

Chapitre EM5. Ondes EM dans une région vide de charge et de courant



Jean Le Rond d'Alembert (1717-1783) est un mathématicien, physicien, philosophe et encyclopédiste français.

En 1744, il est l'inventeur d'une nouvelle branche des mathématiques : le calcul aux dérivées partielles.

En 1749, il est appelé pour diriger l'Encyclopédie avec Denis Diderot. Il rédige alors près de 1700 articles et il formalise sa pensée philosophique.

INTRO :

Dans ce chapitre, on étudie la **propagation des ondes électromagnétiques dans le « vide »** :

on suppose qu'il existe un champ électromagnétique* qui se propage dans un espace vide de charge et de courant :

$$\rho(\mathbf{M}, t) = 0 \quad \text{et} \quad \vec{j}(\mathbf{M}, t) = \vec{0}$$

sachant que l'air peut être assimilé au vide électromagnétique en très bonne approximation.

* créé par des charges et des courants situés en dehors de la zone d'étude.

Ce chapitre est l'occasion de révisions : ondes, spectre électromagnétique, représentation complexe.

On introduit également de nouvelles notions : **équation de d'Alembert**, « **structure** » et « **polarisation** » d'une onde plane.

Buts de ce chapitre : Approfondir les notions d'Onde Plane, Progressive et Monochromatique, étudier la propagation d'une onde électromagnétique (EM) dans le vide : équation de propagation et aspects énergétiques.

Prérequis :

1^e année : Formation des images ; Propagation d'un signal ; Oscillateurs Forcés.

2^e année : EM4 Electromagnétisme en régime variable ; E1 Signaux périodiques : spectre et filtrage.

Plan du chapitre :

A) Equation de d'Alembert (= EDA) – Ondes PLANES.....	2
1) Mise en équation pour le cas des ondes électromagnétiques dans le vide	2
2) Généralisation	3
B) Cas général : Familles de solutions de l'EDA	4
1) Ondes planes PROGRESSIVES (= OPP).....	4
2) Onde plane STATIONNAIRE	4
C) Ondes planes progressives MONOCHROMATIQUES (= OPPM).....	5
1) Grandeurs caractéristiques.....	5
a) Cas général	5
2) Notation / Représentation complexe	7
D) OPP(M) électromagnétique dans le vide	8
1) Relation de dispersion	8
2) Surface d'onde et vitesse de phase	8
3) Structure d'une OPPM électromagnétique	9
E) Transport d'énergie	11
1) Energie volumique électromagnétique.....	11
2) Vecteur de Poynting (= vecteur densité de courant d'énergie) :	11

3) Cas des OPPM	11
F) Polarisation d'une OPPM	13
1) Position du problème	13
2) Cas général	13
3) Cas particuliers : polarisations rectiligne et circulaire.....	14
4) Obtention d'une lumière polarisée rectilignement – Polariseur – Analyse	15
Annexe n°1 : Propagation d'ondes (<i>rappels</i>).....	17
Annexe n°2 : EDA pour une onde se propageant le long d'une corde	19
Annexe n°3 : Spectre des ondes électromagnétiques	20

A) Equation de d'Alembert (= EDA) – Ondes PLANES

1) Mise en équation pour le cas des ondes électromagnétiques dans le vide

Equations de Maxwell en régime variable dans une région vide de charge ($\rho(\mathbf{M}, t) = 0$) et de courant ($\vec{J}(\mathbf{M}, t) = \vec{0}$) :

Maxwell-Gauss	$\text{div } \vec{E} = 0$
Maxwell-flux ou -Thomson	$\text{div } \vec{B} = 0$
Maxwell-Faraday	$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
Maxwell-Ampère	$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

Les champs \vec{E} et \vec{B} peuvent se **propager** en formant une onde électromagnétique basée sur le phénomène **d'induction électromagnétique** :

D'après M-F, la variation de \vec{B} fait apparaître un champ électrique et d'après M-A, la variation de \vec{E} fait apparaître un champ magnétique. C'est ce **couplage de $\vec{E}(\mathbf{M}, t)$ et $\vec{B}(\mathbf{M}, t)$** variables qui est à l'origine des ondes électromagnétiques capables de **se propager dans le vide**.



**Méthode pour
obtenir
l'équation de
propagation**

① Exploitation de la relation relative au **Laplacien vecteur** :

$$\Delta \vec{a} = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{a}) - \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{a})$$

pour $\vec{a} = \vec{E}$ ou $\vec{a} = \vec{B}$

② Exploitation des **équations de Maxwell** adaptées au **régime temporel** et au **milieu** étudiés pour exprimer $\text{div} \vec{a}$ et $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{a}$.

③ Exploitation du **théorème de Schwarz** pour **permuter** les dérivées spatiales et temporelles.

NB : Expression du **Laplacien vecteur** en coordonnées cartésiennes* :

$$\Delta \vec{a} = \begin{pmatrix} \Delta a_x \\ \Delta a_y \\ \Delta a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 a_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a_x}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 a_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a_y}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 a_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a_z}{\partial z^2} \end{pmatrix} = \frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial z^2}$$

Rq : Le Laplacien vecteur est noté avec ou sans flèche : $\vec{\Delta} \vec{a}$ ou $\Delta \vec{a}$ mais il s'agit d'un vecteur !

Dans une région vide de charge et de courant, les champs \vec{E} et \vec{B} vérifient l'équation aux dérivées partielles ci-dessous, nommée **EQUATION DE D'ALEMBERT**. Cette équation fait apparaître la célérité c : célérité des ondes électromagnétiques dans le vide : $c \approx 3,00.10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \text{et} \quad \Delta \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} \quad \text{avec } c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$$

➤ **Démonstration à connaître** : Etablir ces équations de propagation.

2) Généralisation

a) Propagation dans un milieu linéaire, non dispersif et non absorbant

DEFINITIONS (rappels) :

♦ **Onde** : phénomène de **propagation spatiale d'une perturbation locale** dans un milieu. L'onde se déplace avec une vitesse, appelée **célérité** notée c , qui dépend des caractéristiques du milieu de propagation. Une onde **transporte de l'énergie sans transporter de matière**.

♦ **Signal / vibration** : **Grandeur physique**, nulle dans l'état de repos du milieu, et **devenant non nulle avec la perturbation liée à une onde**. On dit que le signal / la vibration est transporté(e) par l'onde.

Ex : hauteur d'eau, pression acoustique, champ électromagnétique...

Rq : Contrairement aux ondes EM, les ondes mécaniques (son, vagues...) ne peuvent se propager qu'en présence d'un milieu matériel, cf annexe n°1 pour plus de détails.

On considère une onde de nature quelconque qui se propage selon les 3 directions de l'espace et le signal associé est, a priori, une grandeur vectorielle : $\vec{s}(M, t)$.

Dans un milieu linéaire, non dispersif et non absorbant*, le signal vérifie l'**équation de d'Alembert** qui est l'équation de propagation de cette onde :

$$\Delta \vec{s} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{s}}{\partial t^2} \quad \xrightarrow{\text{en cartésiennes}} \quad \forall i = x, y, z ; \Delta s_i = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 s_i}{\partial t^2}$$

où c est la célérité de l'onde.

* cf annexe n°2 pour le cas d'une corde et cf TD pour le cas d'un câble coaxial.

b) Onde plane

DEFINITIONS :

♦ On appelle **surface d'onde** une surface sur laquelle le **signal est uniforme** à tout instant i.e. que les points M formant la surface d'onde sont, à un instant t fixé, dans un **même état de vibration**.

♦ Une **onde** est dite **PLANE** si ses surfaces d'ondes sont des plans parallèles, appelés **plans d'onde**.

Notons (Ox) la direction perpendiculaire aux plans d'onde d'une onde plane. *Pour les situations étudiées dans le cadre du programme, cette direction correspond à la direction de propagation de l'onde.*

Le signal $\vec{s}(M, t)$ associé à cette onde plane ne dépend donc que d'une seule coordonnée cartésienne, ici x , alors l'équation de d'Alembert se simplifie sous la forme :

$$\frac{\partial^2 \vec{s}}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{s}}{\partial t^2} \quad \xrightarrow{\text{en cartésiennes}} \quad \forall i = x, y, z ; \frac{\partial^2 s_i}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 s_i}{\partial t^2}$$

où c est la célérité de l'onde.

Il s'agit de **l'équation de d'Alembert à une dimension**.

Si le signal associé à une onde **ne dépend que du temps et d'une seule coordonnée cartésienne** alors cette onde est **plane**.

Aux § B et C, une des composantes (s_x ou s_y ou s_z) du signal \vec{s} sera notée s . On parle de **vibration scalaire**.

B) Cas général : Familles de solutions de l'EDA

On donne ici la forme des solutions s de l'EDA à une dimension :

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$$

1) Ondes planes PROGRESSIVES (= OPP)

$g\left(t - \frac{x}{c}\right)$ et $G(x - ct)$ sont des vibrations associées à une onde plane se propageant à la célérité c selon $+\vec{u}_x$. On parle d'onde plane **PROGRESSIVE*** selon $+\vec{u}_x$.

De même, $h\left(t + \frac{x}{c}\right)$ et $H(x + ct)$ sont des vibrations associées à une onde plane se propageant à la célérité c selon $-\vec{u}_x$. On parle d'onde plane **PROGRESSIVE*** selon $-\vec{u}_x$.

Les fonctions g, h, G et H :

- sont **solutions de l'équation de d'Alembert à une dimension** ;
- **dépendent à la fois des variables spatiale (x) et temporelle (t)** ;
- sont des fonctions quelconques qui reflètent la « forme » de l'onde.

La **solution générale de l'équation de d'Alembert à une dimension** s'écrit sous la forme :

$$s(x, t) = g\left(t - \frac{x}{c}\right) + h\left(t + \frac{x}{c}\right) \quad \text{ou} \quad s(x, t) = G(x - ct) + H(x + ct)$$

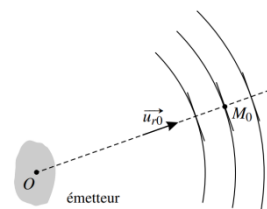
* Parfois, on réserve le terme « progressif » pour l'onde se propageant selon $+\vec{u}_x$ et on appelle « régressive » l'onde se propageant selon $-\vec{u}_x$.

Animation : <https://cahier-de-prepa.fr/mp-lafayette/docs?rep=331>

☞ **Exercice classique** : Vérifier que la fonction $G(x - ct) = G(u)$ est solution de l'équation de d'Alembert.

Rq – Justification du modèle d'OPP : L'OPP électromagnétique est un modèle idéalisé à la géométrie extrêmement simple. Dans la réalité, l'onde émise par un émetteur est plus complexe. Cependant, de façon approchée (en particulier, pour un émetteur assimilable à une source ponctuelle en O) alors l'onde émise est sphérique i.e. que les surfaces d'onde sont des sphères de centre O (à un instant t fixé, les points M d'une sphère de centre O sont dans un même état de vibration).

Une onde plane modélise localement une onde sphérique à grande distance de l'émetteur : localement, on approxime la sphère par son plan tangent.



Approximation locale par une onde plane : les plans d'onde sont tangents aux surfaces d'onde réelles.

2) Onde plane STATIONNAIRE

$s(x, t) = F(t) \cdot K(x)$ est une vibration associée à une onde plane **STATIONNAIRE**.

Les **variables spatiales et temporelles sont découplées** : la fonction F ne dépend que de t et la fonction K ne dépend que de x .

$s(x, t) = A \cos(\omega t + \varphi_1) \cos(kx + \varphi_2)$ est une vibration associée à une onde plane **stationnaire monochromatique** (cf § C), elle est **solution de l'équation de d'Alembert à une dimension**.

Animation : <https://cahier-de-prepa.fr/mp-lafayette/docs?rep=331>

Rq : On détaillera le cas des ondes stationnaires au ChEM7.

NB : Une solution stationnaire monochromatique est la somme de 2 solutions progressives monochromatiques de l'EDA. De même, une solution progressive monochromatique est la somme de 2 solutions stationnaires monochromatiques de l'EDA. Ces résultats s'obtiennent avec la trigonométrie.

C) Ondes planes progressives MONOCHROMATIQUES (= OPPM)

1) Grandeurs caractéristiques

a) Cas général

♦ Expression

La durée de la perturbation dépend de la source qui la crée (souffle du musicien, vibreur...).

Si l'origine de l'onde est périodique alors la vibration $s(x, t)$ associée à l'onde sera également périodique.

Or, toute fonction périodique de fréquence f peut s'écrire comme la somme de fonctions sinusoïdales de fréquences multiples de la fréquence f : **développement en série de Fourier**, cf ChE1.

Par ailleurs, l'équation de d'Alembert étant **linéaire**, on peut appliquer le **principe de superposition** et se limiter à l'étude d'une fonction sinusoïdale (comme pour les filtres linéaires, cf ChE1).

Le cas particulier des ondes planes progressives sinusoïdales / monochromatiques est donc important.

Expression d'une **vibration scalaire** associée à une **OPPM se propageant selon $\pm \vec{u}_x$** :

Une **onde plane progressive SINUSOÏDALE** ou **HARMONIQUE** ou **MONOCHROMATIQUE** (= OPPM) est telle que les fonctions g et h (ou G et H) sont des fonctions sinusoïdales.

Pour une telle onde se propageant selon $\pm \vec{u}_x$, on peut écrire :

$$s(x, t) = A \cdot \cos(\omega t \mp kx + \varphi_0)$$

$|A|$ l'amplitude de la vibration, de même dimension que s (qui dépend de la nature de l'onde étudiée) ;

ω la **pulsation** (USI : rad.s^{-1}) avec $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ (T la période et f la fréquence) ;

$\vec{k} = \pm k \cdot \vec{u}_x$ le **vecteur d'onde** avec $k = \|\vec{k}\|$ le **nombre d'onde angulaire*** (USI : rad.m^{-1}) ;

φ_0 la phase initiale à l'origine O de l'axe (Ox) (USI : rad).

La **relation entre k et ω** est nommée **relation de dispersion**, cf § D.1.

* Par abus de langage, k est aussi appelé « vecteur d'onde ».

Une **OPP SINUSOÏDALE** est aussi appelée :

- **OPP HARMONIQUE** car la solution de l'équation d'un **oscillateur harmonique** est une **sinusoïde**
- ou **OPP MONOCHROMATIQUE** car une onde sinusoïdale est caractérisée par une unique pulsation, ce qui impose une **unique longueur d'onde λ** (cf ci-après lien entre ω et λ) donc **une seule raie spectrale, une seule couleur** pour une onde dans le domaine visible.

Expressions plus générales :

Si l'on veut conserver une direction de propagation quelconque, on repère la direction et le sens de propagation de l'onde par un vecteur unitaire \vec{n} et on note $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ le vecteur position.

Une **vibration scalaire** associée à une **OPPM** s'écrit :

$$s(M, t) = A \cdot \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0)$$

Le **signal vectoriel** $\vec{s}(M, t)$ associé à une **OPPM** s'écrit :

$$\vec{s}(M, t) = \begin{pmatrix} A_x \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_{0x}) \\ A_y \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_{0y}) \\ A_z \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_{0z}) \end{pmatrix}$$

Avec $\vec{k} = k \cdot \vec{n}$ le vecteur d'onde.

♦ Double périodicité (Rappels)

Soit l'OPPM se propageant selon \vec{u}_x : $s(x, t) = A \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi_0)$

En x_0 fixé, la vibration $s(x_0, t)$ varie sinusoïdalement temporellement : $s(x_0, t) = A \cdot \cos(\omega t - kx_0 + \varphi_0)$

À t_0 fixé, la vibration $s(x, t_0)$ varie sinusoïdalement spatialement : $s(x, t_0) = A \cdot \cos(\omega t_0 - kx + \varphi_0)$

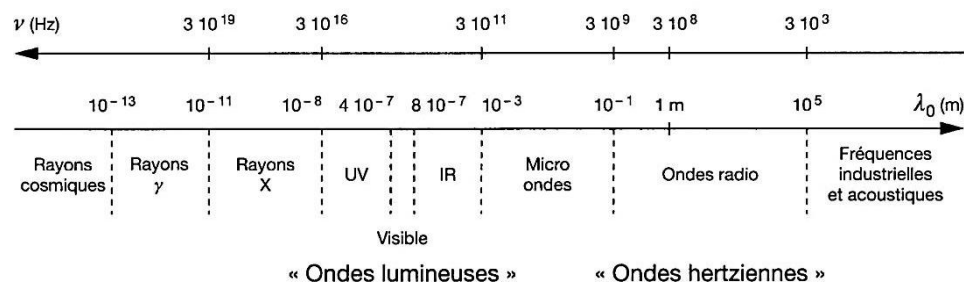
L'OPPM possède une double périodicité :

- périodicité **temporelle** caractérisée par la **PERIODE** T (USI : s) : $T = \frac{2\pi}{\omega}$
- périodicité **spatiale** caractérisée par la **LONGUEUR D'ONDE** λ (USI : m) : $\lambda = \frac{2\pi}{k}$

On relie ces deux périodes par la relation de dispersion, cf § D.1.

Animation : <https://cahier-de-prepa.fr/mp-lafayette/docs?rep=331>

b) Cas des ondes électromagnétiques : spectre et applications (à connaître)



Cf annexe n°3 : spectre plus détaillé.

Les ondes de faibles λ correspondent aux $\nu = f$ élevées.

Type d'onde	Domaine fréquentiel	Domaine d'application
Très basses fréquences (ELF)	de la limite électrostatique à 10^3 Hz en passant par le réseau domestique 50 Hz	transport et distribution de l'électricité communication (sous-marins militaires)
Ondes radio (domaine herztien)	des grandes ondes à 10^3 Hz à la FM à 10^8 Hz	produit par des courants oscillants application au transport de l'information, communication satellite
Micro-ondes	des ondes centimétriques à 10^9 Hz aux ondes submillimétriques à 10^{12} Hz	radar, four micro-ondes, téléphonie mobile Wi-Fi
Infrarouge (IR)	de l'IR lointain à 10^{12} Hz à l'IR proche à $3 \cdot 10^{14}$ Hz	chauffage, spectroscopie IR, caméras IR
Visible	du rouge $3,8 \cdot 10^{14}$ Hz au bleu à $7,5 \cdot 10^{14}$ Hz	vision humaine, processus de photosynthèse, photographie...
Ultraviolet (UV)	de l'UV proche à $7,5 \cdot 10^{14}$ Hz à l'UV lointain à $3 \cdot 10^{16}$ Hz	activation de réaction chimique (photochimie), ionisation des hautes couches de l'atmosphère (ionosphère), stérilisation médicale...
Rayon X	des X mous à $3 \cdot 10^{16}$ Hz aux X durs à $5 \cdot 10^{19}$ Hz	émis par rayonnement de freinage, utilisés en imagerie médicale (radiographie), étude de la matière par diffraction des X
Rayon γ Rayons cosmiques	de $5 \cdot 10^{19}$ Hz à $5 \cdot 10^{20}$ Hz au-delà de $5 \cdot 10^{20}$ Hz pour les rayons cosmiques	rayonnement très énergétique, provoquant de graves lésions cellulaires (altération de l'ADN d'où cancers)

Emission et réception par des antennes de taille macroscopique.
Ondes peu absorbées par l'atmosphère.
→ Rôle important dans les **communications**, cf ChEM6.

Ex d'origine : corps aux T usuelles, rotation / vibration des molécules

Ex d'origine : transition des électrons de valence d'un(e) atome / molécule

Ex d'origine : ionisation des atomes / molécules (électron externe arraché)

Ex d'origine : transition des électrons internes d'un(e) atome / molécule

Ex d'origine : réactions nucléaires

c) Caractère idéal du modèle d'OPPM

L'OPPM électromagnétique est un modèle idéal, parce que c'est une OPP (cf § B.1) et parce qu'elle est monochromatique. Une **onde monochromatique** ne peut pas représenter une « vraie » onde : **elle n'a ni début, ni fin, temporellement et spatialement** (*train d'onde* illimité temporellement et spatialement, cf ChO1). Par ailleurs, une **OPPM transporte une énergie infinie** (cf § E.3.b).

L'intérêt des ondes monochromatiques vient de la notion **d'analyse spectrale** : tout signal réel peut être reconstitué par la **superposition** d'ondes sinusoïdales (cf ChE1). De plus, les équations de Maxwell et l'équation de propagation sont des **équations linéaires**, ce qui permet de traiter les différentes composantes sinusoïdales indépendamment les unes des autres.

L'OPPM est un modèle idéalisé qui n'existe pas dans la réalité mais toute onde réelle est superposition d'OPPM, cf paquet d'ondes au ChEM6.

Rq : L'onde sonore émise par un diapason et l'onde lumineuse émise par un LASER sont approximativement des OPPM (spectre ne contenant qu'une seule raie considérée infiniment fine).

2) Notation / Représentation complexe

L'équation de d'Alembert étant **linéaire**, on utilisera pour une OPPM la notation complexe (cf 1^e année). On simplifie ainsi les calculs en passant d'une équation différentielle à une équation polynomiale en k et ω .

Expression du signal vectoriel complexe associé à une **OPPM se propageant** selon $\pm \vec{u}_x$:

$$\vec{s}(x, t) = \vec{A} e^{i(\omega t \mp kx)} \quad \text{avec} \quad \vec{A} = \begin{pmatrix} \underline{A}_x \\ \underline{A}_y \\ \underline{A}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_x e^{i\varphi_{ox}} \\ A_y e^{i\varphi_{oy}} \\ A_z e^{i\varphi_{oz}} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad i^2 = -1$$

Ex : la composante du signal selon (Oy) s'écrit :

$$\underline{s}_y(x, t) = \underline{A}_y e^{i(\omega t \mp kx)} \quad \text{avec} \quad \underline{A}_y = A_y e^{i\varphi_{oy}}$$

Avec la convention choisie*, pour la représentation complexe d'une OPPM se propageant selon $\pm \vec{u}_x$, on a :

$$\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \mp ik. \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow +i\omega.$$

Expression plus générale :

Pour une direction de propagation quelconque, on note $\vec{k} = k \cdot \vec{n}$ et $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$.

$$\vec{s}(M, t) = \vec{A} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad \text{avec} \quad \vec{A} = \begin{pmatrix} \underline{A}_x \\ \underline{A}_y \\ \underline{A}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_x e^{i\varphi_{ox}} \\ A_y e^{i\varphi_{oy}} \\ A_z e^{i\varphi_{oz}} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad i^2 = -1$$

Avec la convention choisie*, pour la représentation complexe d'une OPPM, on a :

$$\vec{\nabla} \rightarrow -i\vec{k} \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow +i\omega.$$

➔ Exercice classique : Montrer que $\vec{\nabla} \rightarrow -i\vec{k}$ et $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow +i\omega$.

On retrouve la « vraie » grandeur physique en prenant la partie réelle : $\vec{s}(x, t) = \text{Re}(\vec{s})$

* Rq - Notations : Parfois, la convention choisie pour la notation complexe est la suivante :

$$\vec{s}(M, t) = \vec{A} e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = \vec{A} e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

Choisir l'une ou l'autre convention ne change pas les résultats physiques mais change les calculs intermédiaires.

D) OPP(M) électromagnétique dans le vide

1) Relation de dispersion

RELATION DE DISPERSION : relation entre la pulsation ω et le nombre d'onde angulaire k .



Méthodes pour obtenir la relation de dispersion

A. On considère le cas particulier d'une onde plane **progressive** selon $\pm \vec{u}_x$, **monochromatique**, **polarisée rectilignement** dans la direction \vec{u}_z (cf § F.3).

① **Expression complexe** du champ électrique (ou magnétique) :

$$\vec{E}(x, t) = E_{0z} e^{i(\omega t \mp kx)} \vec{u}_z = E_z \vec{u}_z$$

② **Injection** de \vec{E} dans l'équation de propagation.

③ Avec $\vec{E} \neq \vec{0}$, on obtient la **relation de dispersion**.

B. On considère le cas général d'une **OPPM**.

① **Expressions complexes** des champs :

$$\vec{E}(M, t) = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad \text{et} \quad \vec{B}(M, t) = \vec{B}_0 e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad \text{avec} \quad \vec{k} = k \cdot \vec{n}$$

② **Exploitation** des équations de Maxwell avec $\vec{\nabla} \rightarrow -i\vec{k}$ et $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow +i\omega$.

③ **Exploitation** du **double produit vectoriel** : $\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$.

④ Avec $\vec{E} \neq \vec{0}$, on obtient la **relation de dispersion**.

Rq : La méthode B permet d'obtenir à la fois la relation de dispersion et la structure de l'OPPM, cf § D.3.

➔ **Démonstration à connaître** : Etablir la relation de dispersion via la méthode A.

Dans le vide, les périodes spatiales et temporelles d'une OPPM sont liées par la relation de dispersion :

$$\omega = k \cdot c \quad \Leftrightarrow \quad c = \lambda \cdot f$$

Rq : cette relation de dispersion est vraie pour toutes les ondes planes monochromatiques, qu'elles soient progressives ou stationnaires.

2) Surface d'onde et vitesse de phase

On appelle **phase de l'onde** l'argument de la fonction sinusoïdale, pour une OPPM : $\varphi = \omega t \pm kx + \varphi_0$.

Ainsi, pour une **OPPM**, une surface d'onde est le lieu des **points tels qu'à un instant t donné, la phase de l'onde φ est constante** : $\varphi = \text{constante} = \Phi$.

Pour une OPPM selon $+\vec{u}_x$, l'équation d'un plan d'onde est :

$$x = \frac{\omega t + \varphi_0 - \Phi}{k}$$

Ce plan se déplace donc à la vitesse, appelée **VITESSE DE PHASE** $v_\varphi = \dot{x}$:

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k}$$

La vitesse de phase est la **vitesse de propagation de la phase d'une OPPM**.

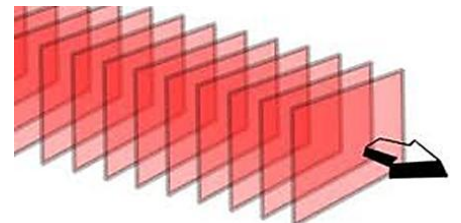
Un milieu tel que v_φ est indépendante de la pulsation ω de l'OPPM considérée est **non dispersif**.

Une **région vide de charge et de courant** est un **milieu non dispersif** car :

$$\forall \omega, \quad v_\varphi = c$$

➔ **Exercice classique** : Etablir ce résultat en exploitant la relation de dispersion.

Rq : A l'inverse un plasma est un milieu dispersif, cf ChEM6.



3) Structure d'une OPPM électromagnétique

Déterminer la **structure d'une onde plane progressive** consiste à préciser :

- les **directions des champs \vec{E} et \vec{B}** par rapport à la direction de propagation \vec{n} telle que $\vec{k} = k \cdot \vec{n}$;
- la **relation intrinsèque entre \vec{E} et \vec{B}** (relation qui ne fait pas intervenir leurs dérivées, au contraire des équations de Maxwell).

Pour cela, on s'appuie sur la méthode B décrite p.8.

a) Onde EM transversale

Une Onde EM Plane Progressive Monochromatique dans le vide est une onde **TRANSVERSALE** : les champs \vec{E} et \vec{B} sont orthogonaux à la direction de propagation de l'onde.

➔ **Démonstration à connaître** : Etablir ce résultat.

Démarche : cf étapes ① et ② (M-G et M-f) de la méthode B p.8 pour montrer que $\vec{n} \cdot \vec{E} = 0$ (resp^t $\vec{n} \cdot \vec{B} = 0$).

b) Relation de structure

RELATION DE STRUCTURE des Ondes EM Planes Progressives Monochromatiques dans le vide :

$$\vec{B} = \frac{\vec{n} \wedge \vec{E}}{c}$$

➔ **Démonstration à connaître** : Etablir ce résultat.

Démarche : cf étapes ① et ② (M-F) de la méthode B p.8 + relation de dispersion dans le vide.

- Rq :
- La relation de structure implique que les **champs \vec{E} et \vec{B} sont en phase**, cf figure 13.6 p.10.
 - On peut aussi obtenir la relation de structure via l'équation de Maxwell – Ampère en utilisant l'expression du double produit vectoriel et le fait que l'onde est transversale.

c) Bilan pour une OPP EM dans le vide

Ces résultats de structure sont aussi valables pour une onde plane progressive électromagnétique, non nécessairement monochromatique, se propageant dans le vide.

BILAN : Structure d'une Onde Plane Progressive EM dans le vide

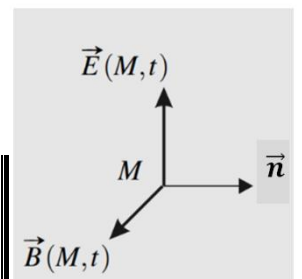
Soit \vec{n} la direction de propagation de l'onde.

Le trièdre $(\vec{n}, \vec{E}, \vec{B})$ est orthogonal direct

⇒ l'onde est transversale et $\vec{E} \perp \vec{B}$

$$\vec{B} = \frac{\vec{n} \wedge \vec{E}}{c}$$

$$\Rightarrow \|\vec{B}\| = \frac{\|\vec{E}\|}{c}$$



NB : Conséquence de la relation de structure pour la **force de Lorentz** subie par une **particule non relativiste** de charge q et de vitesse \vec{v} ($v \ll c$) :

$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B} = \vec{F}_e + \vec{F}_m$$

Si l'onde EM est plane progressive alors $\|\vec{F}_m\| \ll \|\vec{F}_e\|$.

➔ **Exercice classique** : Etablir ce résultat.

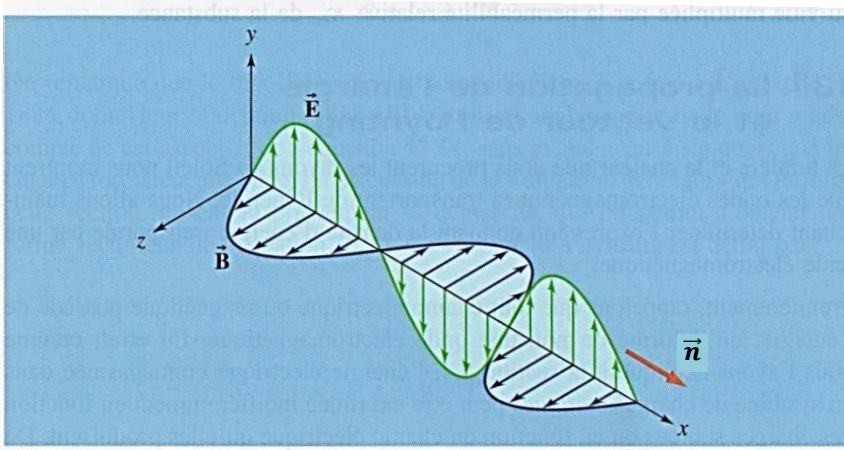
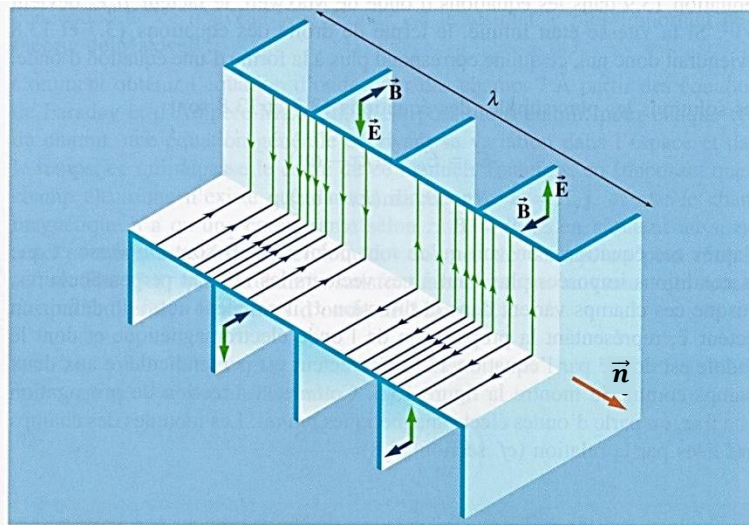


Figure 13.6 ◀

Une représentation d'ondes électromagnétiques se propageant le long de l'axe des x positifs. Dans une onde plane, les champs électrique et magnétique ont chacun un module en tout point d'un plan yz quelconque. Les variations des champs sont représentées par des fonctions sinusoïdales.

Figure 13.7 ▶

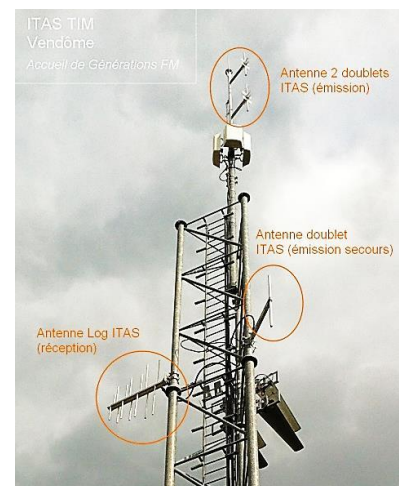
La représentation d'une onde électromagnétique plane dans laquelle la variation des champs est représentée par la densité variable des lignes de champ.



Rq : Conséquences de la structure des OPPM électromagnétique dans le vide :

- si l'on place un fil rectiligne parallèlement au champ \vec{E} , un courant oscillant apparaît dans le fil ;
- si l'on place une spire dans un plan normal à \vec{B} , la variation du flux magnétique va induire un courant oscillant.

C'est pourquoi on utilise des antennes rectilignes et circulaires pour la réception des ondes radio.



E) Transport d'énergie

On considère une **OPP électromagnétique**, non nécessairement monochromatique (sauf au § E.3), se propageant dans le vide selon le vecteur \vec{n} . On rappelle la **structure** d'une telle onde :

Le trièdre $(\vec{n}, \vec{E}, \vec{B})$ est **orthogonal direct** et $\vec{B} = \frac{\vec{n} \wedge \vec{E}}{c}$

1) Energie volumique électromagnétique

Rappel ChEM4 : L'énergie volumique électromagnétique que l'onde transporte a pour expression :

$$u_{em} = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$$

Dans le vide, pour une OPP, les énergies volumiques électrique et magnétique sont égales : $u_e = u_m$

➔ **Démonstration à connaître** : Etablir ce résultat avec la relation de structure.

2) Vecteur de Poynting (= vecteur densité de courant d'énergie) :

Rappel ChEM4 : Le vecteur de Poynting a pour expression :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

Dans le vide, pour une OPP, le vecteur de Poynting peut s'écrire : $\vec{\Pi} = c \cdot u_{em} \vec{n}$
avec c la célérité et \vec{n} la direction de propagation de l'onde.

→ Expression en accord avec les propriétés du vecteur de Poynting énoncées au ChEM4 :

♦ **USI de $\|\vec{\Pi}\|$: $W \cdot m^{-2}$**

♦ **Direction du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ = direction de propagation de l'énergie électromagnétique = direction de propagation de l'onde électromagnétique.**

➔ **Démonstration à connaître** : Etablir ce résultat avec la structure de l'onde et l'expression du double produit vectoriel ($\vec{A} \wedge (\vec{B} \wedge \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$).

3) Cas des OPPM

a) Equation locale de Poynting

Au ChEM4, à partir d'un bilan d'énergie, on a obtenu l'équation locale de Poynting :

$$\frac{\partial u_{em}}{\partial t} = -\text{div}(\vec{\Pi}) - \vec{j}(M, t) \cdot \vec{E}(M, t) \quad (*)$$

Dans une région vide de charge et de courant, (*) se simplifie et traduit la conservation de l'énergie EM :

$$\frac{\partial u_{em}(M, t)}{\partial t} + \text{div} \vec{\Pi}(M, t) = 0$$

Soit une onde plane progressive selon $\pm \vec{u}_x$, monochromatique, *polarisée rectilignement* dans la direction \vec{u}_z (cf § F.3), le champ électrique réel (⚡ cf p.12) associé s'écrit :

$$\vec{E}(x, t) = E_0 \cdot \cos(\omega t \mp kx + \varphi_0) \vec{u}_z$$

Ci-dessus, pour une OPP, on a obtenu les expressions : $u_{em} = \epsilon_0 E^2$ et $\vec{\Pi} = c \cdot u_{em} \vec{n}$.

➔ **Exercice classique** : Montrer que ces expressions de u_{em} et $\vec{\Pi}$ vérifient l'équation locale de Poynting dans le vide.

b) Valeurs moyennes temporelles

Soit une OPPM électromagnétique se propageant selon \vec{n} , le champ électrique réel (\bullet^*) associé s'écrit :

$$\vec{E}(x, t) = \begin{pmatrix} E_x(x, t) \\ E_y(x, t) \\ E_z(x, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_{0x} \cdot \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_{0x}) \\ E_{0y} \cdot \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_{0y}) \\ E_{0z} \cdot \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_{0z}) \end{pmatrix}$$

♦ Vu les valeurs élevées des fréquences de la majorité des ondes électromagnétiques, les détecteurs ne sont sensibles qu'à la valeur **moyenne temporelle** de l'énergie et du vecteur de Poynting (cf ChO1) soit :

$$\langle u_{em} \rangle = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2} \quad \text{et} \quad \langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{c \varepsilon_0 E_0^2}{2} \vec{n}$$

Avec $E_0^2 = E_{0x}^2 + E_{0y}^2 + E_{0z}^2$

➡ Exercice classique : Démontrer ces expressions.

♦ Retour sur le caractère idéal du modèle d'OPPM (cf § C.1.c)

La valeur moyenne de l'énergie volumique électromagnétique est uniforme (identique en tout point). Par intégration sur tout l'espace, on obtiendrait la valeur moyenne de l'énergie électromagnétique associée à l'onde : cette énergie serait infinie, cela est dû au **caractère idéal d'une OPPM**.

♦ Lien avec l'optique :

L'intensité lumineuse (USI : $W \cdot m^{-2}$) est la puissance moyenne reçue par unité de surface sur un écran orthogonal à la direction de propagation. Autrement dit :

$$I = \frac{\iint_{P \in (S)} \langle \vec{\Pi}(P, t) \rangle \cdot d\vec{S} \cdot \vec{n}}{S} = \|\langle \vec{\Pi} \rangle\| = \frac{c \varepsilon_0}{2} E_0^2 = K \cdot \langle s^2(M, t) \rangle$$

avec s la *vibration lumineuse scalaire* (cf ChO1) qui s'exprime en fonction du champ \vec{E} .

♦ ODG sur un exemple à savoir refaire

On modélise l'onde d'un faisceau LASER de puissance $\mathcal{P} = 1,0 W$ et de section $S = 1,0 mm^2$ par une OPPM se propageant selon $+\vec{u}_x$ et *polarisée rectilignement* dans la direction \vec{u}_z (cf § F.3). On a alors :

$$\vec{E}(M, t) = E_0 \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi_0) \vec{u}_z$$

→ On cherche la valeur du champ électrique i.e. la valeur de E_0 .

Le vecteur de Poynting moyen est :

$$\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{c \varepsilon_0 E_0^2}{2} \vec{u}_x$$

La puissance du LASER est la puissance électromagnétique moyenne traversant la section du faisceau, soit :

$$\mathcal{P} = \langle \vec{\Pi} \rangle \cdot (S \vec{u}_x) = \frac{c \varepsilon_0 E_0^2}{2} S$$

$$\Leftrightarrow E_0 = \sqrt{\frac{2\mathcal{P}}{c \varepsilon_0 S}} \approx 3.10^4 V \cdot m^{-1}$$

♦^{*} Notation complexe et grandeurs énergétiques

L'utilisation de la **notation complexe** est réservée aux **opérations linéaires** (addition, dérivation...). Dans tout ce §, on a donc utilisé la **notation réelle car les grandeurs énergétiques u_{em} et $\vec{\Pi}$ sont quadratiques** (carrés / produits des champs \vec{E} / \vec{B}) : $Re(a \times b) \neq Re(a) \times Re(b)$!

Néanmoins, on pourrait travailler avec les notations complexes, en utilisant la relation :

$$\langle \underline{a} \cdot \underline{b} \rangle = \frac{1}{2} Re(\underline{a} \cdot \underline{b}^*)$$

$$\text{D'où : } \langle u_{em} \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \underline{\vec{E}} \cdot \underline{\vec{E}}^* \quad \text{et} \quad \langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{1}{2} Re \left(\frac{\underline{\vec{E}} \wedge \underline{\vec{B}}^*}{\mu_0} \right) = \frac{1}{2} Re \left(\frac{\underline{\vec{E}}^* \wedge \underline{\vec{B}}}{\mu_0} \right)$$

F) Polarisation d'une OPPM

1) Position du problème

On considère ici une OPPM électromagnétique se propageant dans le vide selon $+\vec{u}_x$.

On appelle **DIRECTION DE POLARISATION** la direction du champ électrique¹.

Propriété : Puisque l'onde est transversale (cf § D.3), la direction de polarisation est **contenue dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation**, ici (Ox) .

Etudier la polarisation d'une OPPM consiste à **étudier l'évolution temporelle de la direction du champ \vec{E}** .

Pour étudier la polarisation d'une OPPM, on se place en tant qu'observateur :

- dans un **plan fixe perpendiculaire à la direction de propagation**², ici plan d'équation $x = x_0$;
- on **regarde dans le sens opposé à celui de la propagation** i.e. vers la source, donc ici selon $-\vec{u}_x$.

¹ Le champ \vec{B} se déduit de la relation de structure d'une OPPM EM dans le vide : $\vec{B} = \frac{\vec{n} \wedge \vec{E}}{c}$.

² L'observateur est donc situé dans un plan d'onde.

❗ **Ne pas confondre direction de propagation de l'onde et direction de polarisation !**

2) Cas général

Soit une OPPM électromagnétique se propageant selon $+\vec{u}_x$, le champ électrique réel associé s'écrit :

$$\vec{E}(x, t) = \begin{pmatrix} E_x(x, t) \\ E_y(x, t) \\ E_z(x, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ E_{0y} \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi_{0y}) \\ E_{0z} \cdot \cos(\omega t - kx + \varphi_{0z}) \end{pmatrix}$$

avec $E_x = 0$ puisque l'onde est transversale et que l'onde se propage selon (Ox) ;

E_{0y} et E_{0z} positifs et, a priori, différents ;

les phases φ_{0y} et φ_{0z} appartenant à l'intervalle $[0, 2\pi[$ et, a priori, différentes.

Dans un plan $x = x_0$ i.e. orthogonal à la direction de propagation, le champ électrique s'écrit :

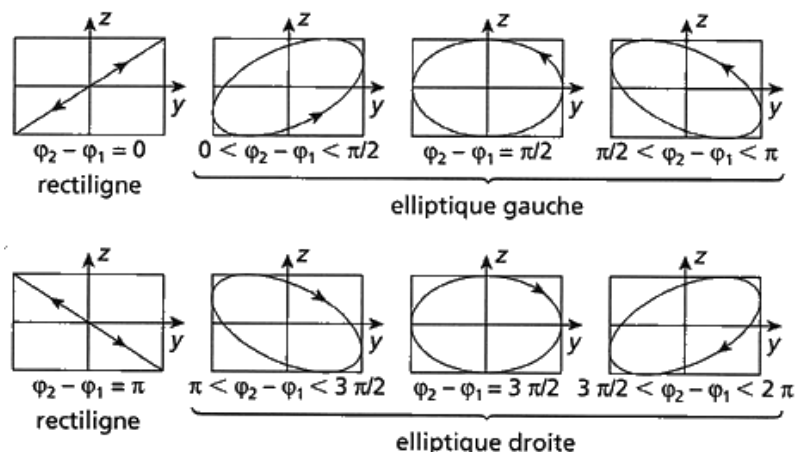
$$\vec{E}(x_0, t) = \begin{pmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \\ E_z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ E_{0y} \cdot \cos(\omega t + (-kx_0 + \varphi_{0y})) \\ E_{0z} \cdot \cos(\omega t + (-kx_0 + \varphi_{0y} - \Phi)) \end{pmatrix}$$

avec $\Phi = \varphi_{0y} - \varphi_{0z}$

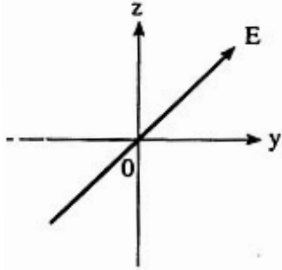
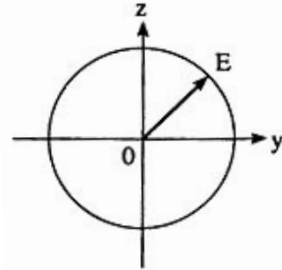
Dans le cas général, la courbe paramétrée $(E_y(t), E_z(t))$ ainsi décrite est une ellipse* : une OPPM possède **en général une polarisation elliptique** (\Rightarrow la direction de polarisation varie temporellement).

* Même résultat qu'avec une visualisation à l'oscilloscope en mode XY de deux signaux sinusoïdaux synchrones : on observe en général une ellipse et cette ellipse se réduit à un segment de droite lorsque les signaux sont soit en phase, soit en opposition de phase.

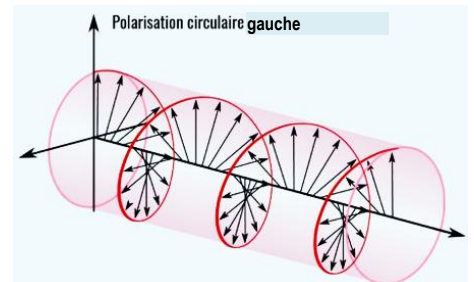
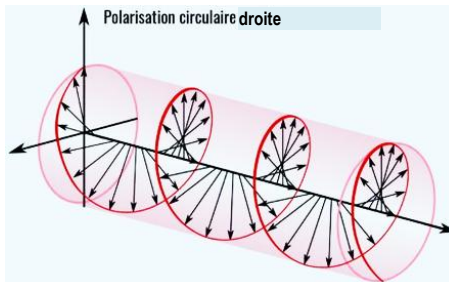
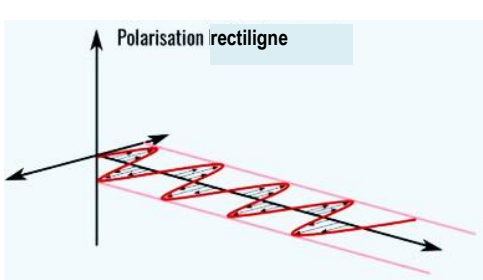
Courbes décrites par l'extrémité du champ électrique dans le plan d'observation $x = x_0$ selon les valeurs de $\varphi_2 - \varphi_1 = \Phi = \varphi_{0y} - \varphi_{0z}$:



3) Cas particuliers : polarisations rectiligne et circulaire

	OPPM polarisée <u>RECTILIGNEMENT</u>	OPPM polarisée <u>CIRCULAIREMENT</u>
Définition	OPPM telle que \vec{E} a une <u>direction constante</u> (norme et sens variables).	OPPM telle que \vec{E} a une <u>norme constante</u> (direction variable).
Dans le plan de l'observateur ($x = x_0$) i.e. orthogonal à la direction de propagation :		
- l'extrémité du vecteur \vec{E} décrit	un <u>segment</u> 	un <u>cercle</u> d'axe (Ox) décrit dans le sens : - trigo : circulaire gauche - horaire : circulaire droite 
- le champ \vec{E} s'écrit	$\vec{E}(x_0, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ E_{0y} \\ \pm E_{0z} \end{pmatrix} \cdot \cos(\omega t - kx_0 + \varphi_0)$ → $\Phi = 0[\pi]$. Vecteur directeur de la polarisation : $\begin{pmatrix} 0 \\ E_{0y} \\ \pm E_{0z} \end{pmatrix}$ NB : à certains instants, $\ \vec{E}(x_0, t)\ = 0$	$\vec{E}(x_0, t) = E_0 \begin{pmatrix} 0 \\ \cos(\omega t - kx_0 + \varphi_0) \\ \pm \sin(\omega t - kx_0 + \varphi_0) \end{pmatrix}$ → $E_{0y} = E_{0z} = E_0$ et $\Phi = \frac{\pi}{2}[\pi]$. NB : $\forall t, \ \vec{E}(x_0, t)\ = E_0 $

Allure du champ électrique à t fixé :

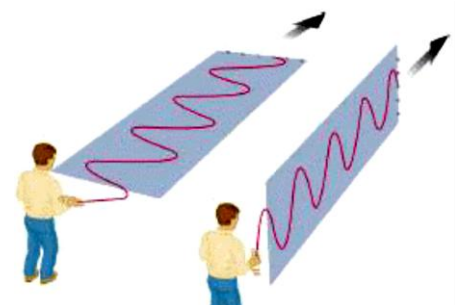


Animation : www.f-legrand.fr/scidoc/simul/electmag/ondeEM.html

Animation JAVA permettant de visualiser une OPPH dans différents états de polarisation. Le champ électrique est représenté en rouge et le champ magnétique en bleu. On peut visualiser facilement le champ électromagnétique en un point en choisissant $N = 2$.

- ▷ Polarisation rectiligne : choisir E_y/E_x quelconque et un déphasage nul.
- ▷ Polarisation circulaire : choisir $E_y/E_x = 1$ et un déphasage de 90° .
- ▷ Polarisation elliptique : choisir par exemple $E_y/E_x = 1$ et un déphasage quelconque.

Rq : - Une OPPM polarisée circulairement est la somme de 2 OPPM polarisées rectilignement. Une OPPM polarisée rectilignement est la somme de 2 OPPM polarisées circulairement.
- La polarisation se généralise à toutes les ondes vectorielles possédant une composante transverse. Dans le cas de l'onde transversale créée sur une corde ; le plan dans lequel oscille la corde est le plan de polarisation.



4) Obtention d'une lumière polarisée rectilignement – Polariseur – Analyseur

♦ Lumière non polarisée

Les **sources usuelles** (Soleil, lampe à incandescence) émettent des trains d'ondes de durée limitée (cf ChO1), la lumière émise est **non polarisée** : le déphasage $\phi = \varphi_{oy} - \varphi_{oz}$ est une fonction aléatoire variant très rapidement dans le temps. La polarisation elliptique varie donc d'un train d'ondes au suivant.

Rq : Certains LASER émettent une onde polarisée.

♦ Obtention d'une lumière polarisée rectilignement à partir d'une lumière non polarisée

Un **POLARISEUR** est une lame d'épaisseur négligeable, possédant deux directions \vec{v} et \vec{w} privilégiées (cf p.16) de son plan, orthogonales entre elles, et telles que la lame est :

- parfaitement transparente pour un champ \vec{E} parallèle à \vec{v} : **axe de transmission** ;
- totalement absorbante pour un champ \vec{E} parallèle à \vec{w} .

La lumière sortant d'un polariseur est polarisée rectilignement dans la direction \vec{v} quelle que soit la nature de la lumière incidente : $\vec{E}' = (\vec{E} \cdot \vec{v})\vec{v}$, cf figure 1.

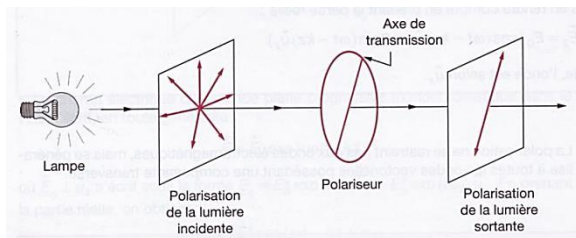


Figure 1

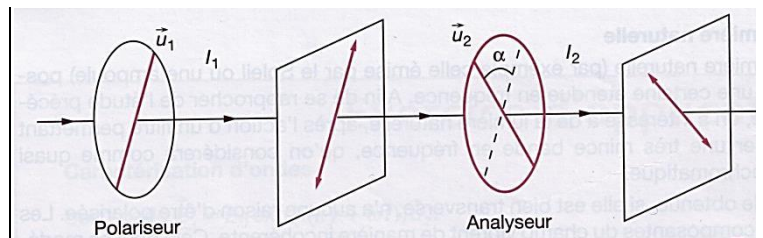


Figure 2

Figure 2 : Soit deux polariseurs dont les axes de transmission (\vec{v}_1, \vec{v}_2) respectifs font un angle α .

A la sortie du 1^{er} polariseur, le champ électrique est polarisé rectilignement : $\vec{E}_1 = E_1 \vec{v}_1$.

Après le 2nd polariseur, appelé « analyseur », on a : $\vec{E}_2 = E_2 \vec{v}_2 = E_1 \cos(\alpha) \vec{v}_2$.

⇒ Si les axes de transmission du polariseur et de l'analyseur sont perpendiculaires (configuration : polariseur-analyseur « croisés ») $\alpha = \frac{\pi}{2}$ et le champ électrique à la sortie de l'analyseur est nul.

⇒ $I_2 = I_1 \cos^2(\alpha)$: il s'agit de la **loi de Malus** (cf TP) avec $I_i = \|\langle \vec{E}_i \rangle\|^2 = \frac{c\epsilon_0}{2} E_i^2$ l'intensité lumineuse.

♦ Distinction expérimentale des polarisations rectiligne et circulaire :

Une onde polarisée **rectilignement** peut être **éteinte par un analyseur** pour α_0 et $\alpha_0 + \pi$.

On considère une onde polarisée circulairement. L'intensité sortant de l'analyseur est indépendante de α .

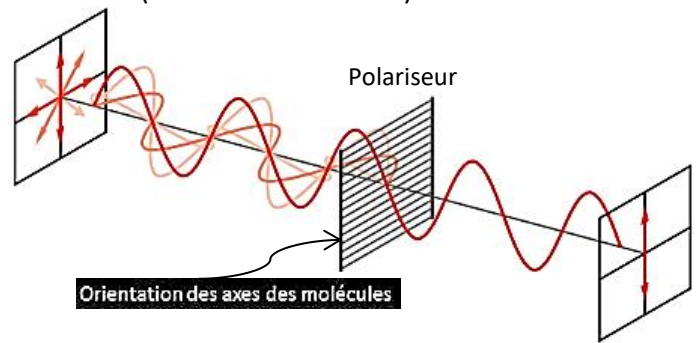
Animation : www.f-legrand.fr/scidoc/simul/electmag/ondeEMPolariseur.html

Animation JAVA permettant de visualiser l'effet d'un polariseur sur une OPPH dans différents états de polarisation. Le champ électrique est représenté en rouge et le champ magnétique en bleu.

♦ Matériau constitutif d'un polariseur

Un polariseur « dichroïque » (= polaroïd) est un milieu anisotrope qui se comporte comme un isolant électrique (« diélectrique ») pour une onde polarisée selon \vec{v} (axe de transmission) et comme un conducteur parfait (cf ChEM7) pour une onde polarisée selon \vec{w} (« axe d'extinction »).

Les matériaux présentant une **structure polymérique orientée selon une direction particulière** peuvent constituer un polariseur : chaque chaîne du polymère se comporte comme un « fil électrique » qui dissipe la vibration du champ électrique de l'onde dans cette direction (**axe « d'extinction »**).



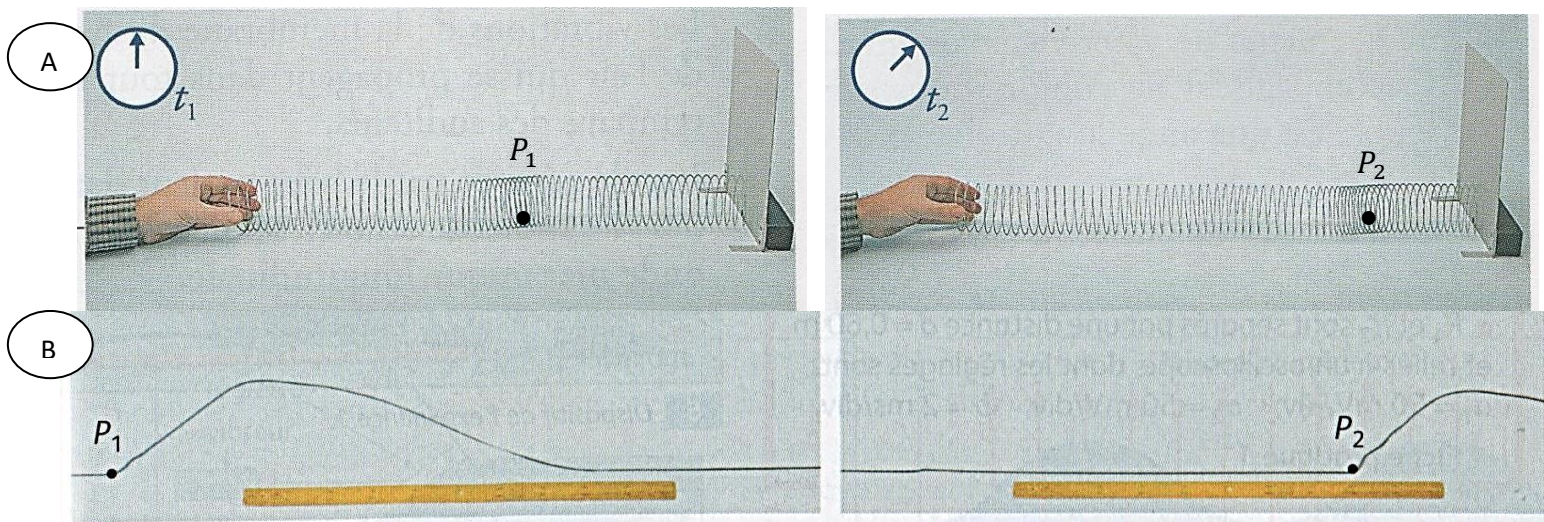
Ex : Le PVA (alcool polyvinylique) étant une longue molécule, l'étirement de la feuille permet de l'aligner dans une direction particulière.

Cette matière est le type de polariseur le plus largement répandu (photographie, lunettes de soleil).

Annexe n°1 : Propagation d'ondes (*rappels*)

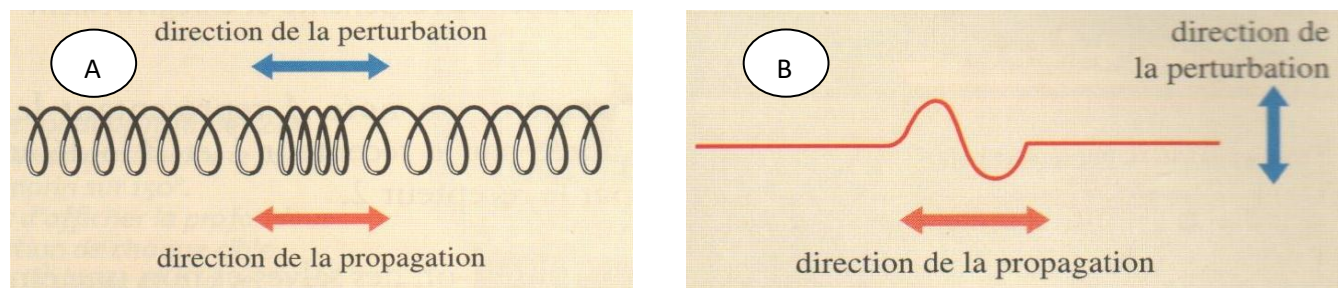
♦ Mises en évidence expérimentales de la propagation

On dispose d'un ressort (A) et d'une corde (B) dont l'une des extrémités est fixe. On crée une perturbation à l'autre extrémité et on observe la propagation de cette perturbation.



Dans le cas du ressort, chaque spire subit, par rapport à sa position d'équilibre, un mouvement de va et vient selon une direction parallèle à la direction de propagation de l'onde.

Dans le cas de la corde, la perturbation est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde, ce qui est le cas également pour l'onde produite à la surface de l'eau.

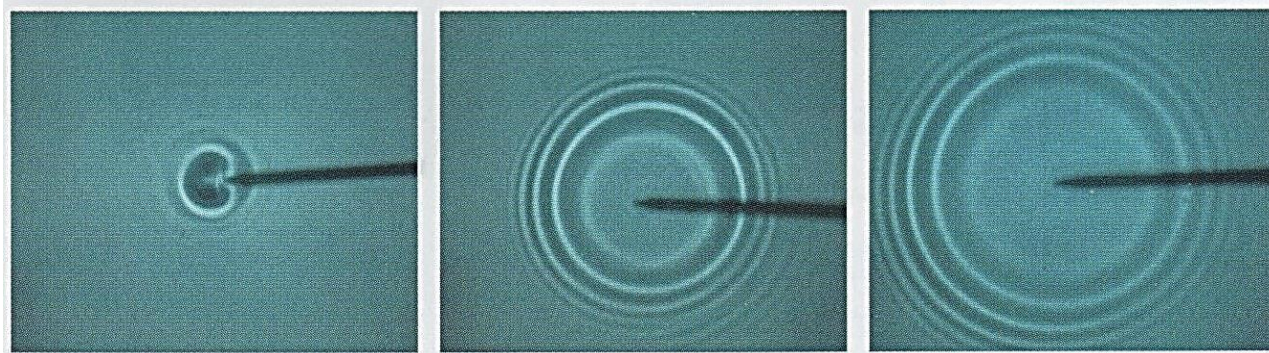


Une onde est **longitudinale** si la perturbation est parallèle à la direction de propagation (A).

Une onde est **transversale** si la perturbation est perpendiculaire à la direction de propagation (B).

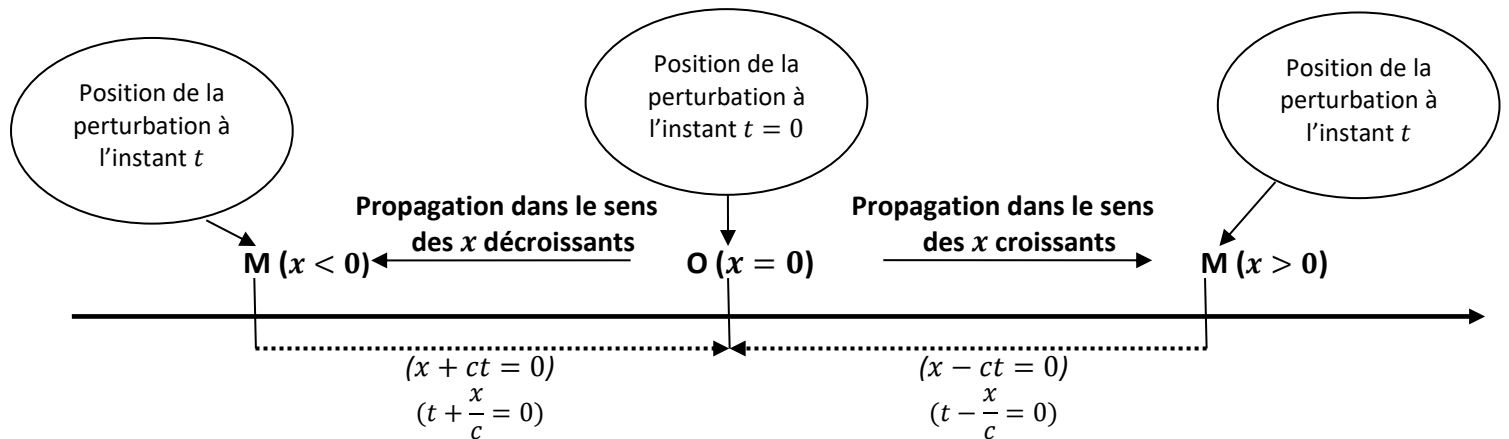
Une cuve à onde est un dispositif qui permet de visualiser la propagation des ondes à la surface de l'eau.

Le vibreur crée une perturbation déformant la surface de l'eau (ci-dessous : évolution temporelle de gauche à droite) qui se propage sans transport de matière : un morceau de liège flottant à la surface va osciller verticalement au passage de la vague mais ne sera pas entraîné horizontalement.



♦ **Solutions de l'équation de d'Alembert – Sens physique des solutions progressives : notion de retard**

Pour la propagation de l'onde le long du ressort ou de la corde (page précédente), les points P_1 et P_2 sont atteints successivement aux temps t_1 et t_2 par l'onde progressive. P_2 subit la même perturbation que P_1 mais avec un retard $\tau = t_2 - t_1$: on a $s(P_1, t_1) = s(P_2, t_2)$ et $c = \frac{P_1 P_2}{\tau}$ avec c la célérité de l'onde.



Expression en fonction du temps

En considérant que l'onde a été émise au point O (abscisse $x = 0$) et se propage dans le sens des x croissants, elle parvient au point M (d'abscisse x) avec un retard $\tau = \frac{x}{c}$. On peut traduire cela par $s(M, t) = s(O, t - \tau)$ soit $\boxed{s(x, t) = g(t - \frac{x}{c})}$. Si la propagation se fait dans le sens des x décroissants, alors $\boxed{s(x, t) = h(t + \frac{x}{c})}$ car x est algébrique ($\tau = \frac{-x}{c} > 0$).

Expression en fonction de la position

En considérant que l'onde a été émise à l'instant $t = 0$, elle parvient au point M dans le sens des x croissants à l'instant t après avoir parcourue la distance $d = ct$: on peut écrire $s(M, t) = s(x - ct, 0)$ soit $\boxed{s(x, t) = G(x - ct)}$. Si la propagation se fait dans le sens des x décroissants, alors $\boxed{s(x, t) = H(x + ct)}$.

Annexe n°2 : EDA pour une onde se propageant le long d'une corde

On considère une corde inextensible, de masse linéique μ , tendue horizontalement avec une force constante F .

A l'équilibre, la corde est horizontale.

On supposera dans la suite que la pesanteur n'intervient pas (sinon, la forme de la corde serait une chaînette).



On se propose d'étudier les petits mouvements au voisinage de cet équilibre, avec le modèle suivant :

- L'élément de corde situé au point de coordonnées $(x, 0)$ à l'équilibre se trouve au point de coordonnées $(x, y(x, t))$ hors équilibre ; autrement dit, on néglige son déplacement le long de (Ox) .
- L'angle $\alpha(x, t)$ que fait la tangente à la corde au point d'abscisse x à l'instant t est un infiniment petit ($\cos \alpha \approx 1$, $\sin \alpha \approx \alpha$ et $\tan \alpha \approx \alpha$).
- Si on considère une coupure fictive au point d'abscisse x , l'action exercée par la partie gauche de la corde sur la partie droite se réduit à une force tangente à la corde notée $\vec{T}_g(x, t)$.

De même, l'action exercée par la partie droite sur la partie gauche se réduit à une force $\vec{T}_d(x, t)$.

D'après le principe des actions réciproques, $\vec{T}_d(x, t) = -\vec{T}_g(x, t)$.

Système : Petit morceau de corde situé entre x et $x + dx$ de masse $dm = \mu dx$

Référentiel : Terrestre supposé galiléen

Bilan des forces : $\vec{T}_g(x, t)$ et $\vec{T}_d(x + dx, t)$

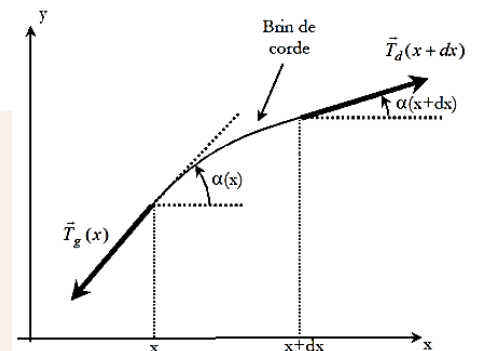
PFD : $dm \cdot \vec{a} = \vec{T}_g(x, t) + \vec{T}_d(x + dx, t)$

$$\mu dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \vec{u}_y = \vec{T}_g(x, t) + \vec{T}_d(x + dx, t) = -\vec{T}_d(x, t) + \vec{T}_d(x + dx, t)$$

En projection, et en notant $T = \|\vec{T}_d\|$:

$$\begin{cases} 0 = -T(x, t) \cos \alpha(x, t) + T(x + dx, t) \cos \alpha(x + dx, t) & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mu dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -T(x, t) \sin \alpha(x, t) + T(x + dx, t) \sin \alpha(x + dx, t) & (2) \end{cases}$$



Si on se limite à l'ordre 1, l'équation (1) donne :

$$T(x + dx) = T(x) = cste = F$$

L'équation (2) se réécrit :

$$\mu dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -F \alpha(x, t) + F \alpha(x + dx, t) = F \frac{\partial \alpha}{\partial x} dx$$

Or :

$$\tan \alpha = \frac{\partial y}{\partial x} \approx \alpha$$

D'où :

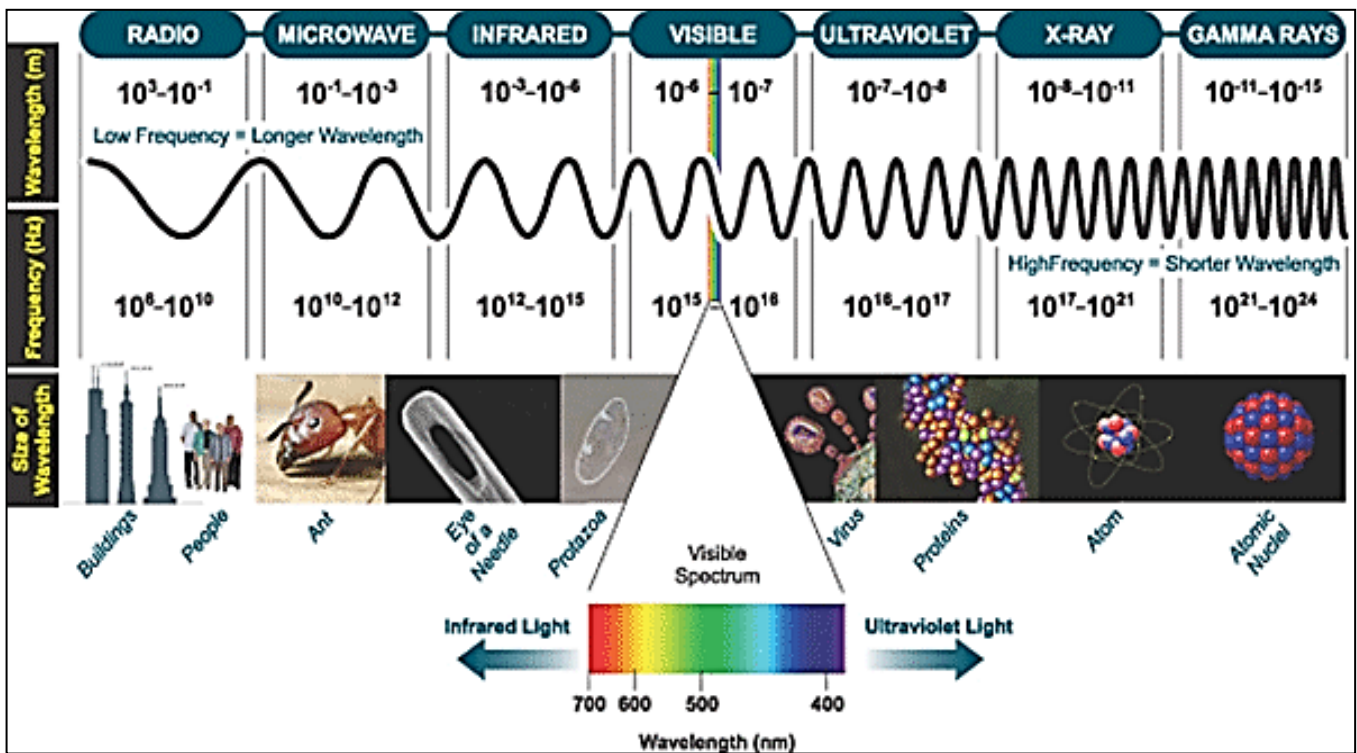
$$\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad \text{soit} \quad \boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0} \quad (\text{avec } c = \sqrt{\frac{F}{\mu}})$$

On obtient **l'équation de d'Alembert 1D**.

Rq : Si la corde est tendue par un solide de masse m : $F = mg$.

Annexe n°3 : Spectre des ondes électromagnétiques

♦ Longueurs d'onde des ondes EM et tailles caractéristiques d' « objets »



♦ Energies des ondes EM et énergies caractéristiques de transition

→ *interaction lumière – matière*

