

## Chapitre 01. Optique ondulatoire – Superposition d'ondes lumineuses



**Augustin Jean Fresnel** (1788 - 1827) est un ingénieur et physicien français.

En 1815, il s'oppose à la théorie corpusculaire de la lumière de Newton en vigueur jusque-là, et par des expériences sur la diffraction de la lumière, pose les bases de sa théorie « vibratoire » de la lumière.

Fondateur de l'optique moderne, il proposa une explication de tous les phénomènes optiques, connus à son époque (\*), en particulier le phénomène d'interférences, dans le cadre du modèle de l'optique ondulatoire.

Ses travaux portent également sur la polarisation de la lumière : il montre ainsi que la lumière est une onde transversale et non longitudinale (comme le son), ainsi qu'on le croyait avant lui.

(\*) Au début du XX<sup>e</sup>, le rayonnement du corps noir et l'effet photoélectrique remettent en cause la nature purement ondulatoire de la lumière.

### INTRO :

La lumière est décrite de manière complète par deux modèles : le modèle **corpusculaire** (photon) et le modèle **ondulatoire** (onde électromagnétique, cf ChEM). On parle de **dualité onde – corpuscule**. Ces deux modèles permettent d'expliquer l'ensemble des expériences réalisées jusqu'à maintenant avec la lumière (cf ChMQ et annexe 1). Pour l'étude des phénomènes d'interférences lumineuses, conséquences de la nature ondulatoire de la lumière, on s'appuiera sur la modélisation de la lumière par une **onde électromagnétique** décrite par les **champs** ( $\vec{E}, \vec{B}$ ).

Par ailleurs, les phénomènes d'interférences et de diffraction mettent en évidence les limites de l'approximation de l'optique géométrique (cf 1<sup>e</sup> année) : on développera donc le formalisme plus général de **l'optique physique** ou **optique ondulatoire**.

Par ailleurs, on reviendra sur le caractère idéal d'une OPP parfaitement monochromatique et on introduira le modèle des trains d'ondes pour décrire l'onde émise par une source lumineuse et ses conséquences sur l'observation d'interférences lumineuses.

Buts de ce chapitre : introduire les outils de l'optique ondulatoire (modèle scalaire, chemin optique, théorème de Malus) ; introduire le modèle d'émission des trains d'ondes lumineuses et les grandeurs d'intérêt d'un photorécepteur ; étudier la superposition de deux ondes et en déduire les conditions d'interférences lumineuses.

### Prérequis :

1<sup>e</sup> année : Optique géométrique ; Propagation d'un signal - Interférences.

2<sup>e</sup> année : Electromagnétisme

### Plan du chapitre :

A) Modèle scalaire des ondes lumineuses .....	2
1) De l'optique géométrique à l'optique ondulatoire .....	2
2) Modèle scalaire – Intensité lumineuse .....	4
3) Outils de l'optique ondulatoire .....	5
4) Effet d'une lentille dans l'approximation de Gauss – Stigmatisme .....	9
5) Modèle d'émission de la lumière .....	10
B) Superposition d'ondes lumineuses – Interférences .....	13
1) Superposition de deux ondes quasi-monochromatiques – Intensité résultante .....	13
2) Terme d'interférences – Conditions d'interférences / de cohérence .....	14
3) Formule de Fresnel – Grandeurs associées au déphasage .....	15
4) Figure d'interférences .....	15

Annexe 1 : Repères chronologiques pour l'optique .....	17
Annexe 2 – Interférences d'ondes à la surface de l'eau .....	18
Annexe 3 – Formes de franges d'interférences .....	20

## A) Modèle scalaire des ondes lumineuses

C'est en décrivant la lumière par une **onde électromagnétique** que l'on interprète les interférences lumineuses.

L'œil humain est sensible à un certain domaine de longueur d'onde  $\lambda$  du spectre électromagnétique que l'on appelle « **lumière visible** » compris approximativement entre **400 nm (violet)** et **800 nm (rouge)** qui correspondent à des fréquences  $\nu$  comprises entre  $10^{14}$  et  $10^{15}$  Hz.

### 1) De l'optique géométrique à l'optique ondulatoire

♦ **L'optique géométrique**, introduite dès l'Antiquité, simplifie l'étude de la propagation de l'onde lumineuse en la remplaçant par des **constructions géométriques**. La nature vectorielle de la lumière n'est donc pas prise en compte.

Selon cette approche, on admet que l'on peut attribuer aux ondes lumineuses en tout point de l'espace :

- Une **direction de propagation** décrite par un vecteur unitaire  $\vec{u}(M)$  ;
- Une **vitesse de propagation**  $v(M)$ .

Un rayon lumineux correspond à une ligne de champ du champ  $\vec{u}(M)$ , il indique la direction et le sens de propagation de l'énergie lumineuse : c'est donc une ligne de champ du vecteur de Poynting moyen  $\langle \vec{\Pi} \rangle$ .

L'indice optique d'un milieu (= indice de réfraction) vérifie :

$$n = \frac{c}{v} > 1$$

Avec  $c$  la célérité de la lumière dans le vide ( $c \approx 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ ).

Les **constructions d'optique géométrique** (image conjuguée à un objet) s'appuient sur les **principes suivants** :

- (i) Dans un Milieu Transparent, Linéaire, **Homogène** et Isotrope (MTLHI), **la lumière se propage rectilignement** i.e. que les **rayons** lumineux sont des **droites** orientées.
- (ii) **Indépendance des rayons lumineux** : Les rayons se propagent de façon indépendante i.e. que les rayons lumineux qui se croisent n'interagissent pas entre eux.
- (iii) **Principe de retour inverse de la lumière** : le trajet suivi par la lumière entre deux points situés sur le même rayon lumineux est indépendant du sens de propagation de la lumière.

Rq : (i) et (iii) sont des conséquences du principe de Fermat établi en 1657 : la lumière se propage d'un point à un autre sur des trajectoires telles que la **durée de parcours soit localement minimale**.

Cette description n'est valable que si la distance (\*)  $d$  caractéristique de la variation spatiale de l'indice optique  $n$  est grande devant la longueur d'onde  $\lambda$  :

$$d \gg \lambda$$

C'est cette inégalité qui constitue le cadre de **l'approximation de l'optique géométrique**.

(\*)  $d$  peut correspondre à la taille des obstacles limitant les faisceaux (diamètre d'une lentille, d'un diaphragme, largeur d'une fente)...

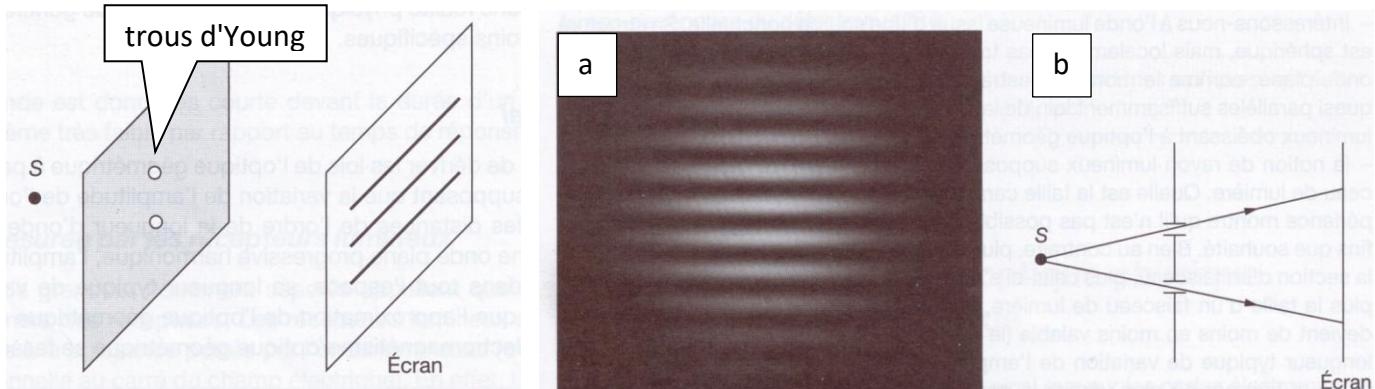
Cette condition est donc satisfaite pour  $d \gg 1 \mu\text{m}$  i.e. pour tout système de dimension macroscopique.

Cette approche suffit pour expliquer le principe de propagation de la lumière dans une fibre optique ou pour construire l'image d'un objet par un système optique usuel (cf 1<sup>e</sup> année).

- Cependant, l'**optique géométrique** ne permet pas d'**expliquer certains phénomènes** tels que la **diffraction** ou les **interférences** car la condition  $d \gg \lambda$  n'est pas vérifiée en tout point.

Figure 1 : Expérience des trous d'Young (cf détails ChO2 et TP) :

Un écran opaque percé de deux petits trous est éclairé par une source S quasi-ponctuelle et monochromatique. On considère la lumière atteignant un écran placé un peu plus loin.

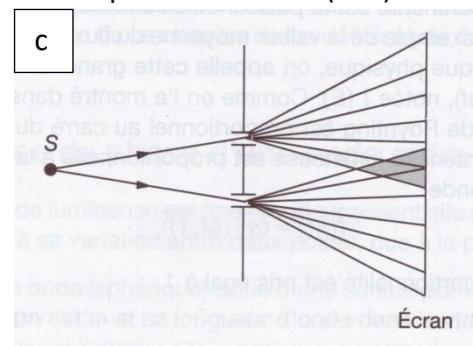


Observation (cf a) : alternance de bandes claires et sombres sur l'écran : figure d'interférences.

Dans le cadre de l'optique géométrique, on ne devrait voir sur l'écran que deux points lumineux (cf b).

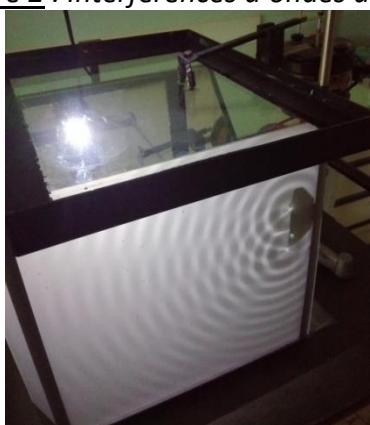
Cependant, la condition  $d \gg \lambda$  n'est pas vérifiée au niveau des trous et il y a diffraction : « étalement » de la lumière autour de la direction prévue par l'optique géométrique (cf c).

Il existe donc une zone où il y a superposition des faisceaux lumineux issus de chaque trou. C'est cette superposition qui donne lieu à la figure d'interférences (interférences constructives / destructives : bandes claires / sombres).



Ce sont ces expériences (travaux de Huygens, Young et Fresnel) qui ont mis en défaut la théorie purement corpusculaire au XIX<sup>e</sup> siècle car ils sont observés avec tous les types d'ondes, cf figure 2 et 1<sup>e</sup> année.

Figure 2 : Interférences d'ondes à la surface de l'eau :



On perturbe la surface de l'eau d'une cuve à ondes avec deux pointes ou deux jets d'air pulsé, placés en deux points assez proches :  $E_1$  et  $E_2$ .

On obtient une figure d'interférences constituée :

- ♦ de « lignes » où l'amplitude de l'onde résultante est quasi-nulle → interférences destructives
- ♦ de « lignes » où l'amplitude de l'onde résultante est élevée → interférences constructives.

Cf détails dans l'annexe 2.

**NB :** Les interférences lumineuses sont plus délicates à observer expérimentalement que les interférences des ondes à la surface de l'eau, cf § B.2 notion de « cohérence ».

Pour interpréter les interférences lumineuses, on s'appuie sur le modèle de l'**optique ondulatoire**, « intermédiaire » entre l'optique géométrique et les ondes électromagnétiques.

## 2) Modèle scalaire – Intensité lumineuse

### a) Vibration scalaire

Pour décrire la superposition de deux ondes, il faut introduire le **signal** qui leur correspond.

Ex : La propagation d'une onde à la surface de l'eau est décrite par le signal est  $z(M, t)$  i.e. le déplacement vertical en  $M$  à  $t$ .

#### ♦ Rappels partie « Electromagnétisme » :

Le signal *complet* associé à une onde lumineuse est le champ électromagnétique i.e. l'ensemble des **champs vectoriels**  $\vec{E}(M, t)$  et  $\vec{B}(M, t)$ .

Dans le vide (ou l'air), l'onde est transversale : les champs  $\vec{E}(M, t)$  et  $\vec{B}(M, t)$  sont constamment perpendiculaires à la direction  $\vec{u}$  de propagation de l'onde, ici  $\vec{u}_z$ .

La lumière émise par les sources rencontrées usuellement n'est pas polarisée (la direction de  $\vec{E}$  change aléatoirement au cours du temps).

Pour une lumière non polarisée, les deux composantes  $E_x$  et  $E_y$  du champ électrique dans le plan perpendiculaire à la direction de propagation sont parfaitement équivalentes.

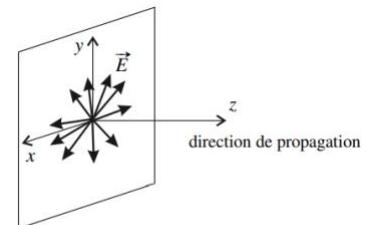


Figure 6.1 – Lumière naturelle, non polarisée.

Le modèle scalaire consiste à décrire l'onde lumineuse par un **champ scalaire**  $s(M, t)$  appelé **vibration lumineuse scalaire** qui correspond à une composante quelconque du champ électrique selon un axe perpendiculaire à la direction de propagation  $\vec{u}$  :  $s(M, t) = \vec{E}(M, t) \cdot \vec{i}$  avec  $\vec{i} \perp \vec{u}$ .

Rq : *Lorsque Huygens, puis Fresnel, ont élaboré le modèle scalaire de la lumière, ils ignoraient la nature vectorielle du champ électromagnétique associé à la lumière. Ce modèle scalaire était donc pour eux un postulat à la base de l'optique.*

### b) Photorécepteurs – Intensité de la lumière

Expérimentalement, on ne peut pas mesurer directement la vibration scalaire mais ses effets sur l'œil ou d'autres récepteurs.

#### ♦ Temps de réponse

Le temps de réponse  $\tau_r$  d'un capteur est la durée caractéristique des variations les plus rapides qu'il puisse transcrire. Par exemple, si un capteur est tel que  $\tau_r = 1$  ms, il ne peut pas percevoir des variations d'intensité sur des durées  $\approx 1$   $\mu$ s. Cet aspect est déterminant en optique.

**A connaître :** ODG des temps de réponse  $\tau_r$

- **Œil** :  $\tau_r \approx 0,1$  s

- **Photodiode** :  $\tau_r \approx 1$   $\mu$ s ; **Capteur CCD** (Charge Coupled Device) :  $\tau_r \approx 1$  ms

On note  $T$  la période de la vibration lumineuse, on a  $T = \frac{1}{v} \approx 10^{-14}$  à  $10^{-15}$  s  $\ll \tau_r$ .

Ainsi, aucun capteur n'est capable de suivre les variations instantanées du signal lumineux.

Le signal délivré par tout capteur optique est proportionnel à l'énergie accumulée sur la surface du capteur pendant une durée de l'ordre de  $\tau_r$ , autrement dit à la puissance moyenne reçue pendant  $\tau_r$ .

## ♦ Grandeur mesurée : intensité lumineuse / éclairement

**L'INTENSITE LUMINEUSE  $I(M)$  ou ECLAIREMENT  $\mathcal{E}(M)$  est la puissance surfacique moyenne reçue en un point  $M$ .**

Le signal délivré par un photorécepteur placé en  $M$  est proportionnel à l'intensité lumineuse en ce point.

On a :

$$I(M) = \mathcal{E}(M) = K \cdot \langle s^2(M, t) \rangle \quad \text{avec } K \text{ une constante positive}$$

**USI de  $I(M)$  :  $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$**

Les photorécepteurs sont dits **quadratiques**.

Démonstration : L'expression ci-dessus s'obtient pour une **OPP** par le raisonnement suivant :

On considère une OPP se propageant dans le vide selon le vecteur  $\vec{u}$ . On a :

$$\vec{B} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c} \quad \text{et donc} \quad \vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E^2}{\mu_0 c} \vec{u}$$

Pour un élément de surface  $dS$  centré sur  $M$  recevant la puissance moyenne  $\langle dP \rangle$  :

$$I(M) = \frac{\langle dP \rangle}{dS} = \frac{\langle \vec{\Pi}(P, t) \cdot dS \cdot \vec{u} \rangle}{dS} = \|\langle \vec{\Pi} \rangle\| = \frac{1}{\mu_0 c} \langle E^2 \rangle$$

Or par définition, la vibration scalaire  $s$  et le champ électrique  $E$  sont proportionnels ainsi :

$$I = K \cdot \langle s^2(M, t) \rangle$$

En pratique, il n'est pas nécessaire de connaître la valeur de la constante  $K$ .

Pour une **OPPM**, on peut aussi utiliser la représentation complexe  $\underline{s}$  de la vibration scalaire et on obtient :

$$I = K' \cdot |\underline{s}(M)|^2$$

En effet, on rappelle que  $\langle \underline{a} \cdot \underline{b} \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\underline{a} \cdot \underline{b}^*)$ .

$$\Rightarrow I = K \cdot \langle s^2(M, t) \rangle = K \cdot \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\underline{s} \cdot \underline{s}^*) = \frac{K}{2} \operatorname{Re}(|\underline{s}(M)|^2) = \frac{K}{2} |\underline{s}(M)|^2$$

## 3) Outils de l'optique ondulatoire

### a) Onde monochromatique – Vibration sinusoïdale

Une **onde lumineuse monochromatique** est une vibration idéale purement sinusoïdale qui s'écrit donc en  $M$  sous la forme :

$$s(M, t) = s_0(M) \cdot \cos(\omega t - \varphi_M)$$

♦  $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$  la **pulsation**, USI :  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$  ;

♦  $|s_0(M)|$  l'amplitude de l'onde en  $M$  (*l'onde n'est pas nécessairement une OPP*) ;

♦  $-\varphi_M$  la phase initiale de l'onde en  $M$  (ou retard de phase en  $M$ )

L'argument de la fonction sinusoïdale est appelé phase *instantanée* en  $M$  à  $t$  :  $\Phi(M, t) = \omega t - \varphi_M$ .

On peut caractériser cette onde par  $\lambda_0$  sa **longueur d'onde dans le vide**<sup>\*</sup> :

$$\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega}$$

La **représentation complexe** associée à cette vibration est :

$$\underline{s}(M, t) = s_0(M) \cdot e^{i(\omega t - \varphi_M)}$$

<sup>\*</sup> La longueur d'onde dépend du milieu de propagation. On a la relation  $\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$

avec  $\lambda_0$  la longueur d'onde dans le vide et  $\lambda$  la longueur d'onde dans un milieu d'indice  $n$ .

En revanche, la pulsation (la fréquence et la période) sont invariantes par changement de milieu.

$\lambda_0$ (nm)	500	550	590	630
$\nu$ (Hz)	$6 \times 10^{14}$	$5,5 \times 10^{14}$	$5,1 \times 10^{14}$	$4,8 \times 10^{14}$
Couleur	bleu	vert	jaune orangé	rouge

### b) Chemin optique - Déphasage associé à la propagation

Dans un milieu d'indice  $n$ , la vibration lumineuse se propage le long des rayons lumineux à la vitesse  $v = \frac{c}{n}$  avec  $c$  la célérité de la lumière dans le vide.

Soit un rayon lumineux allant de A à B. On note  $t_{AB}$  le temps mis par la lumière pour aller de A à B :

$$t_{AB} = \int_A^B \frac{d\ell}{v} = \frac{1}{c} \int_A^B n \cdot d\ell$$

On définit le **CHEMIN OPTIQUE** entre A et B, noté  $(AB)$  :

$$(AB) = \int_A^B n \cdot d\ell$$

Ainsi,

$$t_{AB} = \frac{1}{c} \cdot (AB)$$

Cas particulier fréquent : Si on considère un rayon lumineux allant de A à B au sein d'un **milieu homogène** : alors on a  $n = \text{cte}$  et ce rayon est une droite. D'où :

$$(AB) = n \cdot AB$$

Le produit  $n \cdot AB$  est appelée « épaisseur optique ».

**NB** : Si plusieurs rayons lumineux permettent d'aller du point A au point B, alors le chemin optique  $(AB)$  peut dépendre du rayon suivi : c'est à la base des phénomènes d'interférences, cf § B.3 « différence de marche ».

Pour une onde monochromatique, on a :  $s(O, t) = s_0(O) \cdot \cos(\omega t - \varphi_0)$  et

$$\begin{aligned} s(M, t) &= s_0(M) \cdot \cos(\omega(t - t_{OM}) - \varphi_0) \\ \Leftrightarrow s(M, t) &= S_0(M) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c} \cdot (OM) - \varphi_0\right) \\ \Leftrightarrow s(M, t) &= S_0(M) \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot (OM) - \varphi_0\right) \end{aligned}$$

Or  $s(M, t) = s_0(M) \cdot \cos(\omega t - \varphi_M)$

#### BILAN :

Entre O et M, l'onde subit donc un **déphasage dû à la propagation** :

$$\varphi_M - \varphi_0 = \omega \cdot t_{OM} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot (OM)$$

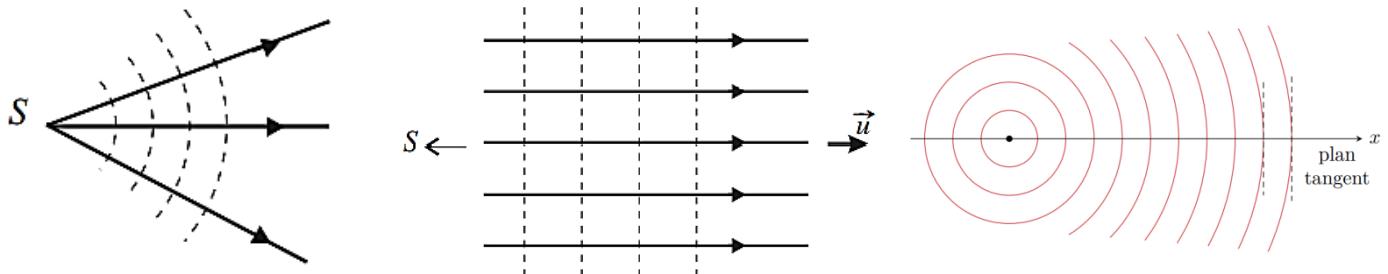
avec  $\lambda_0$  la longueur d'onde dans le vide

Rq : En plus du déphasage lié à la propagation, la lumière subit un déphasage supplémentaire de  $\pi$  rad dans certaines situations qui sera donné par l'énoncé. Par exemple, lorsque le rayon lumineux subit une réflexion sur un milieu plus réfringent, i.e. sur un dioptre séparant le milieu de propagation d'indice  $n$  d'un milieu d'indice  $n' > n$  (on parle de réflexion « vitreuse »).

### c) Surfaces d'onde – Onde sphérique et onde plane

#### DEFINITIONS :

- ♦ On appelle **SURFACE D'ONDE** une surface sur laquelle le **signal est uniforme** à tout instant i.e. que les points M formant la surface d'onde sont, à un instant t fixé, dans un **même état de vibration**.
- ♦ Si les **surfaces d'onde** sont des **sphères** concentriques, l'onde est dite **sphérique**.
- ♦ Si les **surfaces d'onde** sont des **plans parallèles**, l'onde est dite **plane**.



Dans un milieu homogène, une source O ponctuelle émet une onde sphérique (cf figure de gauche), qui peut s'approximer par une onde plane (cf figure centrale) à grande distance de la source (cf figure de droite).

**NB :** Les rayons lumineux associés à une onde sphérique sont des droites concourantes en un point O. Les rayons lumineux associés à une onde plane sont des droites parallèles entre elles.

On utilise le modèle de l'onde plane pour décrire la lumière émise par une source lumineuse très éloignée, ou par un collimateur (source éclairant un petit trou dans le PFO d'une lentille convergente) ou par un laser.

- ♦ La vibration scalaire associée à une **onde monochromatique sphérique** émise par la source O dans un milieu homogène d'indice  $n$  s'écrit :

$$s(M, t) = s(r, t) = \frac{A}{r} \cdot \cos \left( \omega t - \frac{\omega}{c} nr - \varphi_0 \right)$$

Avec  $r = OM$

➲ **Exercice classique :** Justifier l'expression de la phase *instantanée*  $\Phi(M, t) = \omega t - \frac{\omega}{c} nr - \varphi_0$ .

La décroissance de l'amplitude en  $\frac{1}{r}$  traduit la conservation de l'énergie, cf ex 3 TDEM5. Souvent la dimension  $d$  de la zone d'observation est faible devant la distance moyenne  $D$  à la source O et on néglige les variations de l'amplitude avec  $r$ .

La **vibration scalaire associée à une onde monochromatique sphérique**, émise par la **source O** dans un **milieu homogène d'indice n**, pourra donc s'écrire :

$$s(M, t) \approx S_0 \cdot \cos \left( \omega t - \frac{\omega}{c} \cdot (OM) - \varphi_0 \right) = S_0 \cdot \cos(\omega t - kr - \varphi_0) \quad (1)$$

Avec  $k = n \frac{\omega}{c} = n \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{2\pi}{\lambda}$  la norme du vecteur d'onde dans le milieu d'indice  $n$ .

- ♦ La **vibration scalaire associée à une onde monochromatique plane** se propageant dans un **milieu homogène d'indice n** s'écrit :

$$s(M, t) = S_0 \cdot \cos \left( \omega t - \frac{\omega}{c} \cdot (OM) - \varphi_0 \right) = S_0 \cdot \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} - \varphi_0) \quad (2)$$

Avec **O** un point origine quelconque,  $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ ,  $\vec{k} = k\vec{u} = n \frac{\omega}{c} \vec{u} = n \frac{2\pi}{\lambda_0} \vec{u}$  le vecteur d'onde avec  $\vec{u}$  la direction de propagation de l'onde.

Rappel : L'argument de la fonction sinusoïdale est appelé phase *instantanée* en  $M$  à  $t$  :  $\Phi(M, t)$ .

D'après les expressions (1) et (2), une **surface d'onde est donc une surface équiphase**.

Or  $\Phi(M, t) = \omega t - \varphi_M$ , ainsi, une surface d'onde correspond à l'ensemble des points  $M$  tels que  $\varphi_M = \text{cste}$ .

Or au § A.3.b, on a obtenu :

$$\varphi_M = \omega \cdot t_{OM} + \varphi_O = \frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot (OM) + \varphi_O$$

Avec  $t_{OM}$  le temps mis par la lumière pour aller de  $O$  à  $M$

**Conclusions** : Soit  $O$  un point source, une **surface d'onde** correspond à un **ensemble de points  $M$**

- atteints en même temps par la lumière issue de  $O$

-  $\Leftrightarrow$  **tels que le chemin optique ( $OM$ ) est le même** :  $(OM) = \text{cste}$

**Conséquence** : Entre deux surfaces d'onde, le chemin optique est le même quel que soit le rayon lumineux suivi.

#### d) Théorème de Malus (admis)

Quelque soit le nombre de réflexions ou réfractions subies, les rayons lumineux sont perpendiculaires aux surfaces d'ondes.

Ex : cf figures p.9.

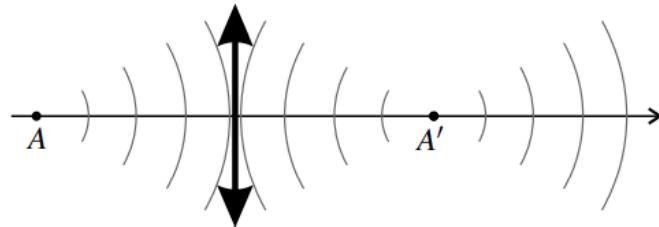
Ce théorème fait le lien entre les modèles géométrique et ondulatoire de la lumière, il est donc important sur le plan conceptuel mais aussi dans la pratique des calculs.

✿ Ne pas confondre le **théorème de Malus** avec la **loi de Malus** (relative à la polarisation, cf ChEM5) !

#### 4) Effet d'une lentille dans l'approximation de Gauss – Stigmatisme

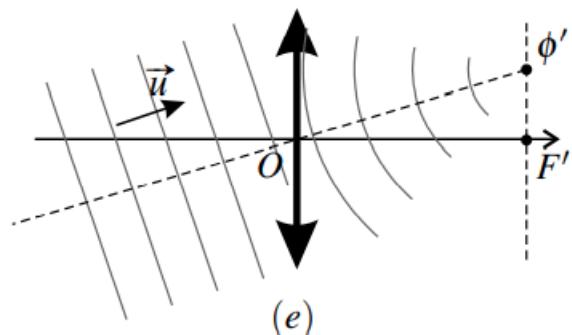
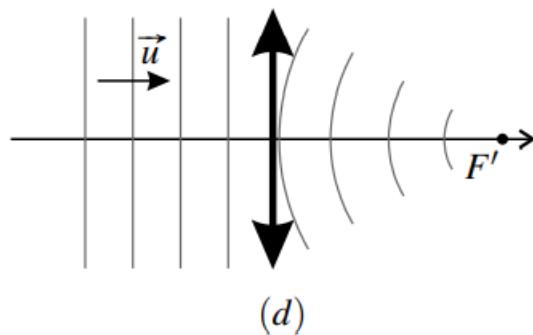
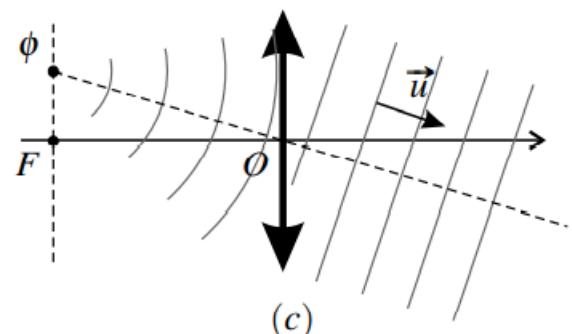
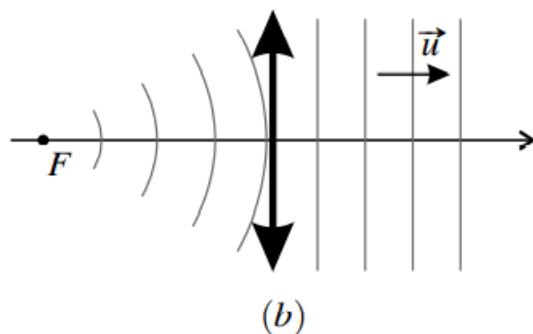
☞ Exercice classique : On considère une lentille mince (L) éclairée dans les **conditions de Gauss**, elle est donc approximativement stigmatique. On considère un **couple de points conjugués** ( $A, A'$ ) par la lentille (L) :  $A'$  est l'image de  $A$  par (L).

Montrer le théorème de Malus implique que **le chemin optique séparant  $A$  et  $A'$  est indépendant du rayon lumineux considéré**.



Généralisation : Le chemin optique entre deux points conjugués par un système optique stigmatique est indépendant du rayon lumineux considéré.

**NB** : Transformations onde sphérique  $\leftrightarrow$  plane par une lentille convergente associées aux notions de foyers objet (ou image) principal (ou secondaire).



## 5) Modèle d'émission de la lumière

### a) Sources de lumière réelles – Composition spectrale

**Il n'existe pas dans la réalité de lumière parfaitement monochromatique.**

Cependant, toute vibration lumineuse « réelle »  $s(M, t)$  peut se décomposer en somme de vibrations monochromatiques. C'est ce que l'on observe expérimentalement en faisant passer un pinceau de lumière dans un prisme de verre : les différentes composantes monochromatiques sont dispersées et on observe le spectre de la lumière. Pour le décrire, on introduit la densité spectrale d'éclairement  $\mathcal{E}_\lambda(\lambda)$ .

Soit  $d\mathcal{E}$  l'éclairement élémentaire dans l'intervalle de longueurs d'onde  $[\lambda, \lambda + d\lambda]$ , la **densité spectrale** d'éclairement  $\mathcal{E}_\lambda(\lambda)$  est donnée par :

$$d\mathcal{E} = \mathcal{E}_\lambda(\lambda) \cdot d\lambda$$

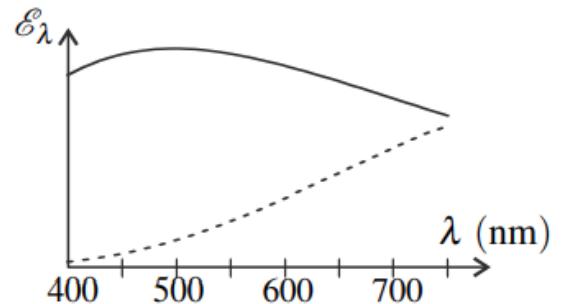
L'USI de  $\mathcal{E}_\lambda(\lambda)$  est  $W \cdot m^{-3}$ .

L'éclairement total est donc  $\mathcal{E} = \int_0^\infty \mathcal{E}_\lambda(\lambda) \cdot d\lambda$ .

Le spectre de la lumière est la courbe représentative de la fonction  $\mathcal{E}_\lambda(\lambda)$ .

Exemples de spectres (rappels 1<sup>e</sup> année) :

♦ Une source de lumière blanche possède un **spectre continu** contenant toutes les longueurs d'ondes visibles :



*Spectres de la lumière solaire (trait plein) et de la lumière d'une lampe à filament (pointillés)*

♦ Une **lampe spectrale** possède un spectre composé de **pics fins appelés raies spectrales**, caractéristiques de l'espèce chimique qu'elle contient. Une raie est caractérisée par sa longueur d'onde moyenne  $\lambda_{0m}$  et sa largeur à mi-hauteur  $\Delta\lambda$  telle que  $\Delta\lambda \ll \lambda_{0m}$ .

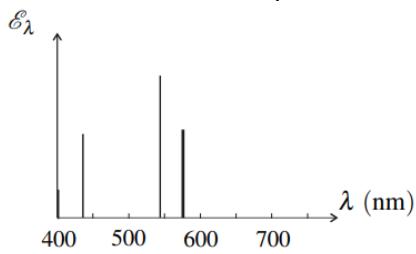
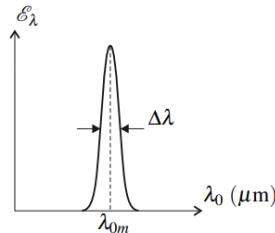


Figure 6.12 – Spectre d'une lampe au mercure (basse pression).



← Zoom sur une raie de la figure 6.12

♦ Un **LASER** émet un spectre composé d'une **unique raie, beaucoup plus fine que celle émise par une lampe spectrale** mais ayant toutefois une largeur spectrale non nulle.

## b) Modèle des trains d'ondes

### ♦ Description

D'un point de vue microscopique, l'émission de lumière est due à l'émission de photons par les entités de la source (lampe à filament, lampe spectrale, laser).

Aucune source lumineuse réelle ne peut émettre une onde pendant un temps infini. Une vibration sinusoïdale n'a donc aucune existence réelle, du fait de son extension temporelle infinie :

$$\forall t, \quad s(M, t) = s_0(M) \cdot \cos(\omega t - \omega_{0m} t - \phi_0)$$

**Les sources apparemment monochromatiques n'émettent pas en continu mais par TRAINS D'ONDES.**

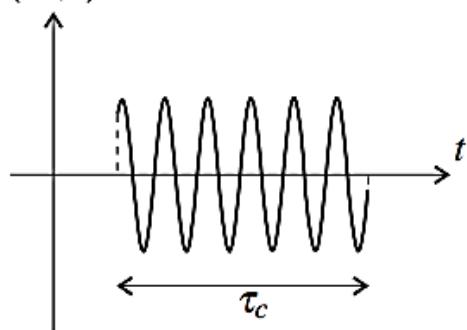
A l'intérieur de chaque train d'onde, l'onde émise par O est représentée par une **sinusoïde de durée finie**,  $\Delta t$  en moyenne, mais la **phase initiale en O varie aléatoirement d'un train d'onde au suivant**.

### DEFINITIONS :

La **durée moyenne d'un train d'onde**, notée  $\Delta t$  ou  $\tau_c$ , est appelée **TEMPS DE COHERENCE** de la source.

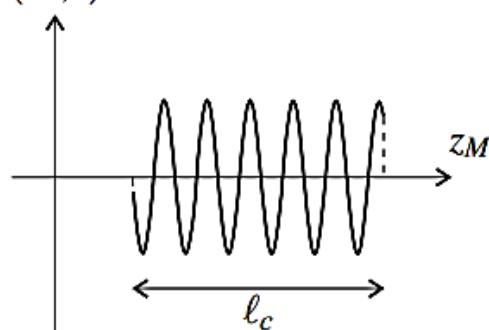
La **LONGUEUR DE COHERENCE TEMPORELLE** est la **longueur moyenne des trains d'ondes dans le vide** notée  $L_c = c \cdot \Delta t$ .

$$s(M, t)$$



(a)

$$s(M, t)$$



(b)

(a) Extension temporelle d'un train d'ondes ; (b) Extension spatiale d'un train d'ondes

### ♦ Temps de cohérence et largeur spectrale – ODG

Le temps de cohérence d'une source lumineuse est relié à son spectre.

On note  $\Delta f$  ou  $\Delta v$  la **largeur spectrale de la source** :  $\Delta v = v_{max} - v_{min}$ .

D'après la théorie mathématique de la transformée de Fourier, on a :

$$\Delta t \cdot \Delta v \approx 1 \quad (R1)$$

En optique, on travaille plus souvent avec le spectre en longueur d'onde. On note  $\lambda_{0m}$  la longueur d'onde **moyenne** du spectre et  $\Delta\lambda$  la largeur spectrale en longueur d'onde :  $\Delta\lambda = \lambda_{max} - \lambda_{min}$ .

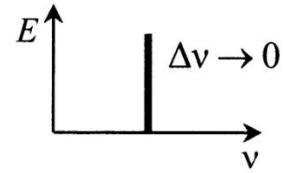
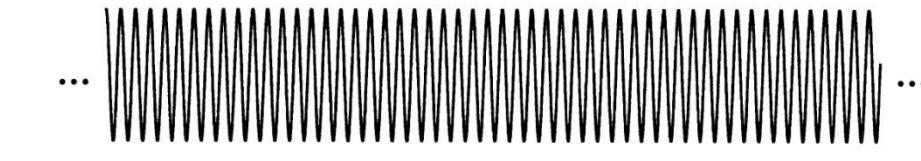
Pour  $\Delta\lambda \ll \lambda_{0m}$ , on a :

$$\Delta t \approx \frac{1}{\Delta v} = \frac{1}{c} \cdot \frac{\lambda_{0m}^2}{\Delta\lambda} \quad (R2)$$

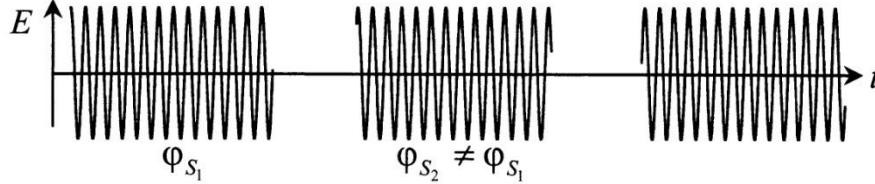
⇒ **Exercice classique** : Démontrer la relation (R2).

**NB** : (R1) est à connaître (cf paquets d'onde au ChEM6 sous la forme  $\Delta\omega \cdot \Delta t \approx 2\pi$ ) ; en revanche, il faut savoir retrouver (R2).

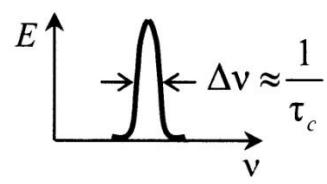
émission monochromatique ( $\tau_c \rightarrow \infty$ )



trains d'ondes de durée  $\tau_c$  finie



Vibration  $E(t)$  émise par la source



Spectre  $E(v)$  correspondant

On retrouve donc le cas idéal :

Une vibration **purement sinusoïdale**, i.e. émission sans interruption soit  $\Delta t$  **infini**, correspond à une **onde purement monochromatique** :  $\Delta v = 0$ .

Pour une source réelle :

Plus son spectre est étendu, plus les **trains d'ondes** qu'elle émet sont **courts** : on dit que la source possède une **faible cohérence temporelle**.

A connaître : ODG des temps de cohérence  $\Delta t$  ou  $\tau_c$  de sources usuelles :

- LASER :  $10^{-8} \text{ s}$
- lampe spectrale :  $10^{-11} \text{ s}$
- lampe à filament (source de lumière blanche) :  $10^{-15} \text{ s}$

On note  $T$  la période de l'onde lumineuse ( $T \approx 10^{-14} \text{ à } 10^{-15} \text{ s}$ ) et  $\tau_r$  le temps de réponse d'un photorécepteur.

LASER et lampe spectrale	Lampe à filament
$T \ll \Delta t \ll \tau_r$	$T \approx \Delta t \ll \tau_r$

➲ ODG :

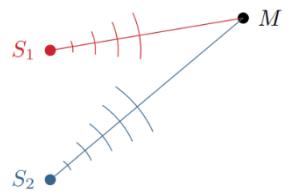
- i) Déterminer l'ODG de la largeur spectrale d'une raie de lampe spectrale.
- ii) Retrouver l'ODG de  $\Delta t$  pour la lampe à filament.
- iii) Déterminer les ODG de longueur de cohérence  $L_c$  des 3 types de source (*on reviendra sur ces ODG au Ch02 : « cohérence temporelle »*).

## B) Superposition d'ondes lumineuses – Interférences

### 1) Superposition de deux ondes quasi-monochromatiques – Intensité résultante

#### ♦ Position du problème

On considère la superposition en un point  $M$  de deux ondes lumineuses provenant de deux sources *primaires*  $S_1$  et  $S_2$ .



D'après le § A.3, les vibrations scalaires en  $M$  associées aux **ondes quasi-monochromatiques** émises par les sources  $S_1$  et  $S_2$  s'écrivent :

$$\begin{aligned}s_1(M, t) &= s_{10} \cos(\omega_1 t - \varphi_{1,t}(M)) \\s_2(M, t) &= s_{20} \cos(\omega_2 t - \varphi_{2,t}(M))\end{aligned}$$

Pour  $i = 1, 2$  :

Pulsation de chaque onde :  $\omega_i$

$$\text{Phase initiale en } M : \quad \varphi_{i,t}(M) = \frac{\omega_i}{c} \cdot (S_i M) + \varphi_{S_i,t}$$

$$\frac{1}{c} \cdot (S_i M) = t_{S_i M}$$

Durée de propagation de la lumière de  $S_i$  à  $M$ .  
→ associée à la **propagation**

$\varphi_{S_i,t}$   
Phase initiale de l'onde en  $S_i$   
pour le train d'onde qui atteint  $M$  à  $t$ .  
→ associée à l'**émission**

♦ D'après le **principe de superposition**,  $s(M, t) = s_1(M, t) + s_2(M, t)$  mais ce n'est pas forcément le cas pour l'intensité lumineuse, car elle est non linéaire : il y a des situations pour lesquelles  $I(M) \neq I_1(M) + I_2(M)$ .

On dit qu'il y a **INTERFÉRENCES** entre deux ondes lorsque l'intensité lumineuse issue de la superposition de ces deux ondes n'est pas égale à la somme des intensités de chaque onde individuelle.

Sachant que  $I(M) = K \cdot \langle s^2(M, t) \rangle$ , on peut montrer (cf TD) que :

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + \underbrace{2\sqrt{I_1(M)I_2(M)} \langle \cos(\Delta\Phi(M, t)) \rangle}_{\text{terme d'interférences}}$$

Avec

$$\Delta\Phi(M, t) = (\omega_1 - \omega_2)t + (\varphi_{2,t}(M) - \varphi_{1,t}(M)) \text{ le déphasage entre les deux ondes à } t \text{ en } M.$$

On observe des **interférences** si et seulement si le **terme d'interférences est non nul**

$$\Leftrightarrow \langle \cos(\Delta\Phi(M, t)) \rangle \neq 0$$

## 2) Terme d'interférences – Conditions d'interférences / de cohérence

### a) Absence d'interférences

♦ Cas de deux ondes non synchrones i.e. de pulsations différentes :  $\omega_2 \neq \omega_1$

Etant donné l'ODG du temps de réponse  $\tau_r$  du photorécepteur, si  $\omega_2 \neq \omega_1$  alors :

$$\langle \cos(\Delta\Phi(M, t)) \rangle = 0 \Rightarrow \text{pas d'interférences}$$

♦ Cas de deux ondes synchrones  $\omega_2 = \omega_1 = \omega$

$$\Delta\Phi(M, t) = \varphi_{2,t}(M) - \varphi_{1,t}(M) \quad \text{avec} \quad \varphi_{i,t}(M) = \frac{\omega}{c} \cdot (S_i M) + \varphi_{S_i,t}$$

Si les sources **primaires**  $S_1$  et  $S_2$  sont physiquement différentes : chacune émet ses propres trains d'ondes aléatoirement. Les phases *initiales*  $\varphi_{S_i,t}$  associées aux trains d'ondes qui atteignent  $M$  à  $t$  varient alors indépendamment l'une de l'autre sur le temps de réponse  $\tau_r$  du photorécepteur. On a donc :

$$\langle \cos(\Delta\Phi(M, t)) \rangle = 0 \Rightarrow \text{pas d'interférences}$$

### b) Cohérence – Dispositifs interférentiels

Pour deux ondes **quasi-monochromatiques**<sup>1</sup> qui se superposent en  $M$  :

Si les ondes sont **incohérentes entre elles** (*non synchrones*  $\omega_2 \neq \omega_1$  et / ou *sources distinctes* et / ou *trains d'ondes différents*) i.e.  $\Delta\Phi(M, t)$  varie temporellement, on a :

Absence d'interférences i.e. **additivité des intensités lumineuses** :  $I(M) = I_1(M) + I_2(M)$

Les ondes sont **COHERENTES entre elles** si  $\Delta\Phi(M, t)$  indépendant du temps (ou très lentement variable vis-à-vis de  $\tau_r$ ). On obtient alors des **interférences** :  $I(M) \neq I_1(M) + I_2(M)$

Conditions d'interférences = Conditions de cohérence :

(C1) : Les ondes doivent être **synchrones**  $\omega_2 = \omega_1 = \omega$  (ondes de même longueur d'onde) ;

(C2) : Les ondes doivent **appartenir au même train d'onde**<sup>1</sup>  $\Rightarrow \forall t, \varphi_{S_1,t} = \varphi_{S_2,t}$

Pour satisfaire (C2), il faut que les ondes soient issues d'une **même source primaire ponctuelle**. On obtient des interférences optiques avec des **diviseurs d'onde** (cf ci-dessous) : les ondes sont émises par le même point source  $S$  et **entre  $S$  et  $M$ , les ondes suivent deux trajets différents notés (1) et (2)**.

$$\xrightarrow{(C1)+(C2)} \Delta\Phi(M, t) = \frac{\omega}{c} \cdot ((SM)_2 - (SM)_1) = \Delta\Phi(M) \text{ est indépendant du temps !}$$

<sup>1</sup>Cf ChO2, pour une source telle que la largeur spectrale  $\Delta\nu$  s'écarte de 0 : « cohérence temporelle ».

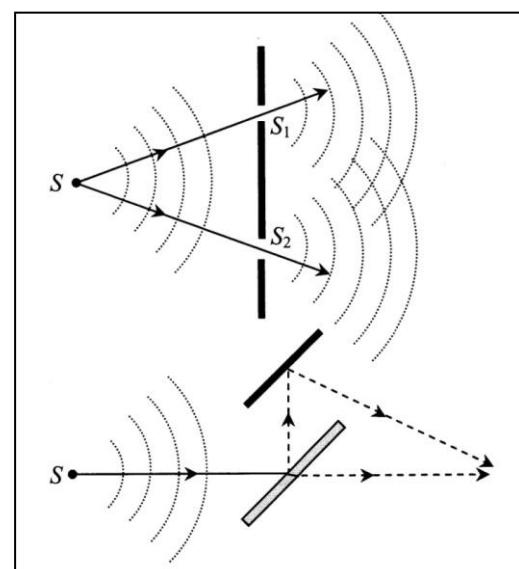
Rq : Parfois « ondes cohérentes entre elles » désignent seulement la condition (C2).

### ♦ Dispositifs interférentiels / diviseurs d'onde

Pour respecter les conditions d'interférences lumineuses, on utilise **une source unique associée à un diviseur d'onde**. La division d'onde peut-être réalisée de deux façons :

- **Par division du front d'onde** : on isole spatialement deux parties d'une onde provenant d'une même source  $S$ . On fait ainsi interférer deux rayons différents issus d'une même source.

Ex : Trous d'Young (cf ChO2 et TP)



- **Par division d'amplitude** : un même rayon est séparé en deux parties, par exemple grâce à l'utilisation d'une lame semi-réfléchissante. On fait ainsi interférer chaque rayon émis par la source avec lui-même.

Ex : Interféromètre de Michelson (cf ChO3 et TP)

### 3) Formule de Fresnel – Grandeurs associées au déphasage

#### a) Expression de l'intensité résultante

##### FORMULE DE FRESNEL :

Lorsque des ondes **quasi-monochromatiques** et **cohérentes entre elles** provenant de  $S$  se superposent en  $M$ , l'intensité s'écrit :

$$I(M) = I_1(M) + I_2(M) + 2\sqrt{I_1(M)I_2(M)}\cos(\Delta\Phi(M))$$

avec  $\Delta\Phi(M) = \frac{\omega}{c} \cdot ((SM)_2 - (SM)_1)$

⇒ **Démonstrations à connaître** : Démontrer la formule de Fresnel ① avec les vibrations réelles et ② avec leurs représentations complexes.

##### Cas particulier :

Si  $I_1 = I_2 = I_0$ , la formule de Fresnel s'écrit :  $I(M) = 2I_0(1 + \cos(\Delta\Phi(M))$

#### b) Expression du déphasage – Différence de marche – Ordre d'interférences

♦ La **DIFFERENCE DE MARCHE** entre  $S$  et  $M$  est la différence de chemin optique entre deux trajets possibles pour la lumière entre  $S$  et  $M$  :

$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1$$

♦ L'**ORDRE D'INTERFERENCES**  $p$  est le rapport :

$$p = \frac{\delta}{\lambda_0}$$

Le déphasage en  $M$  peut s'exprimer en fonction de la différence de marche ou de l'ordre d'interférences :

$$\Delta\Phi(M) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta(M) = 2\pi p_M$$

⇒ **Démonstrations à connaître** : Etablir les expressions de  $\Delta\Phi(M)$ .

### 4) Figure d'interférences

#### a) Interférences constructives / destructives – Interfrange

♦ D'après la formule de Fresnel, l'intensité lumineuse dépend de la position du point  $M$  : cette **variation d'intensité correspond aux différentes franges de la figure d'interférences**.

Selon la position de  $M$ , on a :

En $M$ , <u>frange d'interférence...</u>	... <u>CONSTRUCTIVE</u> i.e. zone claire	... <u>DESTRUCTIVE</u> i.e. zone sombre
Intensité en $M$	$I_{max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2}$ i.e. $\cos(\Delta\Phi) = 1$	$I_{min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1I_2}$ i.e. $\cos(\Delta\Phi) = -1$
Déphasage en $M$	$\Delta\Phi = 2m\pi$ avec $m$ un entier i.e. <b>ondes en phase en <math>M</math></b>	$\Delta\Phi = \pi + 2m\pi$ avec $m$ un entier i.e. <b>ondes en opposition de phase en <math>M</math></b>
Différence de marche en $M$	$\delta = m\lambda_0$ avec $m$ un entier	$\delta = \frac{\lambda_0}{2} + m\lambda_0$ avec $m$ un entier
Ordre d'interférences $p$ en $M$	<b><math>p</math> est entier</b>	<b><math>p</math> est demi-entier : <math>p = m + \frac{1}{2}</math></b>

Rq : L'état d'interférence est directement relié au déphasage entre les ondes.

L'**INTERFRANGE**, noté  $i$ , correspond à la **distance entre deux franges successives de même nature** (claire ou sombre).

## b) Facteur de contraste (= visibilité)

Le **FACTEUR DE CONTRASTE** d'une figure est défini par :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

- ♦  $C$  est adimensionné et sans unité.
- ♦  $C$  varie entre 0 (si  $I_{\max} = I_{\min}$  : intensité uniforme) et 1 (si  $I_{\min} = 0$ ).

Une figure est d'autant plus contrastée que  $C$  est proche de 1.

Le contraste de la figure d'interférence dépend de la valeur des intensités  $I_1$  et  $I_2$  des ondes qui interfèrent.

⇒ **Exercice classique** : Vérifier que si  $I_1 = I_2 = I_0$  alors le contraste est maximal.

Rq : Dans le cas général, on a  $C = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2}$

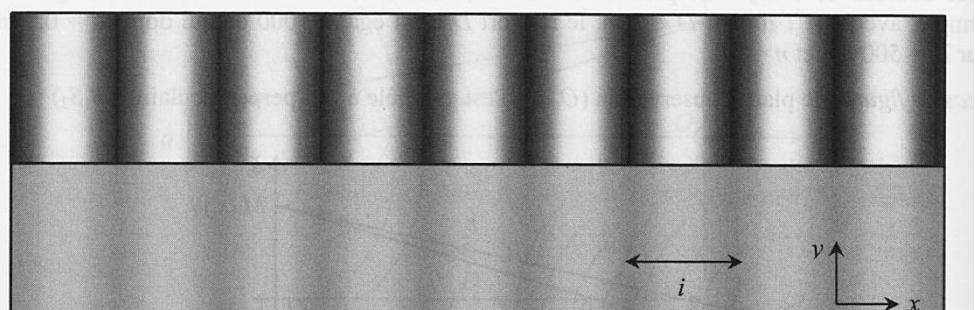
**Pour obtenir une figure d'interférences contrastée, il faut superposer deux ondes d'intensités voisines.**

Le contraste permet de quantifier la perception visuelle que l'on a du phénomène d'interférences. Une figure d'interférences **mal contrastée** est dite **brouillée**.

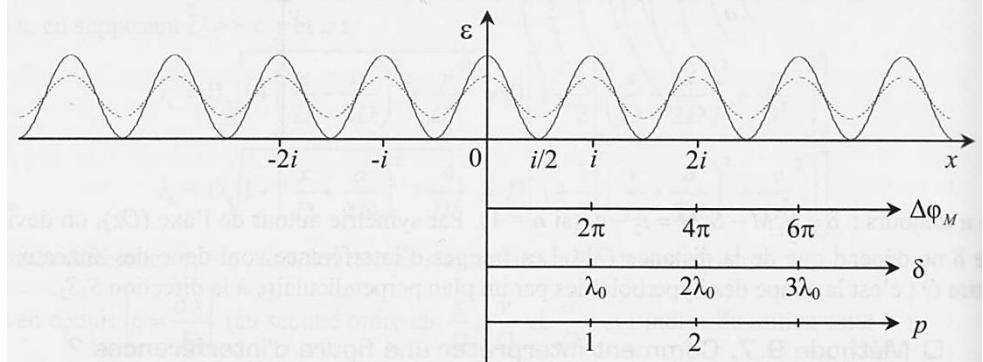
Ex de figure d'interférences.

Franges obtenues avec les *trous d'Young*, cf Ch02.

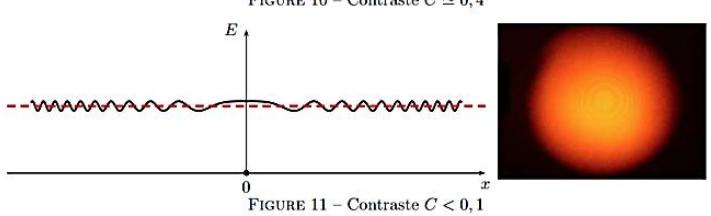
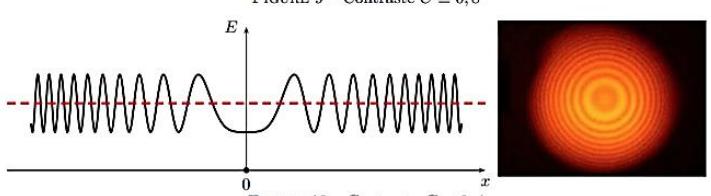
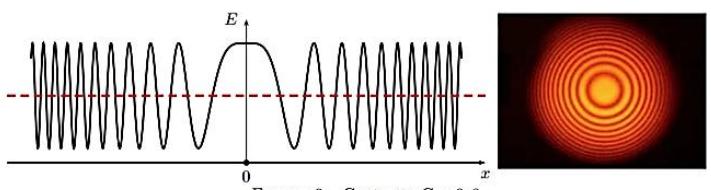
a)  $I_1 = I_2 = I_0$



b)  $I_1 \neq I_2$



Anneaux d'égale inclinaison obtenus avec l'interféromètre de Michelson, cf Ch03.



## Annexe 1 : Repères chronologiques pour l'optique

Antiquité	Euclide, Ptolémée	Notion de rayon lumineux Théorie des miroirs
XI <sup>e</sup> siècle	Alhazen	Origine de la lumière extérieure à l'œil Notions d'objet et d'image Expériences avec lentilles et miroirs
XVII <sup>e</sup> siècle	Galilée (1564-1642)	Lunette astronomique
	Snell (1580-1626)	Lois de la réfraction
	Descartes (1596-1650)	Lois de la réfraction <b>Description corpusculaire de la lumière</b>
	Fermat (1601-1665)	Principe du moindre temps
	Huygens (1629-1695)	Description ondulatoire de la lumière qui permet de retrouver les lois de Snell-Descartes
XVIII <sup>e</sup> siècle	Newton (1642-1727)	1704 : Publication d'Opticks (réflexion, réfraction, diffraction et théorie des couleurs)
XIX <sup>e</sup> siècle	Young (1773 – 1829)	<b>Mise en évidence et interprétation ondulatoire</b> des interférences lumineuses avec l'expérience de la double-fente (= fentes de Young).
	Fresnel (1788 – 1827)	Etude des phénomènes de diffraction et d'interférences
	Maxwell (1831 – 1879)	Unification de l'optique aux phénomènes électromagnétiques
XX <sup>e</sup> siècle	Planck (1858 – 1947)	Rayonnement du corps noir
	Einstein (1879 – 1955)	Interprétation de l'effet photoélectrique avec la notion de photon ( <b>corpuscule</b> ) → <b>dualité onde-corpuscule pour la lumière</b>

## Annexe 2 – Interférences d'ondes à la surface de l'eau

Cf 1<sup>e</sup> année

*Schéma du dispositif : Cuve à ondes éclairée par un stroboscope (cf fig a). L'onde est engendrée par un vibreur. L'image est claire là où la surface de l'eau forme une bosse ; foncée là où elle est creuse, cf fig b.*

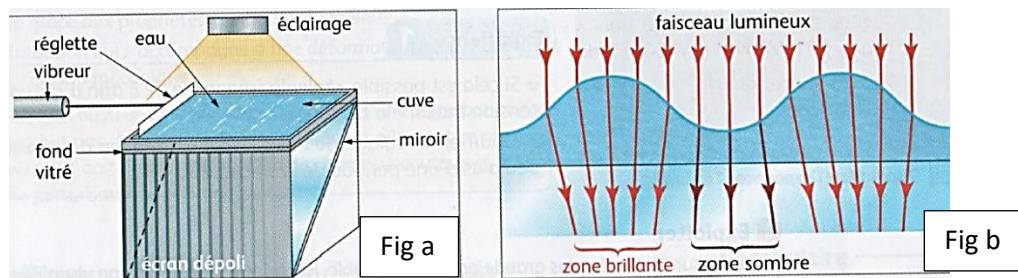


Fig. ① : On perturbe la surface de l'eau avec une « pointe » reliée à un vibreur ou avec un jet d'air pulsé. L'onde générée est une onde progressive sinusoïdale et circulaire (2D).

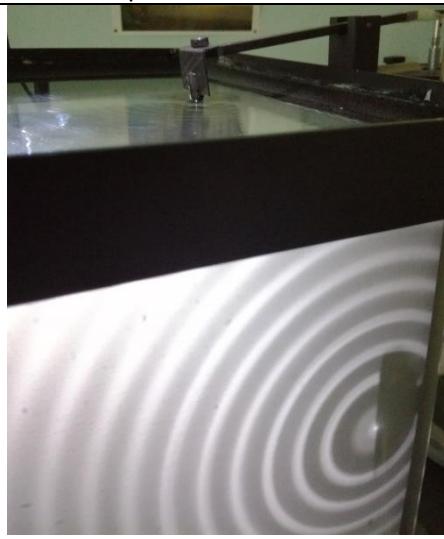
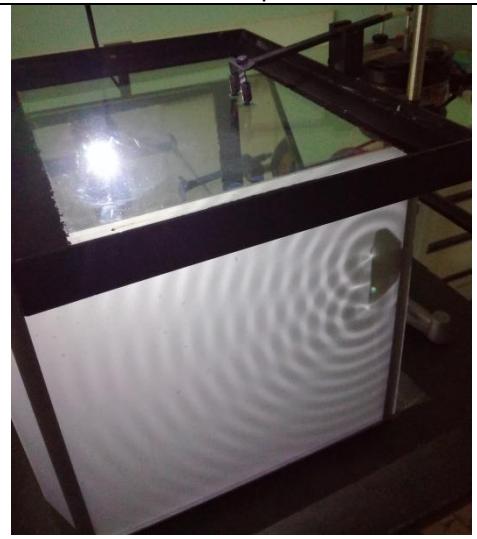
Fig. ② : On perturbe la surface de l'eau d'une cuve à ondes avec deux pointes, placées en deux points assez proches : E<sub>1</sub> et E<sub>2</sub>. **Ces pointes sont reliées au même vibreur.**

Les ondes générées en E<sub>1</sub> et E<sub>2</sub> ont à la même fréquence f : elles sont **synchrones**.

De plus, les deux signaux ont la même amplitude et la même phase initiale à l'origine  $\varphi_{01} = \varphi_{02} \equiv \varphi_0$  indépendante du temps.

Puisque les ondes sont synchrones et cohérentes, on observe alors une figure d'interférences.

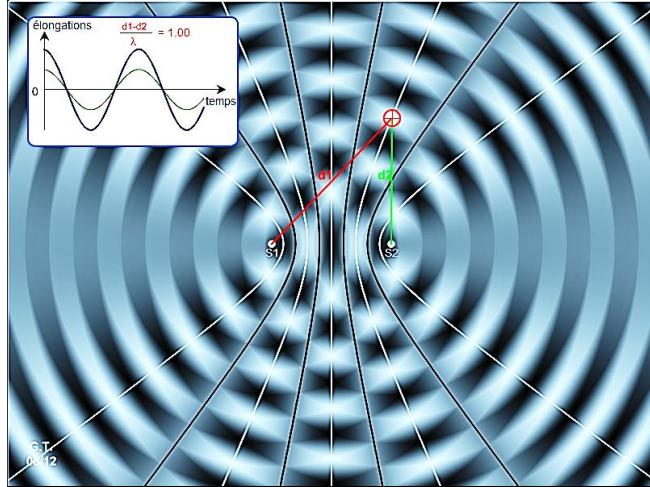
### Photographies de l'expérience

① 1 seule « pointe »	② 2 « pointes » : oscillant à la même fréquence et avec la même amplitude
	

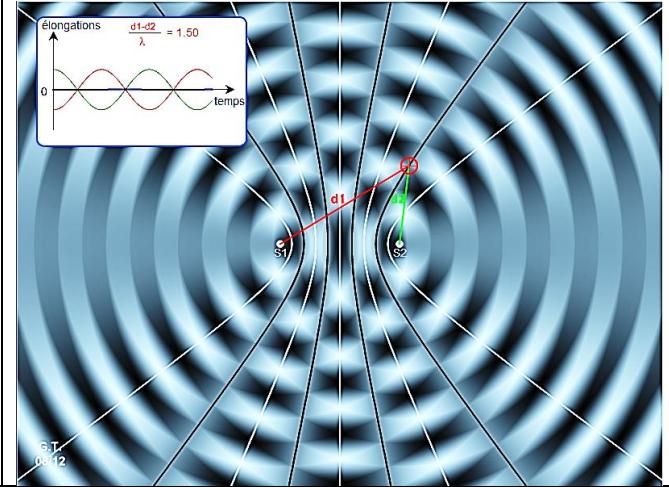
L'animation ci-après permet de visualiser les points M où les interférences sont cons-/des-tructives :

[https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/cuve\\_ondes/interference\\_ondes\\_circulaires.php](https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/cuve_ondes/interference_ondes_circulaires.php)

① Point M où les interférences sont constructives



② Point M où les interférences sont destructives



Les franges d'interférences sont des **hyperboles** dont les pointes sont les foyers.

**NB :** Les interférences lumineuses sont plus délicates à observer expérimentalement que les interférences des ondes à la surface de l'eau. Ceci est lié aux différences de génération des ondes qui interfèrent. Contrairement à la génération des ondes de surface, la génération des ondes lumineuses n'est pas continu mais s'effectue par trains d'ondes, c'est ce qui rend délicat l'observation des interférences lumineuses : condition de cohérence exigeante.

### Annexe 3 – Formes de franges d’interférences

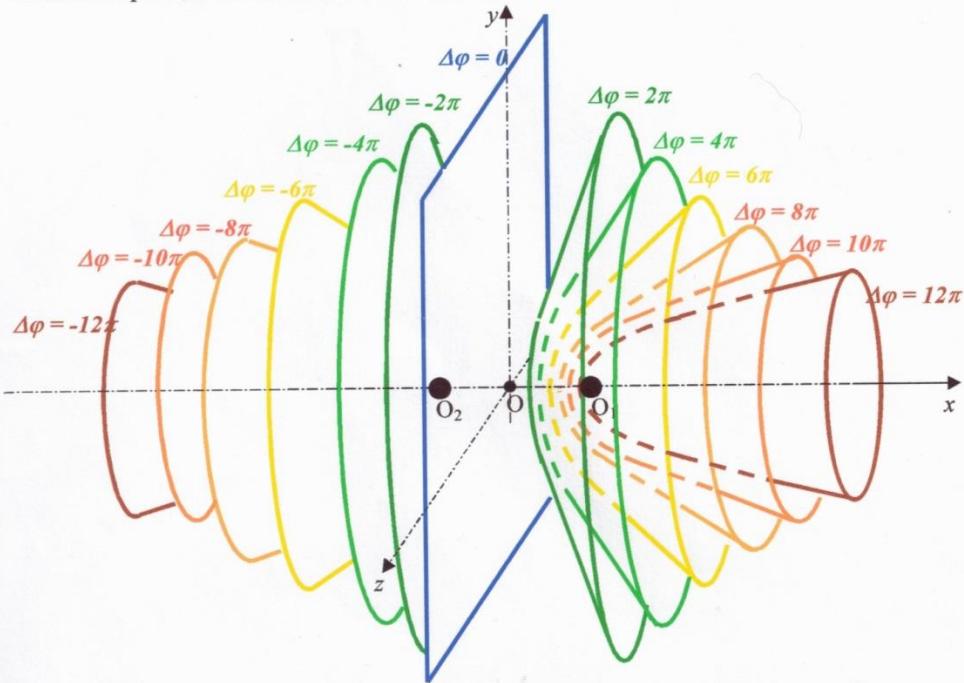
Prenons l'exemple d'une source S située sur la médiatrice des trous d'Young  $O_1$  et  $O_2$ .

Dans le cas d'un milieu homogène avant et après le plan des trous, de l'air par exemple, la différence de marche est liée au trajet des deux ondes :

$$\delta(M) = O_2 M - O_1 M$$

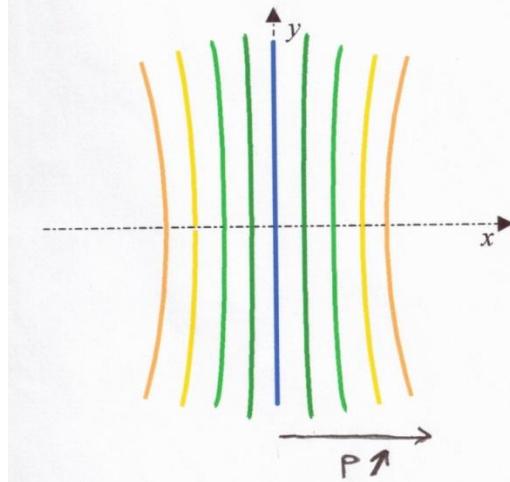
Les franges d'interférences sont données par la relation :  $\delta(M) = \text{constante}$  : ce sont des **hyperboloides de révolution** autour de l'axe des trous  $O_1 O_2$  de foyers  $O_1$  et  $O_2$ .

Vue dans l'espace, les deux sources étant  $O_1$  et  $O_2$  :

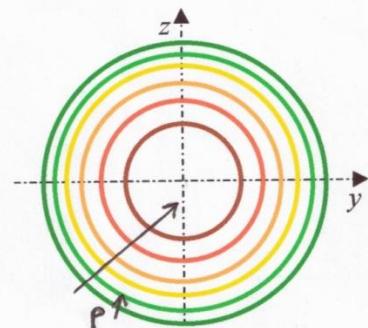


Vue en projection :

Au voisinage de l'axe Oz, écran perpendiculaire à Oz :



Au voisinage de l'axe Ox, écran perpendiculaire à Ox :



Animation pour visualiser en 3D :

<http://culturesciencesphysique.ens-lyon.fr/ressource/DVDmichelson.xml>