TDO1 – Optique ondulatoire – Superposition d'ondes lumineuses

0 Exercices classiques vus en cours :

A.3.c : Expression de la phase instantanée pour une onde monochromatique sphérique émise en O dans un milieu homogène
A.4 : Chemin optique entre points conjugués par un SO stigmatique indépendant du rayon considéré
A.5.b : Lien entre $\Delta\nu$ et $\Delta\lambda$ les largeurs spectrales en fréquence et en longueur d'onde – ODG de largeur spectrale, de temps et de longueur de cohérence.
B.3.a : Démonstration la formule de Fresnel pour deux ondes quasi-monochromatiques et cohérentes entre elles
B.3.b : Expression du déphasage en fonction de la différence de marche / de l'ordre d'interférences
B.4.b : Figure d'interférences contrastée pour superposition d'ondes d'intensités voisines

Capacités exigibles	Ch O1	Ex 1-3	Ex 17	TP 11B
Modèle de propagation dans l'approximation de l'optique géométrique. Utiliser une grandeur scalaire pour décrire un signal lumineux. **Chemin optique. Déphasage dû à la propagation. Surfaces d'ondes. Théorème de Malus (admis).** Exprimer le retard de phase en un point (par rapport à un autre) en fonction de la durée de propagation ou du chemin optique. **Onde plane, onde sphérique ; effet d'une lentille mince dans l'approximation de Gauss.** Associer une description de la formation des images en termes de rayon lumineux et en termes de surfaces d'onde. Utiliser la propriété énonçant que le chemin optique séparant deux points conjugués est indépendant du rayon de lumière choisi.	●	●	●	
Modèle d'émission. Relation (admise) entre le temps de cohérence et la largeur spectrale. Citer l'ordre de grandeur du temps de cohérence Δt de quelques radiations visibles. Utiliser la relation $\Delta f.\Delta t \approx 1$ pour relier le temps de cohérence à la largeur spectrale $\Delta\lambda$ de la radiation.	●			
Récepteurs. Intensité de la lumière. Relier l'intensité à la moyenne temporelle du carré de la grandeur scalaire de l'optique. Citer l'ordre de grandeur du temps de réponse de quelques récepteurs de lumière. *Mettre en œuvre des expériences utilisant un capteur photographique numérique.*	●		●	●
Superposition de deux ondes incohérentes entre elles. Justifier et utiliser l'additivité des intensités.	●		●	
Superposition de deux ondes monochromatiques cohérentes entre elles : formule de Fresnel. Facteur de contraste. Citer les principales conditions pour que le phénomène d'interférences apparaisse (ondes quasi synchrones, déphasage constant dans le temps ou très lentement variable). Établir et utiliser la formule de Fresnel. Associer un bon contraste à des ondes d'intensités voisines.	●		●	●

1 ✐ Laser – fréquence, longueur d'onde, couleur et largeur spectrale

Un laser Hélium-Néon (HeNe) émet une onde lumineuse de longueur d'onde dans le vide 633 nm.

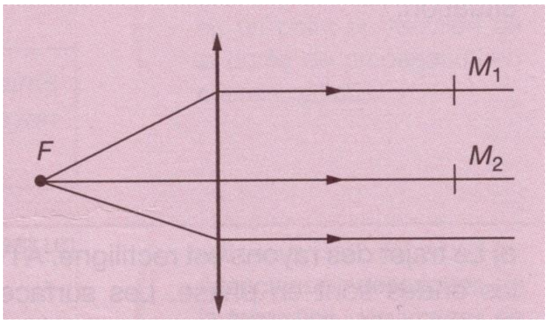
1) Calculer sa fréquence et sa longueur d'onde dans l'air puis dans l'eau. Quelle est la couleur correspondant à cette onde dans ces deux milieux ?

Ce laser a une largeur spectrale $\Delta\nu = 300\ MHz$.

2) Déterminer sa largeur spectrale $\Delta\lambda$, son temps et sa longueur de cohérence.

Données : indices optiques : pour l'air n_{air} = 1,0003 et pour l'eau n_{eau} = 1,33.

2 ✐ Chemins optiques et lentilles minces

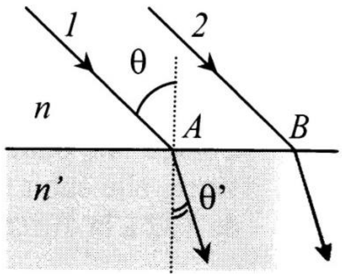


1) On place une source de lumière (supposée ponctuelle) au foyer objet d'une lentille convergente.

a) Quelle est la nature des ondes lumineuses (plane / sphérique) avant et après la lentille ?

b) Montrer que $(FM_1) = (FM_2)$. D'après la figure, ce résultat ne paraît pas être vérifié. Comment l'expliquer ?

3 ✐Chemin optique et loi de Snell-Descartes



Une onde plane arrive sous un angle d'incidence θ sur un dioptre plan séparant deux milieux d'indice n et n' (cf ci-contre). On suppose que l'onde transmise est plane également, mais se propage dans la direction θ'.

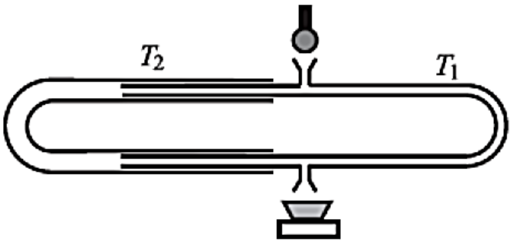
1) Représenter les plans d'onde de ces deux ondes.

2) Démontrer la loi de Descartes pour la réfraction en utilisant la notion de chemin optique.

Phénomène d'interférences

4 Interférences d'ondes mécaniques : Trombone de Koenig

Un trombone de Koenig, représenté ci-contre, est destiné à mesurer la célérité du son dans l'air. Le tube T_2 peut coulisser par rapport au tube T_1 fixe.



D'un côté du trombone, on crée un son de fréquence f = 1500 Hz à l'aide d'un haut-parleur alimenté par un GBF et on récupère le signal de l'autre côté du trombone avec un microphone branché sur un oscilloscope.

1. Lorsque l'on fait coulisser le tube T_2 par rapport au tube T_1, pourquoi observe-t-on des variations de l'amplitude du signal à l'oscilloscope ?
2. Entre deux minima d'intensité du signal reçu, on a fait coulisser T_2 d'une distance $d = 11{,}5\ cm \pm 2\ mm$. En déduire la célérité du son dans l'air contenu dans le trombone.

Formation des images

◆ CONVENTIONS pour les SCHEMAS d'OPTIQUE :

Le **sens** de propagation de la lumière est indiqué sur les rayons par une **flèche**.

Les **rayons** lumineux sont tracés en trait **plein** : ils indiquent le trajet réellement suivi par la lumière. Les **prolongements** des rayons lumineux sont représentés en **pointillés** : c'est un trajet « virtuel ».

Pour différencier les rayons, il est recommandé de les tracer avec des **couleurs** différentes.

💣 TOUS LES RAYONS SERONT TRACÉS AVEC UNE **RÈGLE** !

◆ Relations de conjugaison

avec origine au centre (Descartes) :	avec origine aux foyers (Newton) :
$\dfrac{1}{\overline{OA'}} - \dfrac{1}{\overline{OA}} = \dfrac{1}{f'}$	$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = -f'^2$

◆ Expressions du grandissement transversal :

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{-f}{\overline{FA}} = \frac{-\overline{F'A'}}{f'}$$

◆ Méthodes

Position du problème :

Soit un rayon incident (R) qui frappe une lentille, on souhaite tracer le rayon émergent correspondant.

Méthode 1	
 Construction d'un rayon émergent	① Tracer le rayon *auxiliaire* (Ra) parallèle au rayon (R) et passant par le centre O. ② (Ra) n'est pas dévié par la lentille : repérer le foyer image secondaire B', intersection de (Ra) et du plan focal image. ③ Le rayon émergent correspondant à (R) passe par B'.

→ Cf ex 9

Position du problème :
Soit un objet AB perpendiculaire à l’axe optique (Δ) avec A sur (Δ) et B hors de (Δ). On souhaite construire son image A’B’ par une lentille (L).

<u>Méthode 2</u> Construction de l’image A’B’ d’un objet AB	① Le SO étant **aplanétique**, A’B’ est perpendiculaire à l’**axe optique (Δ)** : On construit d’abord B’ l’image de B hors de l’axe et on en déduit A’ qui correspond au projeté orthogonal de B’ sur (Δ). ② Le SO étant **stigmatique**, il faut et il suffit deux rayons issus de B pour construire B’ : On choisit ces deux rayons parmi les **<u>3 rayons particuliers</u>** suivants : ◆ le rayon issu de B et **passant par le centre optique O** n’est pas dévié par (L) ; ◆ le rayon issu de B et **parallèle à (Δ)** ressort de (L) en passant par le foyer image F’ ; ◆ le rayon issu de B et **passant par le foyer objet F** ressort de (L) parallèle à (Δ).

<u>Rq</u> : Pour construire l’image A’ d’un point objet A situé sur l’axe optique, il faut introduire un point objet auxiliaire B tel que AB est orthogonal à (Δ). Construire l’image B’ de B puis en déduire A’ d’après ①.
→ Cf ex 10

Position du problème : On étudie un système optique complexe (microscope, lunette…) i.e. composé de plusieurs systèmes optiques élémentaires (miroirs, lentilles)

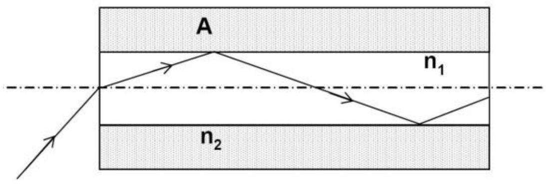
<u>Méthode 3.1</u> S’approprier / Analyser un SO complexe	① Faire un **<u>schéma de principe</u>** du dispositif sous la forme d’un « triangle » : Avec A l’objet de départ, A’ l’image finale et A_1, A_2 … la (ou les) image(s) intermédiaire(s). ② Identifier certaines images intermédiaires en utilisant les **<u>définitions « schématiques » des foyers objet et image.</u>**

<u>Méthode 3.2</u> Construire l’image A’ d’un objet A, situé sur l’axe optique, par un SO complexe	① Faire un **<u>schéma</u>** du dispositif étudié, si possible à l’échelle : - représenter **l’axe optique orienté** ; - placer le **centre optique et les foyers** de chaque lentille ; - selon les données, placer sur l’axe optique l’objet A et / ou l’image finale A’ et / ou l’image intermédiaire A_1. ② Introduire un **point objet auxiliaire B** tel que **AB soit orthogonal à l’axe optique** (cf méthode 2). ③ Pour effectuer le **<u>tracé de rayons</u>**, il faut procéder **<u>par étapes</u>** : Tracer les rayons incidents issus de l’objet de départ B et les rayons émergents correspondant sortant de la 1^e lentille afin d’obtenir la 1^e image intermédiaire B_1. Tracer les rayons incidents issus de B_1 et les rayons émergents correspondant sortant de la 2^e lentille afin d’obtenir l’image suivante B_2. … <u>Pour **chaque étape** :</u> ◆ Si l’objet **AB est à distance finie**, on applique la méthode 2 ◆ Si l’objet **AB est à l’infini** : L’image B_i de B par la lentille (L_i) sera située dans le **Plan Focal Image** de (L_i) : B_i est l’intersection du PFI avec le rayon passant par le centre optique O_i de (L_i). On considère ensuite un 2^e rayon incident, parallèle au 1^{er} et qui émerge de (L_i) en passant par B_i *d’après la propriété de stigmatisme*.

→ Cf ex 12 à 15

5 ✎ Fibre optique (Questions de cours)

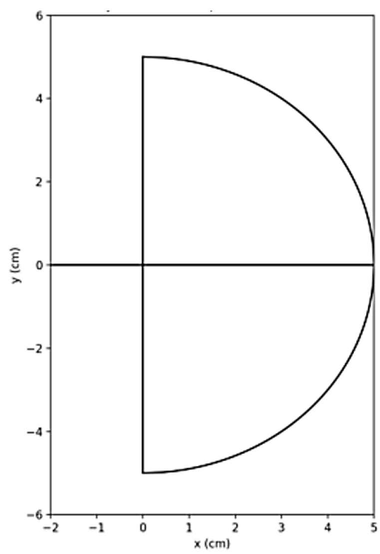
Une fibre optique est constituée d'un cœur cylindrique d'indice $n_1 = 1{,}5$ entourée d'une gaine cylindrique coaxiale d'indice $n_2 = 1{,}4$. On suppose que les dimensions de la fibre sont telles que les lois de l'optique géométrique sont applicables.



1. Etablir l'expression du cône d'acceptance.
2. Etablir l'expression de la dispersion intermodale.

6 Stigmatisme approché d'une lentille demi-boule

Le modèle des lentilles minces est une approximation des résultats de l'optique géométrique, qui reste valable tant que certaines conditions sont vérifiées. On souhaite explorer les limites de ce modèle à l'aide d'une simulation numérique



On considère une lentille demi-boule, de rayon R, éclairée par un point objet situé à l'infini sur l'axe optique de la lentille qui émet donc un faisceau de rayons lumineux parallèles à l'axe optique.

Pour la figure ci-contre, le point objet est situé à gauche de la lentille.

La lentille est constituée d'un verre d'indice de réfraction n.

On travaillera avec des angles orientés avec la convention suivante : angle compté positivement si orienté dans le sens trigonométrique.

__Données__ : $n = 1{,}5$ et $R = 5{,}0\ cm$.

1) Reproduire la figure, tracer la marche d'un rayon lumineux et repérer :
   I le point d'incidence sur le dioptre verre $\rightarrow$ air, la normale à ce dioptre en I, i l'angle d'incidence et r l'angle de réfraction.
2) On note (x_I, y_I) les coordonnées du point I. Exprimer i puis x_I en fonction de y_I et de R.
3) Exprimer r en fonction de i, puis de y_I.
4) Justifier que le rayon réfracté n'existe que si $|i| < i_{lim}$, préciser l'expression et la valeur de i_{lim} ainsi que l'expression de y_{lim} correspondante.
5) Exprimer l'angle de déviation D entre le rayon incident et le rayon réfracté.
6) On considère le rayon réfracté en I. Soit un point M quelconque de ce rayon d'abscisse x. Exprimer l'ordonnée y de ce point en fonction de x, x_I, y_I, r et i.
7) A partir de ces résultats, compléter le programme disponible sur Cahier de Prépa pour simuler la marche des rayons lumineux au travers de la lentille demi-boule.
8) Commenter les figures obtenues en discutant du caractère stigmatique de la lentille demi-boule.

7 Déviation due à un prisme

Un **prisme** est un milieu transparent, homogène, isotrope et **dispersif** : son indice de réfraction n dépend de la longueur d'onde. En pratique, le prisme est en verre.
L'intérêt d'un prisme est de disperser la lumière, ce qui permet de faire de la SPECTROMETRIE i.e. d'étudier le spectre d'une source de lumière.
Dans la suite, on s'intéressera à la propagation d'une lumière **monochromatique** dans le prisme, ainsi n sera fixé.
En figure 1, on a représenté le prisme « entier ». En pratique, la lumière incidente vient frapper les dioptres plans MPP'M' et NPP'N'. Cependant, usuellement, on représente seulement la face MNP du prisme (ou une coupe du prisme par un plan horizontal), cf figure 2. On nommera alors les dioptres (PM) et (PN). On définit **l'angle au sommet A** comme l'angle existant entre les deux dioptres plans et le côté (MN) sera nommé « base ».

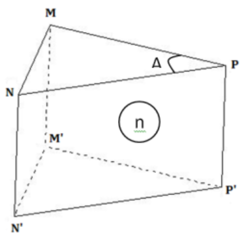


Figure 1

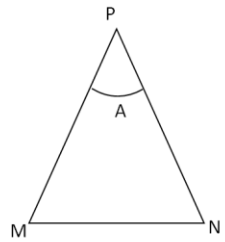


Figure 2

Rq : cf https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/prisme/prisme.php pour illustrer le trajet des rayons au sein du prisme.

Un rayon incident frappe le dioptre (PM) et on s'intéresse au rayon émergent, sortant du dioptre (PN) du prisme (cf figure 3).

Rq : les angles i et r sont orientés de la normale vers le rayon alors que les angles i' et r' sont orientés du rayon vers la normale. Cependant l'écriture de la loi de Descartes entre i' et r' est inchangée puisque la convention d'orientation de i' et r' est la même.

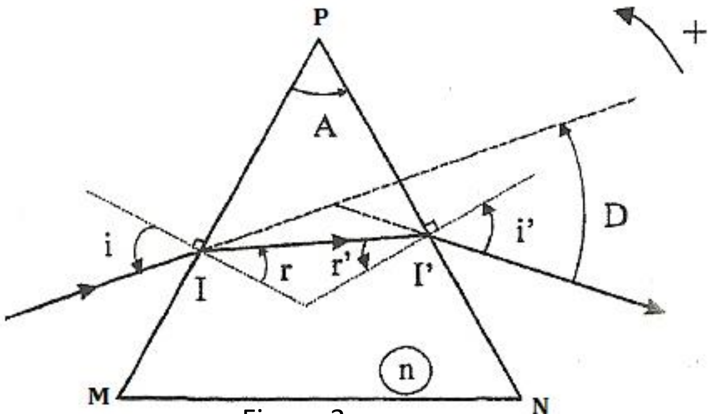


Figure 3

1. a) Etablir la relation entre i, r et n.
   b) Etablir la relation entre i', r' et n.
   c) Etablir la relation entre r, r' et A.

L'angle de déviation, noté D, représente l'angle entre le rayon émergent et le prolongement du rayon incident sur le prisme (orienté du rayon émergent vers le rayon incident). (cf figure 3)

   d) Etablir la relation entre D, i, i', r et r' puis entre D, i, i' et A.

On se place dans le cas où le rayon émerge du dioptre (PN). On cherche l'angle d'incidence i qui correspond à un extremum de D.

2. En dérivant successivement chacune des 4 relations précédentes par rapport à i, montrer que

$$\frac{dD}{di} = 1 - \frac{\cos(i)\cdot\cos(r')}{\cos(i')\cdot\cos(r)}$$

3. Quelle équation faut-il résoudre pour trouver un extremum de D ? En déduire que D est extrémal quand i = i’ (et donc r = r’). On admettra que l’extremum est un minimum (cf simulation). Donner alors le tableau de variations de D(i).
4. Déterminer la valeur de la déviation minimale D_m en fonction de A et de n.
5. Montrer que l’indice de réfraction n du prisme s’exprime en fonction de D_m et de A sous la forme :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

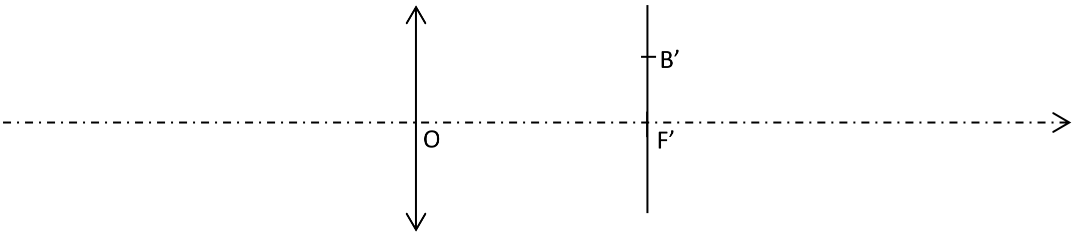
Conclusion : la connaissance du minimum de déviation permet de déterminer la valeur de l’indice n d’un prisme, connaissant l’angle au sommet A.

6. On mesure A = 60°03’ ; $D_m = 38°43'$. Calculer l’indice n.
7. La précision des mesures pour A et D_m est de 2’ d’arc. Pour déterminer l’incertitude-type sur n, on utilise le programme Python ci-dessous. Justifier ce code en le commentant.

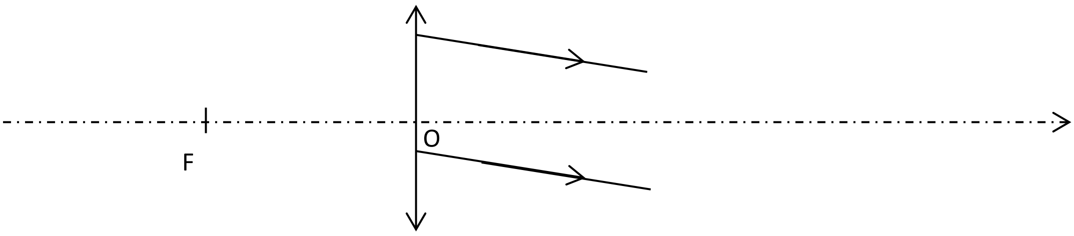
```python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

A = (60+3/60)*np.pi/180
Dm = (38+43/60)*np.pi/180
DeltaAD = 2/60*np.pi/180

def x(y,z):
    return (np.sin((y+z)/2)/np.sin(y/2))

N = 1000
lst_n = []
for i in range(N):
    lst_A = np.random.uniform(A-DeltaAD,A+DeltaAD)
    lst_Dm = np.random.uniform(Dm-DeltaAD,Dm+DeltaAD)
    lst_n.append(x(lst_A,lst_Dm))

print("indice n =", np.mean(lst_n))
print("incertitude-type sur l'indice u(n) =", np.std(lst_n,ddof=1))

plt.hist(lst_n,bins='rice')
plt.xlabel("n")
plt.show()
```

8 ✎ Foyers secondaires

1) Déterminer la direction des rayons issus d'un point source B dont l'image par la lentille est B'.

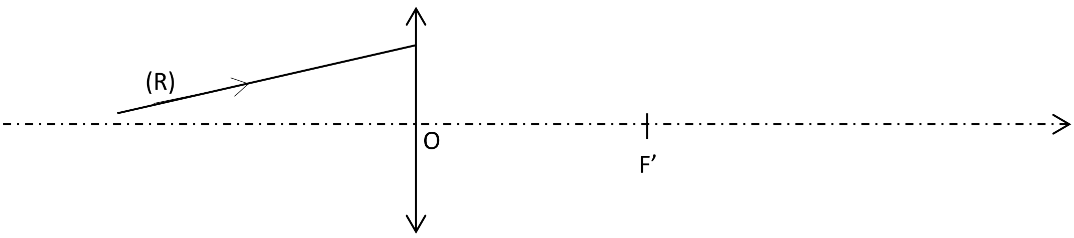


2) Déterminer le foyer objet secondaire dont sont issus les deux rayons émergents suivants :



9 ✎ Construction d'un rayon émergent *(cf méthode 1)*

➲ Tracer le rayon émergent de la lentille correspondant au rayon incident.



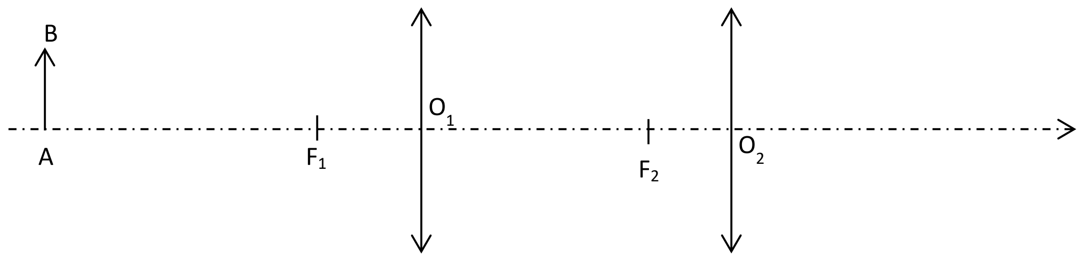
10 ✎ Confrontation résultats graphique et analytique *(cf méthode 2)*

On considère une lentille mince de distance focale image − 10 cm. Un objet réel AB est situé à 15 cm d'elle.
1) Construire géométriquement l'image de cet objet par la lentille.
2) Donner les caractéristiques de cette image.
3) Retrouver ces résultats analytiquement.

11 ✎ Caractéristiques d'un œil emmétrope

On s'intéresse à un œil emmétrope tel que la distance entre le cristallin et la rétine vaut d' = 12,0 mm.
Cet œil voit nettement un objet de taille t = 45 cm situé devant lui à d = 80,0 cm du cristallin.
1. Déterminer la vergence du cristallin pour cette situation. Commenter.
2.a) Quel est l'ordre de grandeur de la limite de résolution angulaire d'un œil emmétrope ?
2.b)En déduire l'ordre de grandeur de la taille d'un photorécepteur rétinien.
Alpha Centauri A et Alpha Centauri B sont deux étoiles qui forment une étoile double. Elles sont situées à une distance L ≈ 4,37 a.l. de la Terre. Elles orbitent l'une autour de l'autre en 80 ans, leur éloignement variant de 11,2 à 35,6 UA.
2.c) Est-il possible de distinguer ces deux étoiles à l'œil nu ?
<u>Données</u> : 1 a.l. = $9,46.10^{15}$ m ; 1 UA = $1,50.10^{11}$ m

12 Construction de l'image d'un objet par un système de 2 lentilles *(cf méthode 3.2)*



➲ Sur la figure ci-dessus, construire l'image de l'objet AB par le système optique formé des lentilles (L_1) et (L_2).

13 Caractéristiques d'une lentille

Un système optique centré (S) donne d'un objet réel AB une image réelle A'B' située sur un écran perpendiculaire à l'axe optique. On intercale une lentille (L) entre (S) et l'écran. On obtient une image deux fois plus grande et de même sens sur l'écran qu'il a fallu reculer de $d = 20\ cm$.
➲ Déterminer la nature de la lentille (L), sa position et sa distance focale.

14 Correction d'un œil myope

On considère deux lentilles L_1 et L_2 accolées, c'est-à-dire qu'on suppose qu'elles ont le même centre optique O et le même axe optique. On note v_1 (resp^t v_2) la vergence de L_1 (resp^t L_2).
1) Déterminer la relation de conjugaison de l'ensemble des deux lentilles accolées i.e. le lien entre la position de A (objet de L_1) et A'' (image finale formée par L_2). En déduire la vergence $v_{éq}$ de la lentille équivalente à l'ensemble $\{L_1 + L_2\}$.
2) On considère un œil myope tel que son punctum remotum est situé à 10 cm de la face avant de l'œil et la distance entre le cristallin et la rétine est de 22 mm. Quelle est la distance focale des lentilles de contact permettant la correction de cet œil ?

15 ✎ Lunette astronomique et lunette de Galilée

Ces lunettes sont destinées à l'observation, à l'œil, d'objets lointains. Ces instruments d'optique **visent à augmenter la taille apparente et la luminosité des objets** lors de leur observation.
Ces lunettes donnent une **image finale à l'infini** que l'œil emmétrope observe sans fatigue visuelle. Or l'objet observé est lui-même à l'infini, ces lunettes sont donc **afocales**.
On appelle AB l'objet observé, *A à l'infini sur l'axe optique et B à l'infini hors de l'axe*, et on note A''B'' l'image de AB par la lunette.
Une lunette est constituée :

- D'un <u>objectif</u> (L1) donnant de l'objet AB une image intermédiaire A'B' ;
- D'un <u>oculaire</u> (L2) donnant de l'objet A'B' l'image finale A''B'' à l'infini.

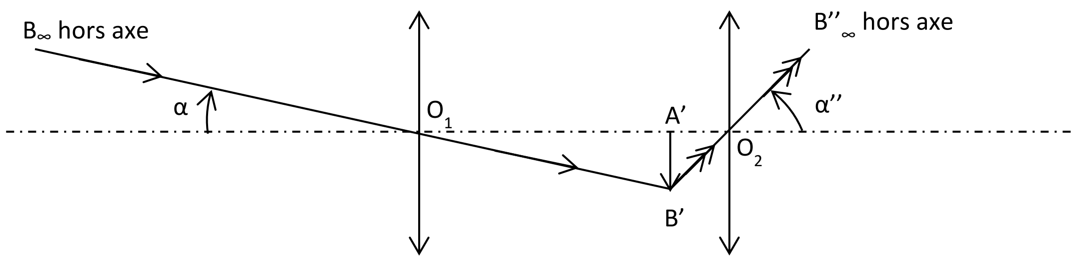
Lunette	Astronomique	De Galilée
Objectif	Lentille convergente	Lentille convergente
Oculaire	Lentille **convergente**	Lentille **divergente**

1. Déduire des positions de l'objet AB et de l'image finale A''B'', la contrainte imposée aux positions des foyers de chaque lentille. Faire un schéma de chaque lunette puis donner l'expression de la distance entre les deux centres optiques O_1O_2 en fonction des données.
2. Tracer la marche de deux rayons issus de B au travers de chaque lunette.
3. D'après la construction précédente, préciser le sens de l'image finale A''B'' avec chaque lunette.

La principale caractéristique d'une lunette est son grossissement :

$$G = \frac{\alpha''}{\alpha}$$

Avec α l'angle orienté d'inclinaison des rayons incidents issus de B par rapport à l'axe optique ;
et α'' l'angle orienté d'inclinaison des rayons émergents de la lunette, donnant B'', par rapport à l'axe optique.
Les angles orientés α et α'' sont définis sur la figure ci-dessous (lunette astronomique).



4. Dans les conditions de Gauss, montrer que : $G = -\frac{f_1'}{f_2'}$. Quelle inégalité les distances focales des lentilles (L1) et (L2) doivent-elles vérifier ?

Rq : L'objet AB et l'image finale A''B'' étant à l'infini, on ne peut pas caractériser la lunette par son grandissement : $\gamma = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}}$

16 Focométrie & Instruments d'optique : cf TP11A

17 Arc en ciel

Partie VI - Théorie géométrique de l'arc-en-ciel

Lorsque le soleil éclaire les gouttes d'eau, on peut observer dans certaines conditions un arc-en-ciel.

On considère une goutte d'eau sphérique, de diamètre D et d'indice de réfraction n. Les trajets des rayons lumineux sont représentés sur la **figure 7**.
Soit un rayon lumineux incident, arrivant avec un angle d'incidence i (qui n'est pas nécessairement petit) sur la goutte. On note r l'angle de réfraction associé à l'angle d'incidence i.

L'indice de l'air vaut $n_{\text{air}} = 1$.

On considère un rayon sortant de la goutte d'eau après une seule réflexion à l'intérieur de la goutte et deux réfractions à l'entrée et à la sortie de la goutte (**figure 7**) : ce rayon est à l'origine de l'arc-en-ciel principal.

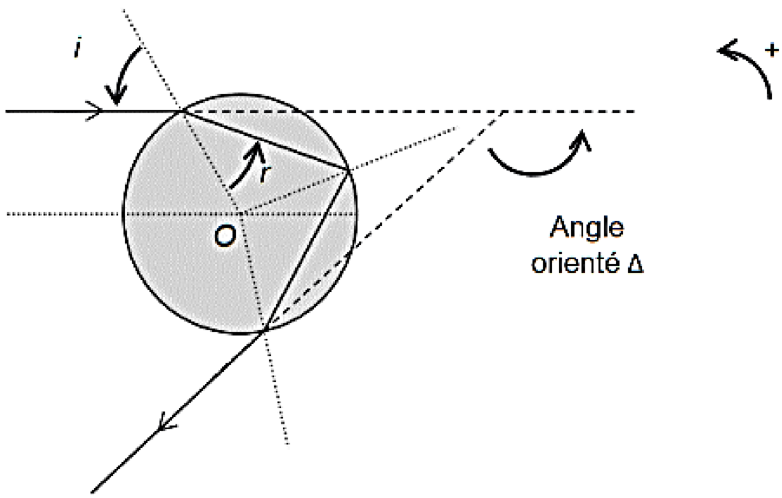


Figure 7 - Cas d'une réflexion et de deux réfractions

Q23. Rappeler les lois de Descartes de la réfraction et donner la relation entre l'angle d'incidence i et l'angle de réfraction r.

Q24. La déviation est l'angle dont il faut tourner le rayon incident pour l'amener sur le rayon émergent ; afin d'avoir une valeur positive, on considère ici son opposé, l'angle orienté Δ (**figure 7**).
Montrer que : $\Delta = \pi - 4r + 2i$.
Exprimer l'angle Δ en fonction de n et de $x = \sin(i)$.

Q25. Montrer que $\Delta(x)$ passe par un extremum lorsque x a pour valeur :

$$x_m = \sin(i_m) = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}.$$

Donnée : $\dfrac{d}{du}\text{Arcsin}(u) = \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2}}$.

Q26. Justifier à l'aide de la **figure 8** qu'on observe une accumulation de lumière dans la direction $\Delta_m = \Delta(x_m)$.

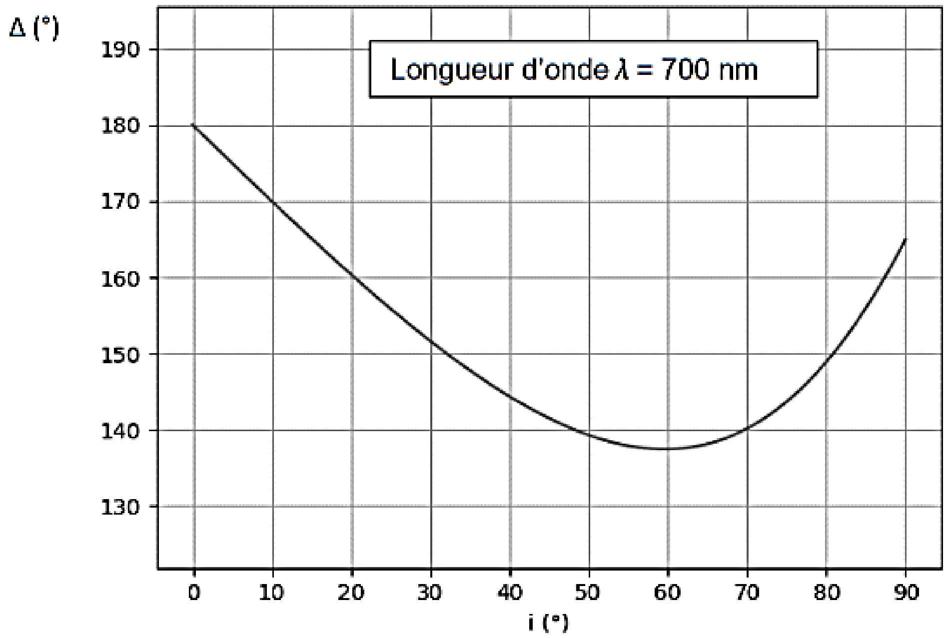


Figure 8 - Déviation en fonction de l'angle d'incidence

Q27. Calculer x_m et Δ_m (en degrés) dans le cas de l'eau, pour le violet ($\lambda = 400\,\text{nm}$, $n = 1{,}343$) et le rouge ($\lambda = 700$ nm, $n = 1{,}330$).

Q28. Sur un schéma faisant apparaître les rayons incidents, parallèles, le rideau de pluie et l'œil de l'observateur, tracer les rayons émergents rouge et bleu dans la direction Δ_m. L'observateur observe-t-il le rouge à l'intérieur ou à l'extérieur de l'arc ?

Partie VII - Théorie ondulatoire de l'arc-en-ciel

Q29. Cette question a pour but de rappeler certaines conditions d'observation des interférences lumineuses.

Deux sources lumineuses ponctuelles S_1 et S_2 émettent deux ondes électromagnétiques monochromatiques de pulsations respectives ω_1 et ω_2.

Ces deux ondes se propagent dans un milieu d'indice n et interfèrent en un point P après avoir parcouru les distances $x_1 = S_1P$ et $x_2 = S_2P$. On modélise les amplitudes des ondes en P par les grandeurs scalaires :

$$s_1(P,t) = a_1 \cos(\omega_1 t - k_1 x_1 + \varphi_1)$$
$$s_2(P,t) = a_2 \cos(\omega_2 t - k_2 x_2 + \varphi_2)$$

avec $k_i = n\dfrac{\omega_i}{c}\,(i = 1,2)$, a_1, a_2, φ_1, φ_2 constantes.

c est la célérité de la lumière dans le vide.

a) Donner un ordre de grandeur de ω_1 et ω_2 pour la lumière visible.

b) L'intensité lumineuse $I(P)$ observée à l'œil nu en P est proportionnelle à la valeur moyenne du carré de l'amplitude reçue en P, soit : $I(P) = K\langle s^2(P,t)\rangle_\tau$. Sur quelle durée τ cette valeur moyenne est-elle calculée ?

c) Calculer l'intensité $I(P)$ et montrer qu'elle s'écrit : $I(P) = I_1 + I_2 + I_{12}(P)$.

À quelle(s) condition(s) le terme $I_{12}(P)$ est-il non nul ?

Donnée : $\cos(a)\cos(b) = 1/2\left[\cos(a+b) + \cos(a-b)\right]$.

d) On suppose dans la suite que $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ et $\varphi_1 = \varphi_2$.

Montrer que l'intensité en P s'écrit $I(P) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos\left(\dfrac{2\pi}{\lambda}\delta(P)\right)$

où λ est la longueur d'onde dans le vide. La grandeur $\delta(P)$ sera exprimée en fonction de l'indice n du milieu, de x_1 et de x_2.

Il est possible (**photo 5**) dans un arc-en-ciel d'observer, outre les arcs décrits par l'optique géométrique, un phénomène d'interférences responsable d'arcs dits " surnuméraires ".

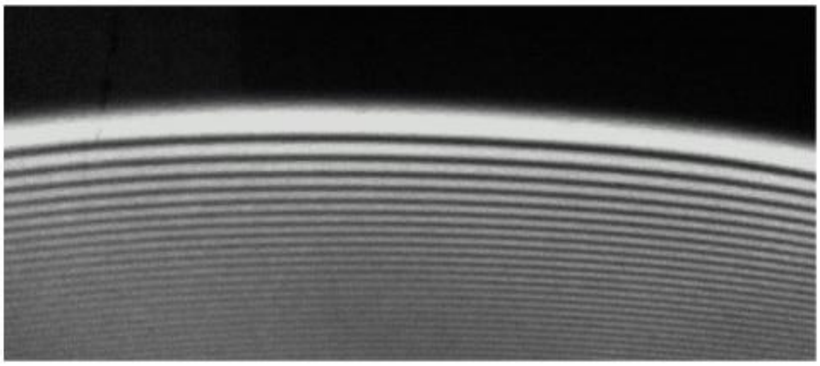


Photo 5 - Franges d'interférences obtenues en lumière monochromatique avec une goutte d'eau

Q30. Représenter la courbe $I(P)$ en fonction de $\delta(P)$. En observant la **photo 5**, que peut-on dire de I_1 et I_2 ?

On considère (**figure 9**) deux rayons d'incidences i_1 et i_2, voisins du rayon d'incidence i_m (en pointillés) sur une goutte d'eau, se réfléchissant une seule fois à l'intérieur de la goutte d'eau et émergeant dans des directions parallèles.

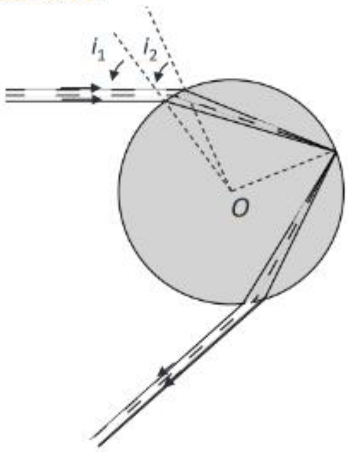


Figure 9 - Rayons responsables des interférences

Q31. Où ces rayons interfèrent-ils ?

Q32. On admet que la différence de marche en un point P du champ d'interférences s'écrit :

$$\delta(P) = D\left(\cos(i_2) - \cos(i_1)\right) - 2Dn\left(\cos(r_2) - \cos(r_1)\right).$$

Exprimer la condition permettant d'observer des interférences constructives. L'écart angulaire entre les franges est-il plus grand pour les petites ou les grosses gouttes ? Justifier qualitativement.

Q33. Les rayons incidents d'angles d'incidence $i_1 = 50{,}13°$ et $i_2 = 67{,}98°$ donnent pour une radiation rouge $(\lambda = 700$ nm, $n = 1{,}330)$ des rayons émergents parallèles.
Quel diamètre de goutte permettra d'observer la frange claire d'ordre -2 dans la direction des rayons émergents ?