

TDO2 – Interférences par division du front d'onde

0 Exercices classiques vus en cours sur le dispositif des trous d'Young :

A.2.a : Expressions de $\delta(M)$, $p(M)$, $I(M)$, i et C pour une source monochromatique et ponctuelle sur l'a.o. et un point M à grande distance du plan des trous

A.3 : Expressions de $\delta(M)$ pour une source monochromatique et ponctuelle sur l'a.o. et un point M dans le PFI d'une lentille

B.2.a-b : Expressions - de $\delta(M)$ et $p(M)$ pour une source monochromatique et ponctuelle hors de l'a.o. selon la direction de l'axe des trous - de Δp variation de p due à l'élargissement angulaire de la source

B.2.c : Dédire du critère semi-quantitatif de brouillage la longueur de cohérence spatiale de la source

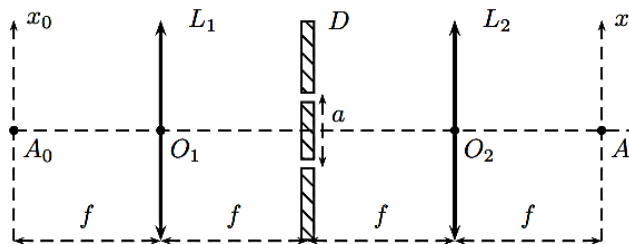
C.1.c : Expression de $\Delta p(M)$ variation de p due à la largeur spectrale de la source

C.2.b : Dédire du critère semi-quantitatif de brouillage des franges, un critère portant sur la différence de marche et la longueur de cohérence temporelle de la source

Capacités exigibles	Ch O2	Ex 1	Ex 2,6,7	Ex 3,5	Ex 4,8	TP 10B
Trous d'Young ponctuels dans un milieu non dispersif : source ponctuelle à distance finie et observation à grande distance. Champ d'interférences. Ordre d'interférences. Définir, exprimer et utiliser l'interfrange et l'ordre d'interférences. Justifier que les franges ne sont pas localisées.	•	•	•	•	•	•
Variations de l'ordre d'interférences avec la position du point d'observation. Franges d'interférences. Interpréter la forme de franges observées.	•	•	•	•	•	•
Variations de l'ordre d'interférences avec la position d'un point source. Perte de contraste par élargissement angulaire de la source. Utiliser un critère de brouillage des franges portant sur l'ordre d'interférences.	•	•		•		
Variations de l'ordre d'interférences avec la longueur d'onde. Perte de contraste par élargissement spectral de la source. Utiliser un critère de brouillage des franges portant sur l'ordre d'interférences.	•	•			•	

1 Evolution de la figure d'interférences

Un système optique, composé de deux lentilles minces convergentes identiques L_1 et L_2 , est éclairé par un faisceau de lumière monochromatique provenant d'un point source A_0 placé au foyer objet de L_1 . On place entre les deux lentilles, à mi-distance, un écran opaque D percé de deux fentes rectangulaires de largeur ϵ et de longueur $b \gg \epsilon$. Les deux fentes sont séparées par la distance a telle que $a \gg \epsilon$. On considère que les fentes sont infiniment minces et par conséquent qu'elles diffractent une amplitude identique dans toutes les directions de l'espace. L'ensemble du dispositif est représenté sur la figure 1.



- Calculer l'éclairement obtenu sur l'écran en fonction de x et décrire le phénomène observé sur ce même écran situé dans le plan focal image de la lentille L_2 . On donne $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$, $a = 0,05 \text{ mm}$ et $f = 1 \text{ m}$.
- Que se passe-t-il si on fait subir aux fentes d'Young :
 - une translation suivant la direction x ?
 - une rotation dans son propre plan ?
 - une dilatation, c'est-à-dire qu'on augmente la distance a qui sépare les fentes ?
- Que pensez-vous de l'influence de la distance entre les lentilles L_1 et L_2 et la fente ?
- Les fentes étant placées comme l'indique la figure 1, que se passe-t-il lorsqu'on fait subir à la source A_0 un petit déplacement suivant l'axe des x_0 ?
- On met maintenant au point A_0 une source lumineuse qui n'est plus monochromatique. Elle comporte en fait 3 longueurs d'ondes valant respectivement $0,5 \mu\text{m}$, $0,6 \mu\text{m}$ et $0,7 \mu\text{m}$. Expliquer rapidement mais soigneusement ce qu'il se produit.

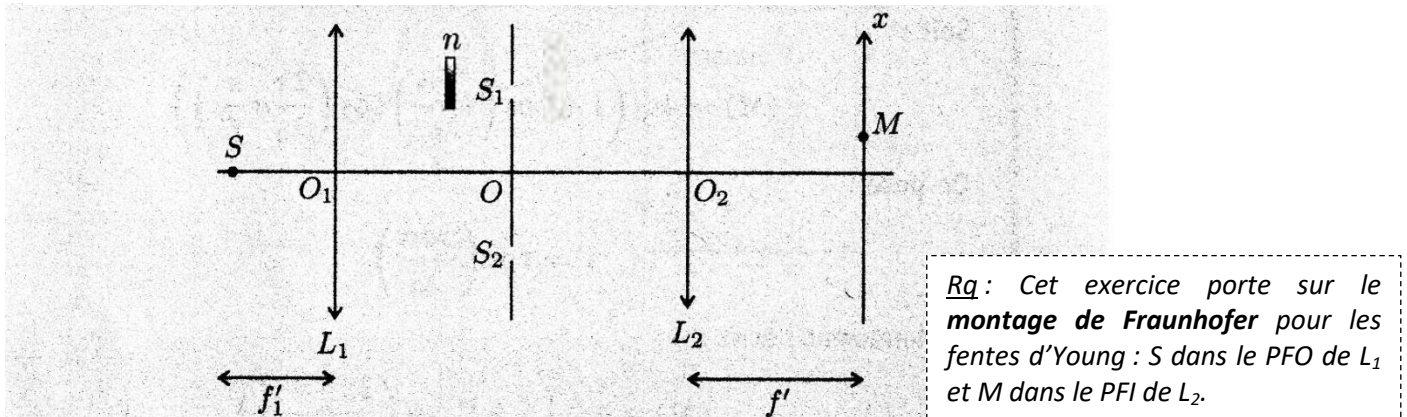
2 « *Lame de phase* » dans le dispositif des fentes d'Young – Montage de Fraunhofer

On réalise l'expérience des fentes d'Young sur la figure 1 sans la lame d'indice n . S_1 et S_2 sont deux fentes fines identiques. La source S monochromatique (de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 0,6 \mu\text{m}$) est elle aussi une fente fine parallèle à S_1 et S_2 et coïncide avec le foyer objet de la lentille L_1 ; l'écran d'observation se trouve dans le plan focal image de la lentille L_2 de distance focale $f' = 1,0 \text{ m}$. La distance $S_1 S_2$ est égale à $a = 1 \text{ mm}$. L'indice de l'air vaut 1,0.

1. Calculer l'interfrange i sur l'écran.

2. Sur le trajet du rayon parvenant à S_1 , on place une lame d'épaisseur e et d'indice n , ce qui engendre une translation des franges. Préciser le sens de la translation ($\pm u_x$) et calculer le déplacement des franges pour $e = 0,01 \text{ mm}$ et $n = 1,5$.

3. Si on dispose la lame après (et non avant) S_1 , justifier que l'on obtient approximativement le même résultat.



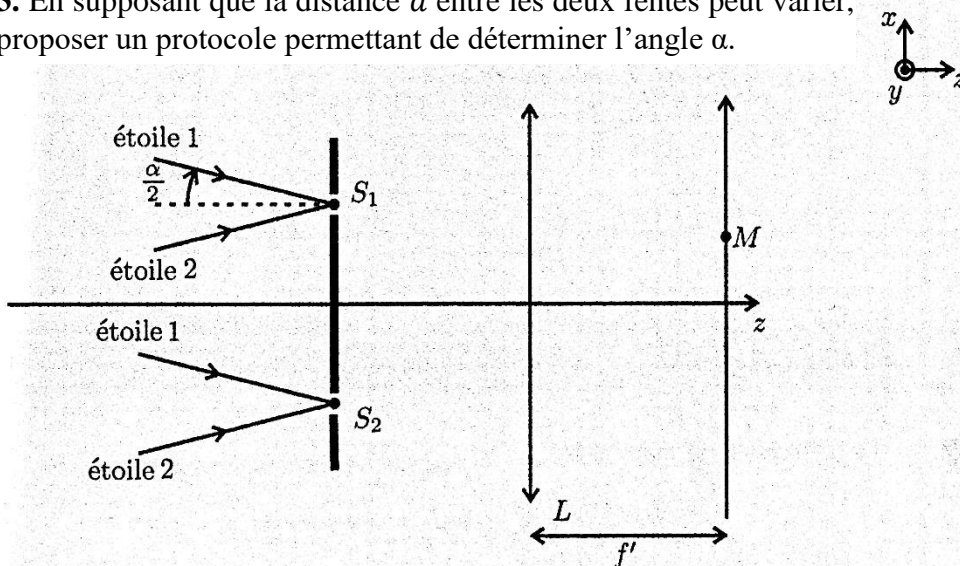
3 Principe de l'interférométrie stellaire avec les fentes d'Young (*Cohérence spatiale*)

On considère deux étoiles à l'infini faisant entre elles un angle α très faible, de même éclairement ϵ_0 , de même longueur d'onde. La lumière est diffractée par deux fentes S_1 et S_2 identiques, distantes de a et très fines. Un écran est placé dans le plan focal d'une lentille convergente de distance focale f' située après les fentes d'Young.

1. Calculer l'éclairement dû à chaque étoile en un point M de l'écran.

2. Déterminer le contraste de la figure d'interférences et en déduire pour quelles valeurs de a on observe un brouillage.

3. En supposant que la distance a entre les deux fentes peut varier, proposer un protocole permettant de déterminer l'angle α .



4 Fentes d'Young éclairées par un doublet spectral (cohérence temporelle)

Considérons un dispositif de fentes d'Young éclairé par une lampe à vapeur de mercure assimilée à une source ponctuelle située sur l'axe optique du montage, dont on isole le doublet jaune par un filtre approprié. Ce doublet est formé de deux raies très rapprochées, modélisées par deux raies monochromatiques de même intensité I_m et de longueurs d'onde $\lambda_1 = 577 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 579 \text{ nm}$.

Les fentes d'Young sont séparées d'une distance a et ont pour largeur $a/10$. Sur l'écran placé à la distance $D \gg a$ des fentes, on observe de longues franges rectilignes dans la direction (Oy) et réparties périodiquement le long de l'axe (Ox) .

1 - Pour une seule radiation monochromatique de longueur d'onde λ_0 , rappeler sans démonstration l'expression de l'ordre d'interférences au point de l'écran d'abscisse x puis celle de l'intensité. Définir l'interfrange. Pour laquelle des longueurs d'onde λ_1 ou λ_2 est-il le plus grand ?

2 - Les ondes issues de la raie 1 et celles issues de la raie 2 interfèrent-elles ? Montrer que l'intensité totale se met sous la forme

$$I(x) = I_{\text{moy}} \left[1 + \cos \left(2\pi \frac{\Delta\lambda}{2\lambda^2} \frac{ax}{D} \right) \cos \left(2\pi \frac{ax}{\lambda D} \right) \right]$$

avec I_{moy} une constante de proportionnalité dépendant de l'intensité I_m des raies ; $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ la séparation du doublet et $\lambda = (\lambda_1 + \lambda_2)/2$ sa longueur d'onde moyenne. Comme les deux longueurs d'onde sont très proches, on approximerait $\lambda_1 \lambda_2 \simeq \lambda^2$.

3 - Déterminer la période spatiale des deux cosinus. En déduire que l'un d'eux s'interprète comme un terme d'interférences et l'autre comme un facteur de contraste dépendant du point d'observation. Représenter alors schématiquement l'allure de $I(x)$.

4 - Pour deux fentes d'Young de largeur égale à $\frac{a}{10}$, estimer la taille de la figure d'interférences sur l'écran et le nombre de franges observables. Qu'observe-t-on réellement sur l'écran ?

5 Miroir de Lloyd (Cohérence spatiale)

Le dispositif de Lloyd permet d'obtenir des interférences à deux ondes. Il consiste en un miroir plan et un écran, éclairés par une source S supposée ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde λ_0 placée très près du miroir. On indique que la réflexion sur le miroir entraîne un déphasage de π de l'onde réfléchie.

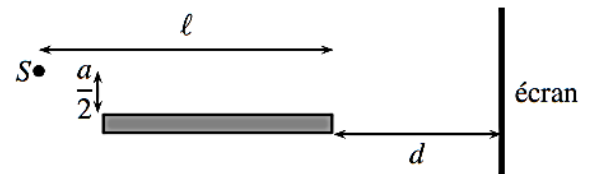


Figure 8.17 – Dispositif interférentiel du miroir de Lloyd.

1. Représenter la marche des deux rayons lumineux issus de S qui interfèrent en un point M de l'écran, on introduira pour cela l'image S' de S par le miroir. En déduire que le dispositif est équivalent à des trous d'Young.

2. Décrire le champ d'interférences.

3. L'écran est placé à la distance d du bord droit du miroir. La source est à la distance $a/2$ du miroir et la distance entre la source et le bord droit du miroir est notée ℓ . Déterminer la différence de marche $\delta(M)$ et l'ordre d'interférences $p(M)$. Décrire les franges d'interférences. Exprimer l'interfrange i .

4. Peut-on remplacer la source ponctuelle par une fente lumineuse allongée dans la direction orthogonale au plan de la figure 8.17 sans dégrader la visibilité des franges ?

5. On élargit maintenant la fente source dans la direction orthogonale aux franges. Sa largeur b est répartie également de part et d'autre de la position $a/2$. En utilisant le critère de visibilité des franges, exprimer en fonction de i , de a et b l'extension spatiale de la figure d'interférences où les franges restent visibles.

6 Observation de franges d'interférences (lien avec notions de 1^e année)

On place une source ponctuelle monochromatique (de longueur d'onde $\lambda = 500 \text{ nm}$) au foyer objet d'une lentille (L_0). On éclaire des fentes d'Young, distantes de 1 mm , par le faisceau émergent de (L_0). On place un écran à distance $D = 10 \text{ cm}$ des fentes. On considère un observateur sans défaut de vision.

1) Peut-il distinguer la figure d'interférences sur l'écran à l'œil nu ?

On place une lentille de distance focale f' entre l'œil et l'écran. La lentille est placée pour que les rayons lumineux en sortent à l'infini.

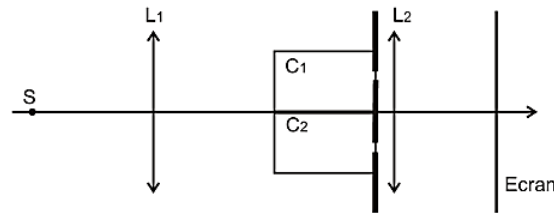
2) Etablir une inégalité sur f' pour que l'observateur puisse voir les franges.

7 Mesure de l'indice d'un gaz

On considère le montage des fentes de Young distantes de a représenté ci-dessous. S est au foyer de la lentille L_1 , l'écran est placé au foyer de la lentille L_2 . C_1 et C_2 sont deux cuves transparentes de même longueur intérieure ℓ et approximativement identiques (même épaisseur des faces). Initialement, les deux cuves sont remplies d'air dans les mêmes conditions de température et de pression.

1. Tracer la marche des rayons lumineux issus de S interférant en un point M de l'écran. Exprimer la différence de marche en M .
2. On vide la cuve C_2 . On admet que l'indice du milieu diminue au cours de cette opération. Dans quel sens se déplacent les franges sur l'écran ?
3. On remplit C_2 avec du gaz ammoniac. Le déplacement total des franges (opération 1 + opération 2) est de 17 franges vers le bas. Déterminer la différence entre les indices de l'air et du gaz.

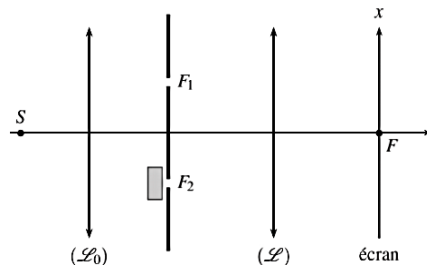
On donne $\ell = 10 \text{ cm}$ et $\lambda = 589 \text{ nm}$.



8 Frange achromatique

On considère le dispositif des fentes d'Young en lumière monochromatique avec observation dans le plan focal image d'une lentille \mathcal{L} , la source étant placée au foyer objet d'une lentille \mathcal{L}_0 .

1. Décrire la figure d'interférence observée ainsi que la répartition de l'intensité $I(x)$ sur l'écran. Calculer l'interfrange pour $F_1 F_2 = a = 1 \text{ mm}$, $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$ et $f' = 50 \text{ cm}$.
2. Une lame de verre d'épaisseur e , d'indice n , est placée devant F_2 (voir figure). Déterminer la nouvelle position de la frange centrale. De combien d'interfranges s'est-elle déplacée ? Faire l'application numérique pour $n = 1.50$ et $e = 0.01 \text{ mm}$.



On remplace désormais la source monochromatique par une source de lumière blanche. L'indice du verre varie avec la longueur d'onde dans le vide selon la loi de Cauchy

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} \quad \text{où} \quad A = 1.489 \quad \text{et} \quad B = 0.004 \mu\text{m}^2.$$

On appelle frange achromatique celle pour laquelle $\frac{\partial \Delta\varphi}{\partial \lambda}(\lambda_0) = 0$ pour $\lambda_0 = 600 \text{ nm}$, longueur d'onde moyenne du spectre visible, et avec $\Delta\varphi$ le déphasage entre les deux ondes qui interfèrent.

3. Déterminer la position de la frange achromatique. Donner, en interfrange, l'écart entre la frange achromatique et la frange centrale trouvée à la question précédente

Pour mesurer l'épaisseur e d'une lame à faces parallèles d'indice n , on mesure l'écart entre les positions, sur l'écran, de l'unique frange blanche (qui est aussi la mieux contrastée) avant et après l'introduction de la lame.

4. Quelle erreur relative commet-on sur la mesure de e si on considère $n = 1.500$ indépendamment de la longueur d'onde ?