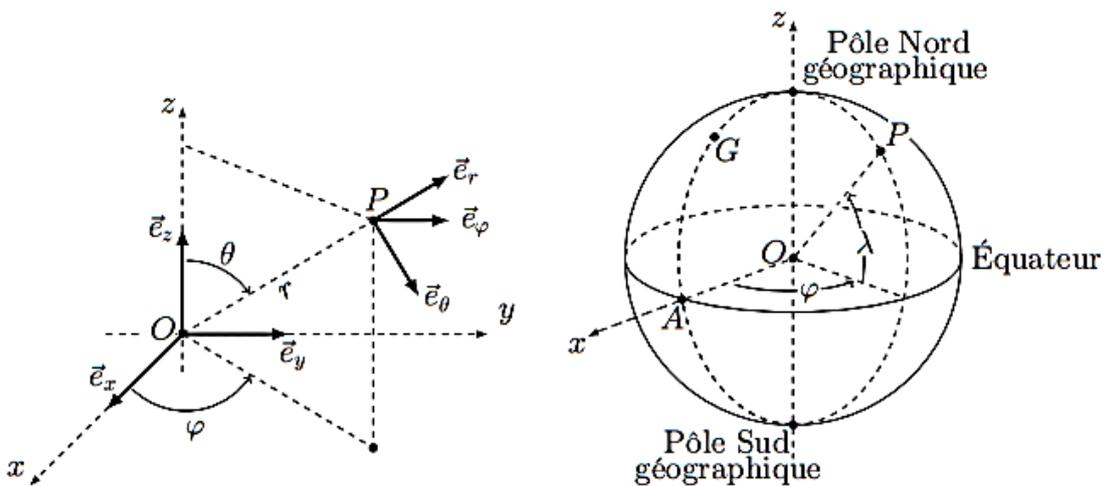


FIGURE 7 – Coordonnées sphériques et géographiques

Données et formules relatives aux dipôles magnétiques

Le champ magnétique créé par un dipôle de moment dipolaire \vec{M} placé à l'origine O des coordonnées est donné au point P par :

$$\vec{B}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{3\vec{R}(\vec{M} \cdot \vec{R}) - R^2 \vec{M}}{R^5} \quad \text{où } \vec{R} = \vec{OP} \text{ et } R = \|\vec{R}\|$$

Les interactions d'un dipôle magnétique rigide de moment dipolaire \vec{m} soumis à un champ magnétique extérieur \vec{B} sont décrites par l'énergie potentielle $E_p = -\vec{m} \cdot \vec{B}$ et par le couple des actions électromagnétiques $\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}$.

Ce sujet aborde différentes questions relatives aux propriétés physiques particulières aux régions polaires. Les notations, valeurs des constantes fondamentales et les autres données numériques nécessaires à la résolution du problème ainsi qu'un formulaire sont regroupés à la page précédente. Les exemples seront tous traités dans le cas des régions polaires nord (également appelées arctiques ou boréales). Les notations géographiques usuelles sont également rappelées dans la page précédente. Les applications numériques comporteront au plus 2 chiffres significatifs. Les deux parties sont indépendantes.

I. — Pôles géographiques et magnétiques

Les pôles géographiques sont assez proches des pôles magnétiques ; dans tout ce qui suit, on pourra confondre les deux axes reliant les pôles opposés de chaque type. La recherche des pôles magnétiques s'est d'abord appuyée sur la mesure du champ magnétique terrestre (ou champ géomagnétique), et en particulier de sa direction. L'intensité croissante du champ géomagnétique à l'approche des pôles contribue enfin à expliquer un phénomène optique spectaculaire : les aurores polaires. Les parties I.A et I.B sont indépendantes entre elles.

La partie I.A est consacrée à la description dipolaire du champ géomagnétique (le dipôle disposé au centre de la Terre et modélisant des courants électriques dans le noyau de la planète).

La partie I.B présente le modèle autodynamo du champ géomagnétique, susceptible de rendre compte des inversions du champ géomagnétique qui ont eu lieu dans le passé et ont laissé une trace dans les propriétés magnétiques de certains sédiments sous-marins.

I.A. — Boussole, champ géomagnétique et dipôle central

Une boussole est formée d'un aimant permanent, solide en forme d'aiguille équivalente à un petit dipôle magnétique \vec{m} de norme constante m , la direction du vecteur \vec{m} étant supposée indiquer le nord.

Cette aiguille aimantée peut librement tourner autour d'un axe vertical (Δ) dirigé par le vecteur \vec{e}_r local et formant un pivot à faible frottement (cf. fig. 1).

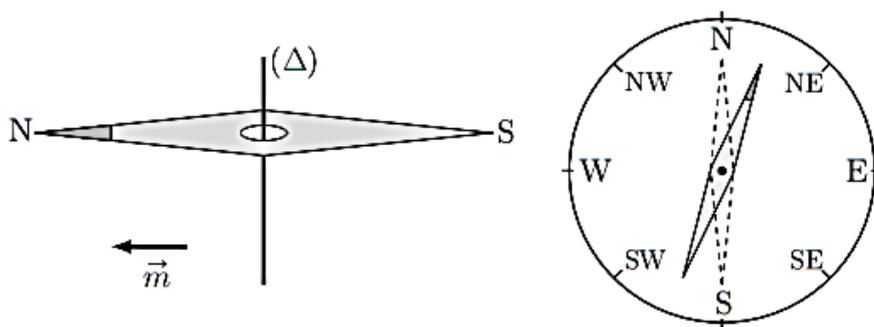


FIGURE 1 – Boussole de navigation

□ 1 — Pourquoi la boussole à l'équilibre indique-t-elle le nord ? Cet équilibre est-il stable ?

On note I le moment d'inertie de l'aiguille aimantée relativement à son axe de rotation (Δ) ; légèrement écartée de sa position d'équilibre (cf. fig. 1), l'aiguille aimantée oscille avec une pseudo-période τ_{osc} .

□ 2 — Montrer que la connaissance de m , τ_{osc} et I permet de déterminer une des composantes du champ géomagnétique. Laquelle ?

On étudie un modèle de champ géomagnétique créé par un dipôle magnétique $\vec{M} = M_0 \vec{e}_z$ disposé au centre O de la Terre (assimilée à une sphère de rayon R_T), l'axe (Oz) étant l'axe polaire géographique dirigé du pôle sud de cet axe vers son pôle nord (cf. fig. 7). On rappelle d'une part qu'un point de la surface est caractérisé par ses coordonnées géographiques φ (longitude) et $\lambda = \frac{\pi}{2} - \theta$ (latitude) et d'autre part qu'à l'équateur le champ magnétique terrestre est horizontal, dirigé vers le pôle nord géographique et y a pour intensité B_E .

□ 3 — Exprimer, en un point de la surface de la Terre et en coordonnées sphériques, le champ géomagnétique en fonction de μ_0 (perméabilité du vide), M_0 et R_T .

□ 4 — Préciser le signe de M_0 puis estimer sa valeur numérique. Quelles sont la direction et l'intensité du champ géomagnétique aux pôles magnétiques nord et sud ?

En un point P de la surface terrestre, on appelle *nord magnétique local* la direction \vec{e}_N du champ géomagnétique \vec{B} , projeté dans le plan horizontal, et *déclinaison magnétique* l'angle D formé par \vec{B} avec le nord magnétique local ; la déclinaison magnétique est positive si \vec{B} est dirigé vers le haut (vers le ciel) et négative s'il est dirigé vers le bas (vers le sol).

□ 5 — Dans l'hémisphère nord, quel est le signe de D ? Calculer $\tan(D)$ en fonction de la latitude λ puis tracer l'allure de la courbe donnant D en fonction de λ pour toutes les valeurs de λ du pôle sud au pôle nord. Pourquoi lisait-on parfois que les boussoles « s'affolent à proximité des pôles » ? Peut-on déterminer, au moyen d'une boussole, si on se trouve dans l'hémisphère nord ou dans l'hémisphère sud ?

I.B. — Modèle autodynamo et fluctuations du champ

Un modèle possible pour la circulation des courants électriques dans le noyau métallique liquide de la Terre, couplée à la rotation de la Terre, est le modèle autodynamo (cf. fig. 2). Le système comporte N spires (circulaires de rayon a , de centre O et d'axe (Oz) , qui créent le champ géomagnétique). Il comporte aussi un disque central de rayon $b < a$, qui peut tourner autour de l'axe (Oz) avec la vitesse angulaire $\omega(t)$ et le moment d'inertie I (il modélise les interactions mécaniques avec la rotation de la Terre). Ce disque, conducteur, est parcouru par le même courant $i(t)$ que les spires ; il est aussi entraîné par la rotation de la Terre avec un couple moteur $\vec{\Gamma} = \Gamma_0 \vec{e}_z$. Enfin, la résistance électrique totale du circuit est notée R .

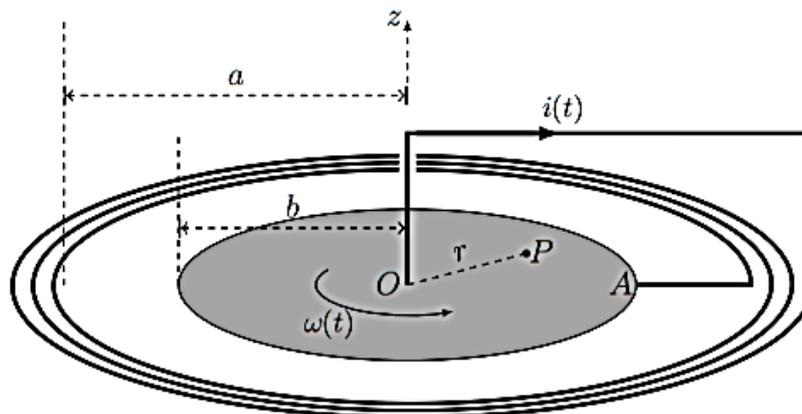


FIGURE 2 – Le modèle autodynamo pour le champ géomagnétique

On note $\vec{B}(P)$ le champ magnétique créé par ce dispositif en un point P du disque tournant, avec $r = OP$; on supposera $N \gg 1$. Si $i(t) \neq 0$, on note $M_{r_{\max}} = -\frac{1}{i(t)} \int_0^{r_{\max}} r \vec{e}_z \cdot \vec{B}(P) dr$; en particulier on pourra utiliser dans ce qui suit les intégrales M_a et M_b pour $r_{\max} = a$ ou b respectivement.

□ 6 — Quelle est la direction de $\vec{B}(P)$? Quels sont les signes de M_a et M_b ? Comparer M_a et M_b . Expliciter l'inductance propre L du circuit électrique de la figure 2 en fonction notamment d'une de ces intégrales.

□ 7 — On suppose d'abord que le courant $i(t)$ traverse le disque uniquement en ligne droite du point A de sa périphérie à O . Exprimer la force de Laplace $d\vec{F}_L$ s'exerçant sur un élément de longueur du segment AO . Exprimer alors le moment $\Gamma_L = \vec{\Gamma}_L \cdot \vec{e}_z$ des forces de Laplace exercées sur ce disque en fonction de $i(t)$ et M_b . Même si le courant se répartit de manière arbitraire sur ce disque de A à O , on peut montrer, et on admettra, que l'expression établie ici du moment des forces de Laplace reste inchangée.

□ 8 — En faisant l'hypothèse de la conservation de la puissance lors de la conversion électromécanique, relier la force électro-motrice $e(t)$ induite par les mouvements de rotation du disque à M_b , $i(t)$ et $\omega(t)$.

□ 9 — Établir les équations régissant les évolutions du courant dans le noyau et de sa vitesse de rotation sous la forme d'un système différentiel couplé

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = i(t) [\alpha\omega(t) - \beta] \\ \frac{d\omega}{dt} = \gamma - \delta i^2(t) \end{cases}$$

On exprimera les constantes positives α , β , γ , et δ en fonction de R , L , M_b , I et Γ_0 .

Soit i_0 un courant constant arbitraire, on considère la fonction

$$\mathcal{H}(\omega, i) = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}Li^2 - \frac{L\Gamma_0}{M_b} \ln \left| \frac{i}{i_0} \right| - \frac{IR}{M_b} \omega$$

□ 10 — Calculer $\frac{d\mathcal{H}}{dt}$ et simplifier son expression. Comment peut-on interpréter la fonction \mathcal{H} ? Déterminer les points du plan (i, ω) pour lesquels le gradient de \mathcal{H} s'annule. Comment s'interprètent ces points ?

□ 11 — Décrire la stabilité des équilibres du champ géomagnétique associés à la portion du plan de phase représenté sur la figure 3.

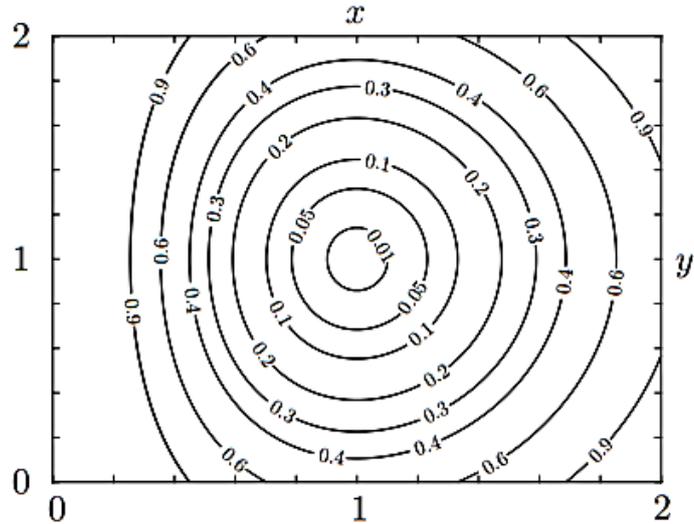


FIGURE 3 – Courbes de valeurs constante définies par la fonction $f(x, y) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2 - \ln(x) - y = c$. Les valeurs de c sont indiquées sur les courbes.

II. — La glace de la banquise

L'existence de couverts de glace de grande épaisseur au-dessus des océans polaires est bien sûr une caractéristique remarquable des régions polaires.

On étudie ici quelques propriétés mécaniques d'un traîneau glissant sur la surface d'un couvert de glace.

II.A. — Un traîneau sur la glace

Un traîneau à chiens est un dispositif de masse totale M (le pilote, ou *musher*, est compris dans cette masse) qui peut glisser sur la surface de la glace avec des coefficients de glissement statique (avant le démarrage) μ_s et dynamique (en mouvement) μ_d .

□ 12 — Les chiens sont reliés au traîneau par des éléments de corde tendus, de masse négligeable et inextensibles. Montrer qu'un tel élément de corde transmet les tensions et que celles-ci sont colinéaires à la corde.

□ 13 — Le trajet se fait soit à l'horizontale, soit sur une faible pente ascendante caractérisée par l'angle α avec l'horizontale. Montrer que, dans ce dernier cas, tout se passe comme dans un mouvement horizontal sous réserve de remplacer μ_d par μ'_d , que l'on exprimera.

L'intensité de la force de traction totale F exercée par l'ensemble des chiens dépend de leur vitesse v et on adoptera le modèle $F = F_0 - \beta v$ où F_0 et β sont des constantes positives. On prendra les valeurs $M = 5,0 \times 10^2 \text{ kg}$, $\alpha = 0$, $\mu_d = 5,0 \times 10^{-2}$ et $\mu_s = 8,0 \times 10^{-2}$.

□ 14 — Déterminer la valeur minimale de F_0 permettant le démarrage du traîneau.

□ 15 — La vitesse du traîneau en régime stationnaire est $v_0 = 3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, atteinte à 5% près au bout d'un temps $t_1 = 5 \text{ s}$. Exprimer d'une part β en fonction de M et t_1 et d'autre part F_0 en fonction de β , v_0 , μ_d , M et g . Calculer leurs valeurs respectives.

Toujours à vitesse constante v_0 , le traîneau aborde une courbe à plat qu'on assimilera à un cercle de centre O et de rayon R (cf. fig. 4). Les chiens (modélisés ici en un seul point C) doivent donc tirer vers l'intérieur du cercle.

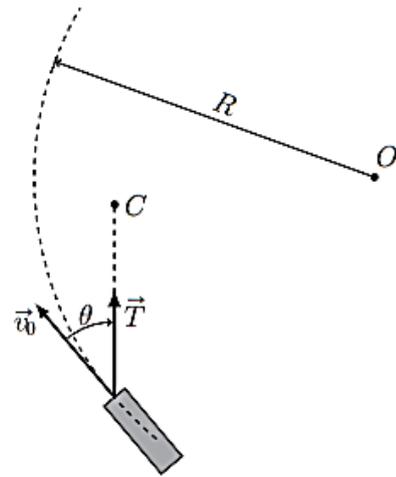


FIGURE 4 – Trajectoire circulaire du traîneau

□ 16 — Déterminer en fonction des données la tension \vec{T} de la corde et l'angle θ entre la force de traction et la trajectoire.