

Durée 4h

*N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la **clarté**, à la **précision** et à la **concision** de la **rédaction**. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

RAPPEL DES CONSIGNES

- **Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable** pour la rédaction de votre composition ; **d'autres couleurs, excepté le vert**, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les **schémas** et la **mise en évidence des résultats**.
- **Ne pas utiliser de correcteur.**
- **Numéroter les copies** : "i/nombre total".
- **Respecter les notations** de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la **numérotation de la question posée**.
- **Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.**

Ex 1 : Les aciers inoxydables et la corrosion

Ce problème s'articule autour du rôle du chrome dans la corrosion intergranulaire. La partie I.A. traite de quelques propriétés atomiques de l'élément chrome. La partie I.B., composée de trois sous-parties indépendantes, propose l'étude du processus de corrosion intergranulaire.

Toutes les données nécessaires se trouvent au début de chaque partie. Tous les gaz seront considérés comme parfaits, les solutions idéales et les solides idéaux.

L'acier inoxydable est un alliage majoritairement composé de fer, de moins de 1,2 % (en masse) de carbone et contenant également au moins 10,5 % (en masse) de chrome nécessaire pour garantir la formation d'une couche passive résistante à la corrosion. En effet, au contact du dioxygène, une couche d'oxyde de chrome va se créer à la surface du matériau. Cette couche protège alors l'acier et a la particularité de pouvoir s'auto-régénérer.

Bien que les aciers inoxydables résistent bien à la corrosion généralisée, voire à la corrosion par piqûres, ils peuvent effectivement présenter une forte sensibilité à une attaque localisée le long des joints de grains dans certains milieux : ce type d'attaque est appelé corrosion intergranulaire. Diverses causes peuvent être à l'origine de cette attaque mais le cas le plus fréquemment rencontré est dû à l'état sensibilisé de l'acier : cet état est caractérisé par la formation, contrôlée par la diffusion, de composés riches en chrome, ce qui entraîne un appauvrissement en cet élément dans la matrice située de part et d'autre du joint de grain. Toutefois, un tel état ne provoque pas nécessairement une attaque : suivant le milieu en contact avec l'acier inoxydable, il y a ou non corrosion intergranulaire. Cela illustre bien que la sensibilité à ce type de corrosion est impérativement à associer à un couple matériau-milieu.

Partie I.A. Autour de l'élément chrome

Données :

- numéro atomique du Chrome Cr : $Z = 24$,
- $M(^{12}C) = 12,0 \text{ g.mol}^{-1}$,
- nombre d'Avogadro $N_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

Le chrome existe sous plusieurs formes isotopiques dont les plus abondantes sont données dans le tableau ci-dessous :

Isotope	^{50}Cr	^{52}Cr	^{53}Cr	^{54}Cr
Abondance naturelle (%)	4,35	83,79	9,50	2,36
Masse atomique (u.m.a)	49,946	51,941	52,941	53,939

I.4. Définir le mot isotope. Donner la composition du noyau atomique de chacun des isotopes cités.

I.5. Calculer la masse atomique du chrome à l'état naturel. En déduire la valeur de la masse molaire atomique du chrome naturel en g.mol^{-1} sachant que l'unité de masse atomique ($u.m.a$) représente $1/12$ de la masse d'un atome de carbone $^{12}_6C$.

Partie I.B. Corrosion intergranulaire d'un acier inoxydable

Données :

- à 298 K, on prendra : $(RT/F)\ln x = 0,06 \log x$ en volt (V),
- potentiels standards par rapport à l'électrode standard à hydrogène à 298 K :

Couples	$O_{2(g)}/H_2O$	$H_3O^+_{(aq)}/H_{2(g)}$
E° (V)	1,23	0,00

- $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$,
- nombre d'Avogadro $N_A = 6,02.10^{23} \text{ mol}^{-1}$,
- charge électrique élémentaire $e = 1,60.10^{-19} \text{ C}$,
- masse volumique $\rho_{acier} = 8,0.10^3 \text{ kg.m}^{-3}$,
- rayons atomiques

Atome	Ti	C
Rayons (pm)	145	77

- masses molaires atomiques

Atome	Ti	C	Fe
Masse molaire (g.mol^{-1})	47,9	12,0	55,6

Dans un souci de simplification et de modélisation, l'acier inoxydable étudié ici sera uniquement composé de fer Fe, de carbone C et de chrome Cr avec une teneur massique en chrome égale à 16,1 %.

Corrosion généralisée et acier inoxydable

La figure 1, page 4, présente un diagramme simplifié potentiel - pH du chrome à 298 K. La concentration des espèces dissoutes étant de 1 mol.L^{-1} , ce dernier fait intervenir 6 espèces : $Cr_{(s)}$, $Cr_{(aq)}^{2+}$, $Cr_{(aq)}^{3+}$, $Cr_2O_{3(s)}$, $Cr_2O_7^{2-}_{(aq)}$ et $CrO_4^{2-}_{(aq)}$.

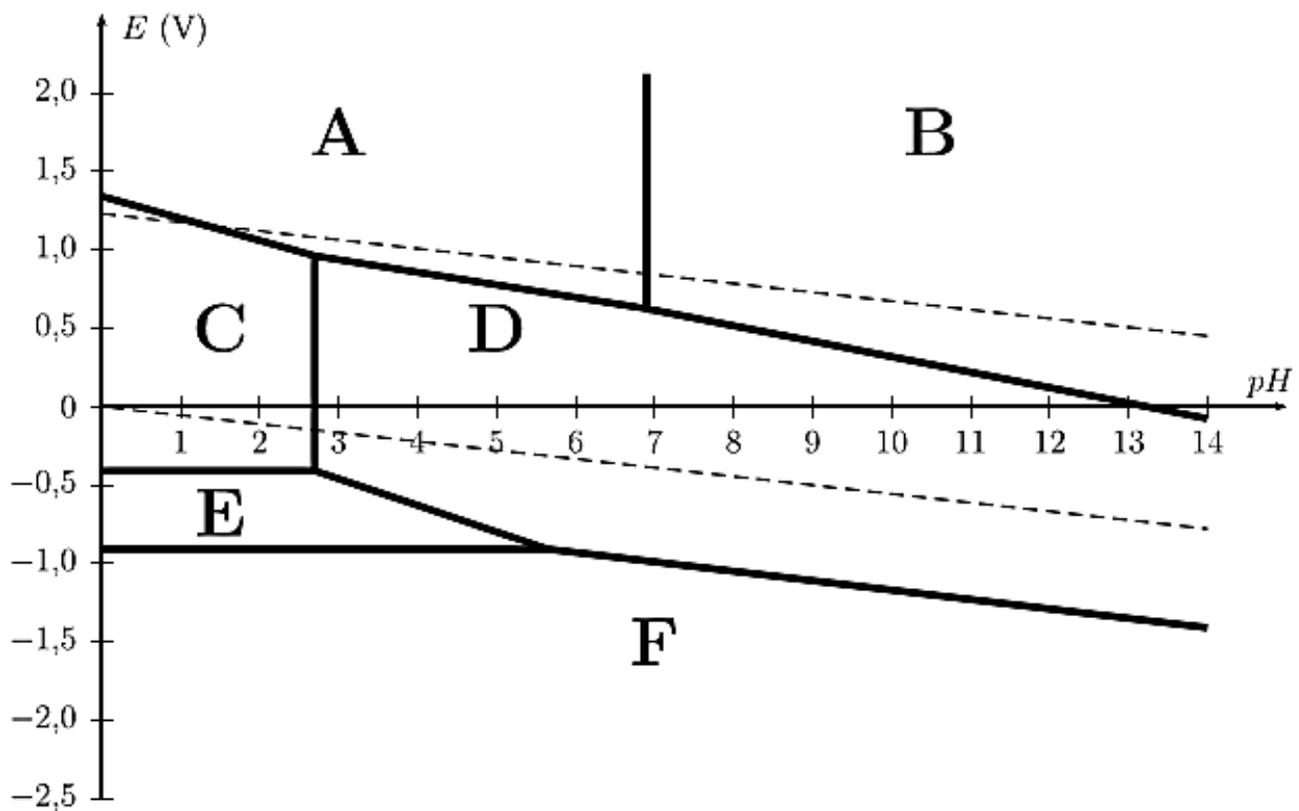


FIGURE 1 – Diagramme simplifié potentiel - pH du chrome à 298 K.

I.6. Indiquer pour chacun des domaines (A, B, C, D, E, F) du diagramme l'espèce chimique correspondante.

I.7. Sur ce diagramme ont été portées deux droites en pointillés délimitant le domaine de stabilité thermodynamique de l'eau. Rappeler les équations de ces deux droites en utilisant les conventions habituelles.

I.8. Discuter du comportement du chrome métallique dans une eau désaérée et dans une eau aérée.

Une couche de passivation dite native se forme toujours à la surface d'un acier inoxydable. Lorsque celui-ci est en présence d'une solution dont la valeur du pH est égale à 6, l'acier inoxydable résiste toujours très bien à l'oxydation.

I.9. Quel oxyde de chrome est responsable de la passivation ? Quelle est la conséquence pour l'acier inoxydable étudié ?

Pour étudier le comportement de cet acier, on plonge un échantillon de matériau dans une solution aqueuse acide et on fait varier lentement le potentiel tout en mesurant l'intensité du courant électrique issue des réactions électrochimiques qui se produisent. On obtient le tracé de la courbe intensité-potentiel $j_a = f(E)$ (voir figure 2, page 5) sur laquelle 3 zones se distinguent nettement : une zone de corrosion, une zone de passivation et une zone dite transpassive.

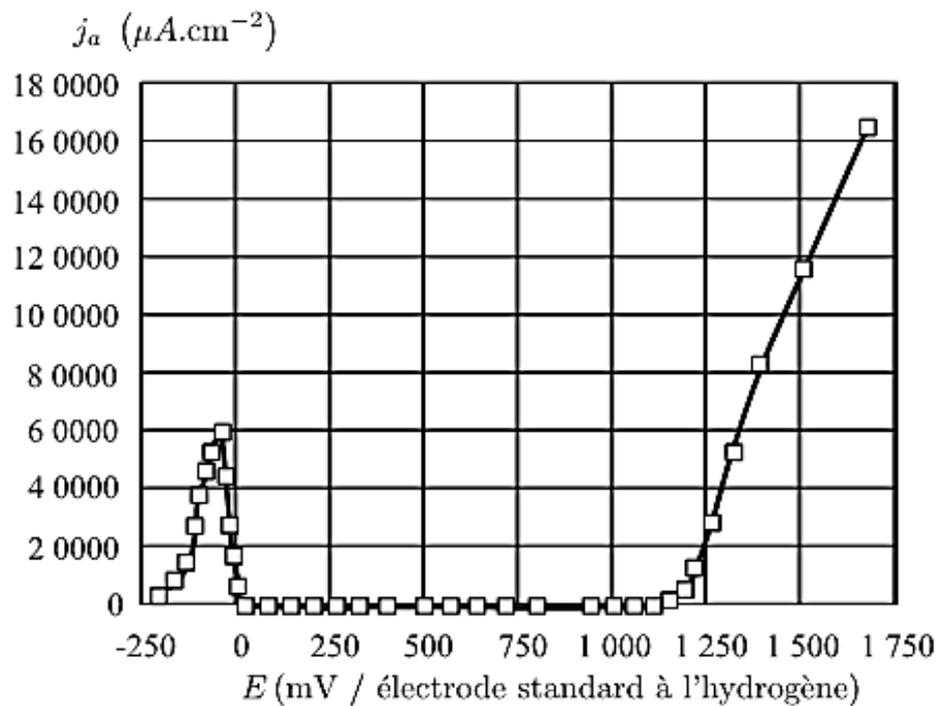


FIGURE 2 – Courbe intensité-potentiel $j_a = f(E)$ de l'acier inoxydable étudié en milieu acide. La teneur massique en chrome est de 16,1 %.

I.10. Faire un schéma du dispositif expérimental permettant de réaliser le tracé de la figure 2. On précisera notamment le rôle de chacune des électrodes utilisées.

I.11. Pour quelle(s) valeur(s) de potentiel cet acier est-il passivé? Ecrire la demi-équation électronique correspondante à la formation de la couche de passivation.

I.12. Dans la zone transpassive, la couche de passivation commence à se dissoudre et un dégagement gazeux peut également être observé. Interpréter ces faits expérimentaux.

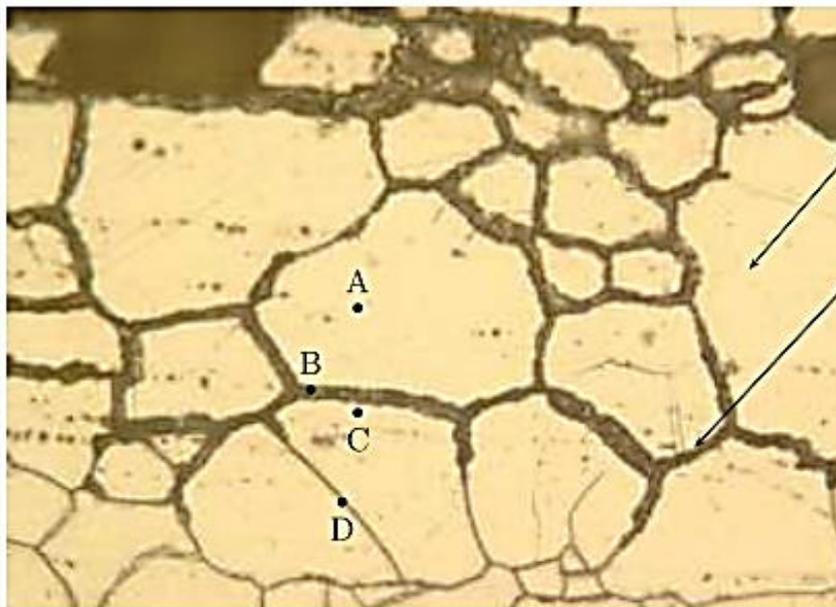
Rôle du chrome dans la corrosion intergranulaire

Document n° 1 - Corrosion intergranulaire et joints de grain

Les joints de grains sont des zones particulières : elles séparent des grains d'orientation cristallographique différente et constituent des sites favorables à la précipitation des carbures de chrome. Le cas le plus fréquent de corrosion intergranulaire est celui d'un alliage dit sensibilisé. Le phénomène de sensibilisation consiste en la précipitation, aux joints de grains, de composés riches en chrome : les carbures de chrome $\text{Cr}_{23}\text{C}_{6(s)}$ dont la teneur massique est très élevée (95 % en chrome). La matière adjacente se trouve alors appauvrie en cet élément : sa teneur en chrome passant sous le seuil critique des 12 % reconnu comme un minimum pour pouvoir développer une passivité stable.

La précipitation des carbures de chrome appauvrit en chrome les zones proches des joints de grain. En effet, en raison de leur plus grande taille, les atomes de chrome diffusent plus lentement que les atomes de carbone. Or, une faible teneur en chrome rend la passivation difficile. Ainsi, sous certaines conditions, les zones appauvries près des joints de grain deviennent alors actives, alors que le cœur du grain reste passif : il se forme ainsi une pile de corrosion.

La sensibilisation de l'acier est la conséquence d'un chauffage et d'un maintien suffisamment long entre 500 et 800 °C, d'un traitement d'hypertrempe (chauffage vers 1 050 °C) suivi d'un refroidissement trop lent. Cette sensibilisation peut aussi être provoquée par l'opération de soudage dans une zone (ayant atteint une température comprise entre 500 et 800 °C) appelée zone affectée thermiquement (ZAT) ou zone affectée par la chaleur (ZAC).



Grain d'acier inoxydable

Joint de grain

Le point A se trouve au sein d'un grain, le point B appartient à un joint de grain (en présence de carbure de chrome), le point C se trouve à proximité d'un joint de grain et le point D appartient à un joint de grain (en l'absence de carbure de chrome).

FIGURE 3 – Photographie de la structure d'une pièce en acier inoxydable soumise à la corrosion intergranulaire.

Document n° 2 - Représentation de la déchromatisation aux joints de grain par suite de la précipitation de carbures de chrome

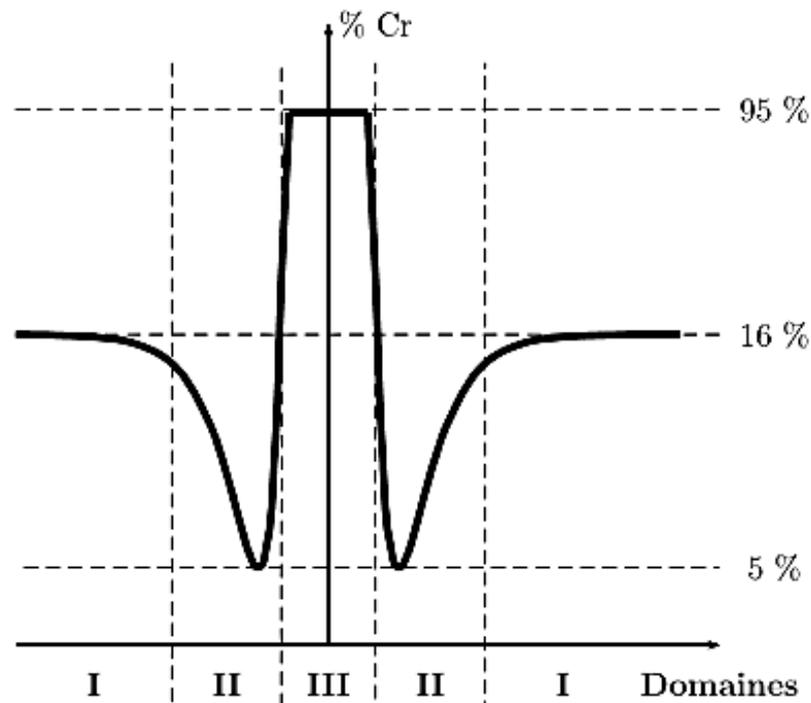


FIGURE 4 - Evolution de la teneur en chrome dans une pièce d'acier inoxydable soumis à la corrosion intergranulaire (échelle des ordonnées non respectée).

Document n° 3 - Influence de la teneur en chrome dans un acier inoxydable

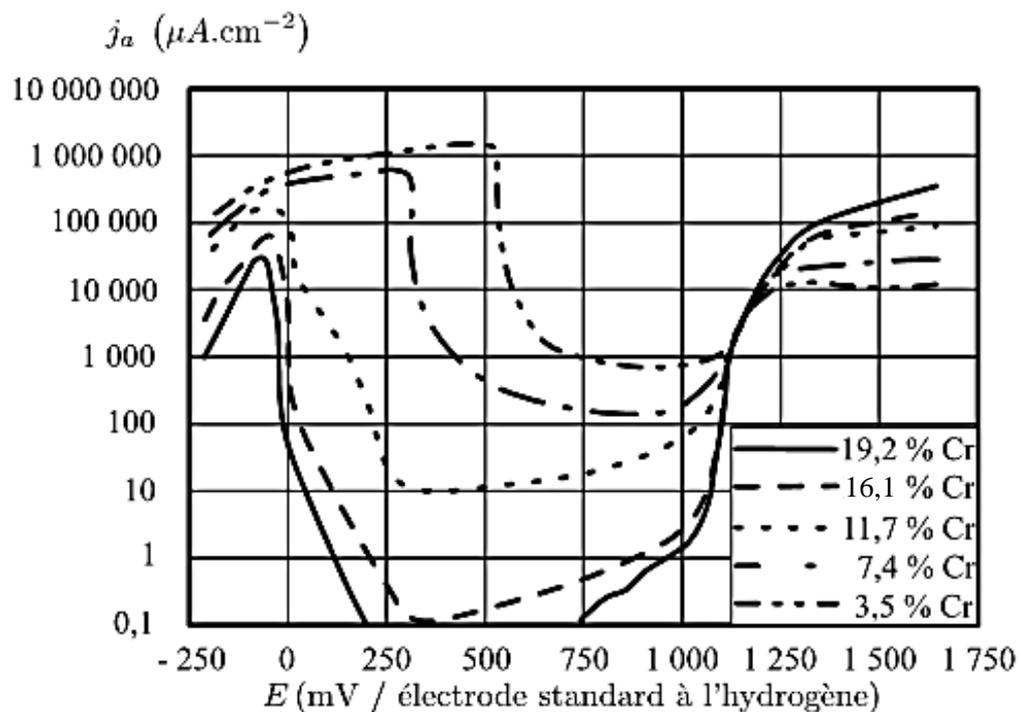


FIGURE 5 - Courbes intensité-potential $j_a = f(E)$ d'aciers inoxydables en milieu aqueux acide en fonction de leur teneur en chrome. L'échelle utilisée sur l'axe des ordonnées est logarithmique.

Document n° 4 - Utilisation d'une échelle logarithmique

Pour lire des valeurs sur une échelle logarithmique, on procède de la manière suivante :

- soit L la distance (cm, mm, m, ...) entre deux graduations (1 à 10, 10 à 100, ...),
- soit ℓ la distance (cm, mm, m, ...) de la graduation de gauche au point qui vous intéresse.

On calcule désormais le terme $10^{\ell/L}$. En multipliant par la graduation de gauche (1, 10, 100, ...) par $10^{\ell/L}$, on trouve la valeur du point recherché.

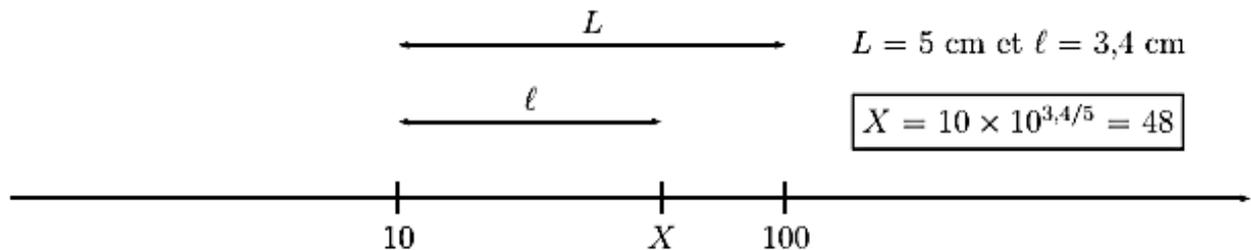


FIGURE 6 – Lecture sur une échelle logarithmique.

I.13. Sachant que le carbure de chrome est une espèce inerte, expliquer pourquoi l'existence de ce précipité au niveau du joint de grain est responsable de l'apparition d'une pile de corrosion. Préciser alors où se trouvent les zones anodique et cathodique à l'aide d'un schéma succinct.

I.14. A quel(s) domaine(s) de la figure 4 (document n° 2, page 7) appartiennent les points A, B et C relatifs au document n° 1 (page 6) ? Justifier succinctement.

On souhaite fabriquer une pièce dont la durée de service en milieu acide est estimée à 4 000 heures et fonctionnant sous un potentiel de 750 mV/E.S.H. On définit à ce stade la densité de courant anodique j_a et le volume du matériau V concerné lors de l'étude :

$$j_a = \frac{i_a}{S} \quad \text{et} \quad V = S \times \delta$$

I.15. Exprimer l'épaisseur de fer dissout notée δ en fonction notamment de la densité de courant anodique j_a , de la masse volumique de l'acier ρ_{acier} , de la durée de fonctionnement Δt et de la masse molaire du fer M_{Fe} . On supposera que le fer s'oxyde en ions fer II et la masse de fer oxydée sera assimilée à celle de l'acier.

I.16. Calculer alors l'épaisseur δ de la couche attaquée après 4 000 heures de fonctionnement pour l'acier inoxydable étudié.

I.17. Sachant qu'une pièce en acier inoxydable n'est plus utilisable si l'épaisseur de la couche attaquée est de l'ordre de 100 μm , vérifier que la teneur en chrome de celle-ci est inférieure à 12 %.

Ex 2 : Loi de Moore

Le premier circuit intégré composé de quelques transistors a été réalisé en 1958 par Jack Kily. Un circuit intégré se compose d'une plaque de silicium dont on a localement modifié les propriétés électriques grâce au dopage afin de créer des transistors interconnectés. Depuis lors les avancées technologiques, ainsi que les avancées en physique fondamentale ont permis de multiplier le nombre de transistors sur un circuit intégré : de 2300 transistors en 1971, ce nombre est passé à $2,6 \times 10^9$ en 2013.

L'augmentation des performances de stockage est allée de pair. Il fallait une petite armoire pour stocker un disque dur d'un mégaoctet en 1964 (figure 1), actuellement un téraoctet (10^{12} octets) tient dans une main. En 1965 Gordon Moore, un des fondateurs de la société Intel, énonce une conjecture (première loi de Moore) :

La complexité des circuits intégrés d'entrée de gamme double tous les ans.

Dans ce problème on étudie quelques aspects de la physique et de la chimie dans les ordinateurs, qui ont permis la réalisation de la loi de Moore jusqu'à nos jours.

Conseils généraux

- Les applications numériques seront faites avec un nombre de chiffres significatifs adapté.
- Les données numériques sont fournies en fin d'énoncé.
- Les quatre parties du problème sont largement indépendantes, mais les données numériques fournies dans les différentes parties sont susceptibles d'être utilisées dans toutes les parties.
- **Certaines questions, repérées par une barre en marge, ne sont pas guidées. Elles nécessitent plus de temps pour élaborer un modèle ou un raisonnement, le barème en tient compte.**



Figure 1 Disque dur de 1 mégaoctet en 1964

I Numérisation avant stockage

Dans tout système de stockage numérique de données, la première étape est celle de la numérisation. Les signaux du monde réel sont analogiques, pour les transformer en signaux numériques on utilise un convertisseur numérique analogique, noté CAN par la suite.

I.A - Au cœur de tous les convertisseurs se trouve un compteur (noté F sur la figure 2), commandé par un signal d'horloge (noté D) qui incrémente le compteur à chaque bip d'horloge (le compteur est lui même commandé par une logique de commande notée E). La fréquence du signal d'horloge est de l'ordre de quelques GHz, on la suppose parfaitement stable. Le compteur compte à partir de zéro, dès que la commande de compter lui a été donnée, au rythme imposé par le signal d'horloge. Il fournit en sortie un nombre codé sur N bits.

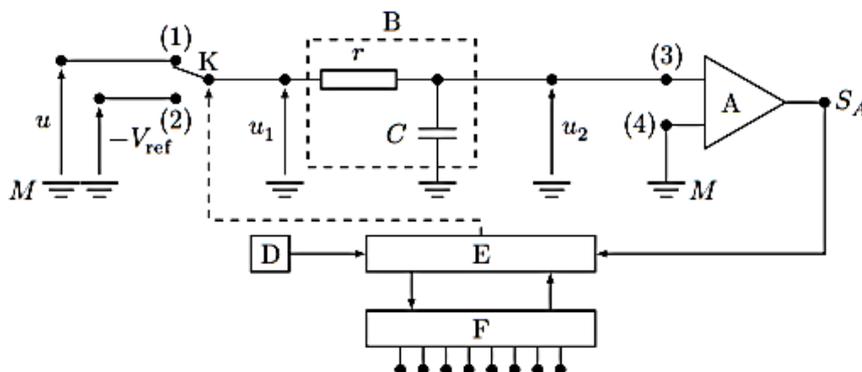


Figure 2

I.A.1) Avec quelle précision maximale mesure-t-on une durée à l'aide d'un compteur dont le signal d'horloge a une fréquence $f_{ck} = 1 \text{ GHz}$?

I.A.2) L'architecture des premiers CAN était de type « série », elle est modélisée par le dispositif schématisé sur la figure 2. La tension positive u dont la valeur est comprise entre 0 V et V_{ref} ($V_{ref} = 2 \text{ V}$), supposée constante pendant la durée de la numérisation, est convertie en un nombre s_N .

Le convertisseur est composé d'un circuit r, C formant le bloc B, d'un comparateur A, et d'éléments intégrés parmi lesquels le bloc logique de commande E, le générateur de signal d'horloge D et le compteur sur N bits F. Les résistances d'entrée des blocs A, E et F sont infinies.

Le module A compare les potentiels des nœuds (3) et (4). Lorsque $V_{(3)} > V_{(4)}$, son potentiel de sortie V_{S_A} est au niveau haut, de sorte que $v_{S_A} = V_{S_A} - V_M = 5$ V. Lorsque $V_{(3)} < V_{(4)}$, son potentiel de sortie est au niveau bas ($v_{S_A} = 0$ V). Il commande ainsi le bloc logique E.

L'interrupteur K est commandé par le bloc logique E, ce qui est symbolisé par un trait pointillé.

a) Préciser ce qu'on appelle masse dans un montage électrique.

b) Représenter le graphe de la tension $v_{S_A} = V_{S_A} - V_M$ en fonction de u_2 .

I.A.3) Partant d'une situation où le condensateur est déchargé, E commande à l'instant $t = 0$ la mise en position (1) de l'interrupteur K. L'interrupteur reste dans cette position pendant une durée $t_1 = \frac{2^N - 1}{f_{ck}}$ qui correspond à un cycle complet de comptage du compteur sur N bits. Étudier u_2 en fonction du temps entre $t = 0$ et t_1 . Faire apparaître une constante τ , homogène à un temps, caractéristique du bloc B.

I.B – Pour toute la suite, on choisit les valeurs de r et C de sorte que $t_1 \ll \tau$.

I.B.1)

a) Donner alors l'expression simplifiée de u_2 en fonction du temps, ainsi que le lien simplifié entre u_1 et $\frac{du_2}{dt}$.

b) Quelle est alors la fonction du bloc B ?

c) Que vaut v_{S_A} entre 0 et t_1 ?

I.B.2) Le bloc de commande fait basculer l'interrupteur K en position (2) à l'instant t_1 et déclenche le comptage. Celui-ci dure jusqu'à l'instant $t_1 + t_2$ tel que le signal v_{S_A} soit modifié.

a) Exprimer t_2 en fonction de u , t_1 et V_{ref} .

b) Représenter sur un même graphe u_2 et u_1 en fonction du temps, entre $t = 0$ et $t = t_1 + t_2$.

c) Quel est le lien entre s_N et t_2 ?

I.B.3) Quelle est la durée maximale de la conversion analogique numérique pour un convertisseur 8 bits commandé par un signal d'horloge de fréquence $f_{ck} = 1$ GHz ?

En déduire une condition sur la fréquence des signaux qu'on peut numériser avec un tel convertisseur. Commenter.

I.C – Les convertisseurs plus récents ont une architecture parallèle.

La figure 3 représente un convertisseur 3 bits, qui convertit une tension u qui vérifie $0 < u < V_{ref}$. Il est composé de 7 comparateurs, d'une logique de commande et de résistances de valeur r , $2r$ et $3r$. Les comparateurs ont une impédance d'entrée infinie et délivrent un signal logique qui est au niveau haut lorsque la patte reliée à u a un potentiel supérieur à celui de la patte reliée à V_{ref} par l'intermédiaire des résistances.

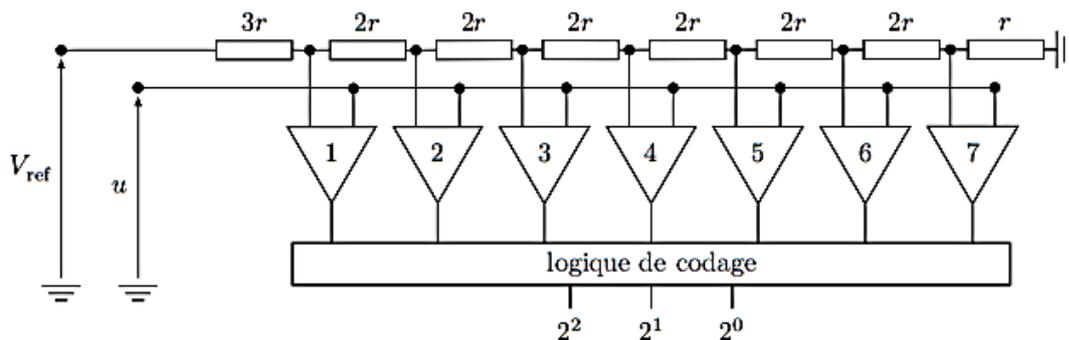


Figure 3

I.C.1) Expliquer le fonctionnement de ce convertisseur.

On note u_N la tension numérisée, reconstituée à partir de s_N . Comment passe-t-on de s_N à u_N ?

I.C.2) Pour un convertisseur 8 bits, combien faut-il de comparateurs ?

Quels sont les avantages et inconvénients comparés des convertisseurs série et parallèle ?

I.D – La figure 4 représente le signal numérisé s_N en fonction de la tension à numériser u .

I.D.1) Que vaut N dans l'exemple donné ?

I.D.2) Donner les valeurs de s_N en base 2 et de u_N pour $u = 1,28$ V.

I.D.3) Quel type d'erreur induit la numérisation ? Préciser l'écart maximal entre la valeur de la tension numérisée u_N et u .

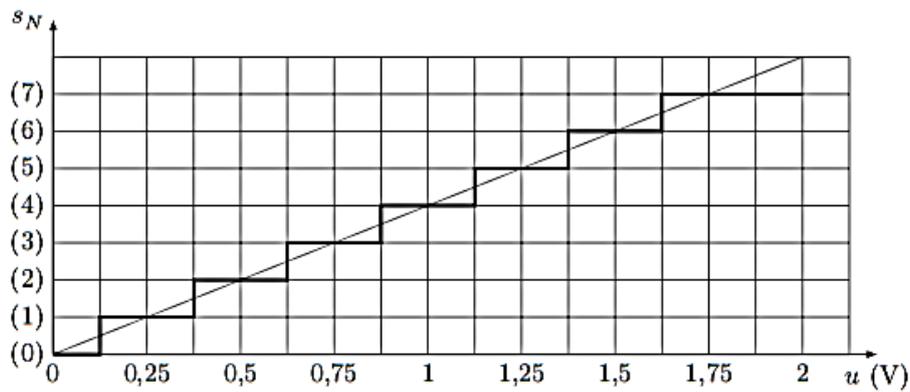


Figure 4

I.E – On souhaite enregistrer un signal musical avec une haute fidélité. Le signal à échantillonner possède des harmoniques très élevées, qui risquent de nuire à la qualité de l'enregistrement. Avant la numérisation, le signal doit être filtré. Un document en annexe fournit les spécifications du LMF100, qui est un composant intégré. Il réalise différents types de filtrages, selon les branchements qu'on lui applique. Dans ce document, la grandeur s est égale à $j\omega$ où ω est la pulsation des signaux sinusoïdaux et $j^2 = -1$.

I.E.1) Quel type de filtre doit-on utiliser et pourquoi ? Préciser la bande de fréquences qu'il doit sélectionner.

I.E.2) Proposer une valeur de la fréquence d'échantillonnage adaptée à la situation.

I.F – Quatre essais ont été réalisés en laboratoire, à quatre fréquences différentes, avec un filtre d'ordre 2 réalisé avec le LMF100. Sur les quatre oscillogrammes relevés figure 5, $s_2(t)$ désigne la tension de sortie du filtre et $s_1(t)$ la tension d'entrée.

Déduire de ces quatre essais la nature du filtre testé, ainsi que ses caractéristiques : fréquence propre, fréquence de coupure, facteur de qualité. Expliciter clairement la démarche et commenter les résultats obtenus.

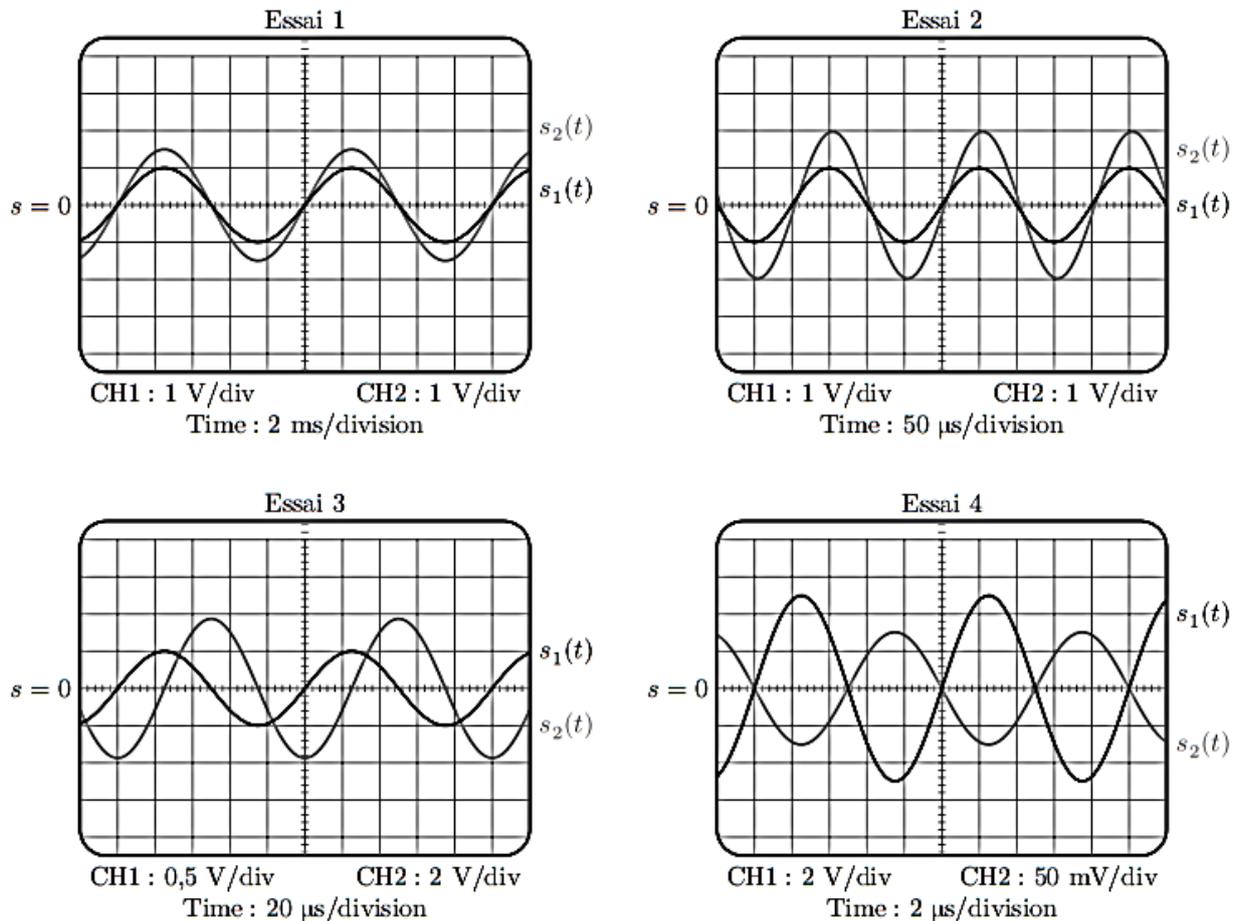


Figure 5

IV Dissipation thermique dans les systèmes électroniques

Les microprocesseurs des ordinateurs actuels sont constitués de plus d'un million de transistors répartis sur une plaque de silicium de quelques cm^2 . L'évacuation de la chaleur dégagée par le microprocesseur est indispensable pour le bon fonctionnement du composant.

IV.A – On étudie tout d'abord le transport thermique à travers un objet solide parallélépipédique, de dimensions $a \times b \times \ell$ avec $a \gg \ell$ et $b \gg \ell$, lorsque les faces repérées par les points O et A sont uniformément aux températures T_1 et T_0 respectivement (cf figure 9). L'objet est caractérisé par sa masse volumique μ , sa capacité thermique massique c et sa conductivité thermique λ . L'origine de l'axe des x est prise en O .

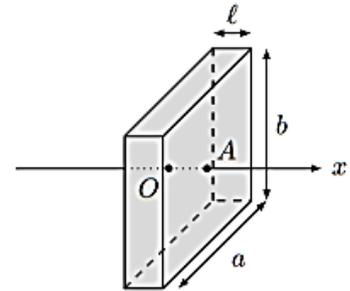


Figure 9

IV.A.1) Justifier qu'on puisse considérer que la température dans le solide est une fonction de x et t seulement.

IV.A.2) Établir l'équation de la diffusion thermique vérifiée par la température $T(x, t)$ dans le solide considéré.

IV.A.3) Les températures T_0 et T_1 étant constantes, on étudie le régime stationnaire. Établir la loi d'évolution de la température dans le solide en fonction de x .

Exprimer la puissance thermique Φ qui traverse le solide de O vers A .

IV.A.4) Montrer qu'on peut relier la différence de températures $T_1 - T_0$ au flux Φ , de façon analogue à la loi d'Ohm en électrocinétique, faire apparaître la résistance thermique R_{th} de l'objet parallélépipédique.

IV.B – Lorsqu'un solide est placé dans l'air dont la température est uniforme égale à T_a , l'échange thermique qui s'effectue à l'interface entre l'air et le solide est conducto-convectif. C'est à dire que dans une mince couche de fluide en surface du solide le gradient de température entraîne un mouvement de convection du fluide. Il en résulte une expression de la quantité de chaleur qui est transférée du solide vers l'air pendant dt à travers une surface de section $dS = dy dz$:

$$\delta Q_{cc} = h(T_0 - T_a) dy dz dt$$

où h est appelé coefficient de Newton, qui caractérise l'échange thermique entre le solide et le fluide et T_0 est la température de surface du solide (cf. figure 10).

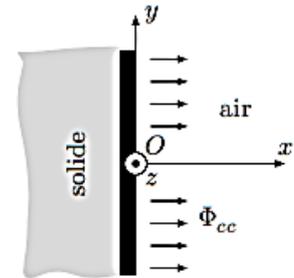


Figure 10

IV.B.1) Donner l'unité de h dans le système international d'unités.

Définir puis exprimer la résistance thermique R_h qui modélise l'échange thermique conducto-convectif pour une surface S de solide.

IV.B.2) Dans le cas d'une interface silicium/air, $h_s = 30$ S.I. si l'air environnant est immobile et vaut $h_c = 300$ S.I. si l'air environnant est brassé, par exemple grâce à un ventilateur.

On considère un parallélépipède de dimensions $a \times b \times \ell = 40 \times 24 \times 1,5 \text{ mm}^3$. Calculer les valeurs des résistances thermiques R_{th} dans le cas où l'objet est en cuivre puis en silicium, calculer aussi R_h l'air étant immobile, commenter.

IV.C – Dans le cas du microprocesseur dont la documentation est fournie en annexe, estimer la durée Δt au bout de laquelle celui-ci est détruit en l'absence de dispositif de refroidissement.

Données

Constante d'Avogadro

$$\mathcal{N}_a = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

Constante de Boltzmann

$$k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$$

Constante universelle des gaz parfaits

$$R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$$

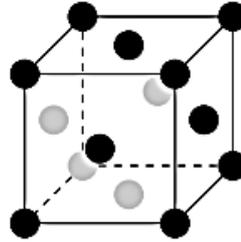
Masse d'un électron

$$m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

Expression du facteur de Boltzmann

$$\exp\left(-\frac{e}{kT}\right)$$

Maille d'un réseau cubique faces centrées



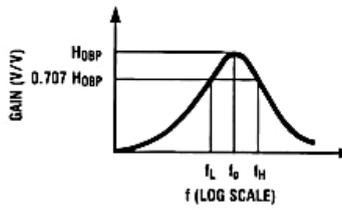
Données sur le cuivre et le silicium

	Cu	Si
Numéro atomique	29	14
Masse atomique relative ($\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)	63,546	28,0855
Température de fusion ($^{\circ}\text{C}$)	1083	1410
Température d'ébullition ($^{\circ}\text{C}$)	2567	2355
État de la matière à 20°C et 1 bar	solide	solide
Densité à 20°C ($\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$)	8,92	2,33
Niveaux d'oxydation	1 ou 2	-4 ou 4
Électronégativité	1,75	1,74
Rayon atomique (pm)	127,8	117,6
Configuration électronique	$[\text{Ar}]3d^{10}4s^1$	$[\text{Ne}]3s^23p^2$
Énergie d'ionisation (eV)	7,7264	8,1517
Fraction de masse dans le géosphère (%)	0,01	25,8
Conductivité électrique ($\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$)	$59,6 \times 10^6$	$2,52 \times 10^{-4}$
Conductivité thermique ($\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	401	148
Chaleur massique ($\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$)	380	700

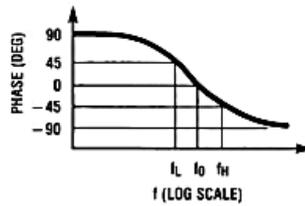
Annexe

Filtres réalisables avec le LMF100

$$H_{BP}(s) = \frac{H_{OBP} \frac{\omega_0}{Q} s}{s^2 + \frac{s\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$



(a)



(b)

$$Q = \frac{f_0}{f_H - f_L}; f_0 = \sqrt{f_L f_H}$$

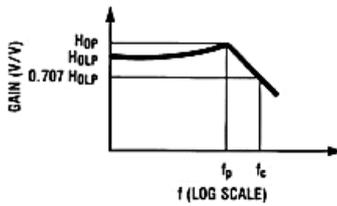
$$f_L = f_0 \left(\frac{-1}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} \right)$$

$$f_H = f_0 \left(\frac{1}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} \right)$$

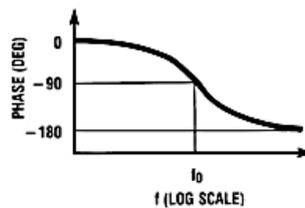
$$\omega_0 = 2\pi f_0$$

FIGURE 1. 2nd-Order Bandpass Response

$$H_{LP}(s) = \frac{H_{OLP} \omega_0^2}{s^2 + \frac{s\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$



(a)



(b)

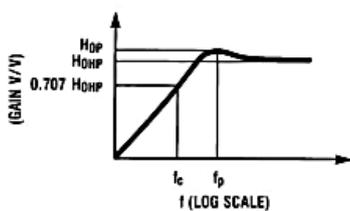
$$f_c = f_0 \times \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) + \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)^2 + 1}}$$

$$f_p = f_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

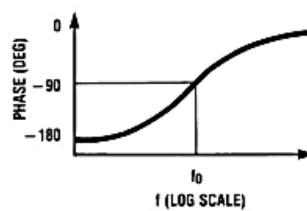
$$H_{OP} = H_{OLP} \times \frac{1}{Q \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$$

FIGURE 2. 2nd-Order Low-Pass Response

$$H_{HP}(s) = \frac{H_{OHP} s^2}{s^2 + \frac{s\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$



(b)



$$f_c = f_0 \times \left[\sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) + \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)^2 + 1}} \right]^{-1}$$

$$f_p = f_0 \times \left[\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \right]^{-1}$$

$$H_{OP} = H_{OHP} \times \frac{1}{Q \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$$

FIGURE 3. 2nd-Order High-Pass Response

Spécification du microprocesseur i7-4500U

Status	Launched
Launch Date	Q3'13
DMI2	5 GT/s
Processor Number	i7-4500U
# of Cores	2
# of Threads	4
Clock Speed	1.8 GHz
Max Turbo Frequency	3 GHz
Intel® Smart Cache	4 MB
Instruction Set	64-bit
Instruction Set Extensions	SSE 4.1/4.2, AVX 2.0
Lithography	22 nm
Max TDP	15 W
Recommended Customer Price	TRAY: \$393.00
Max Memory Size (dependent on memory type)	16 GB
Memory Types	DDR3L-1333/1600; LPDDR3-1333/1600
# of Memory Channels	2
Max Memory Bandwidth	25.6 GB/s
PCI Express Revision	2.0
PCI Express Configurations †	4x1, 2x4
Max # of PCI Express Lanes	12
Max CPU Configuration	1
T _{JUNCTION}	100°C
Package Size	40mm x 24mm x 1.5mm
Sockets Supported	FCBGA1168
Low Halogen Options Available	See MDDS

Ex 3 : Haut-parleur électrodynamique

On représente ci-dessous un haut-parleur électrodynamique (**figure 1**). Celui-ci est constitué d'une bobine d'axe ($X'X$), de résistance R , d'inductance propre L , solidaire d'une membrane pouvant se déplacer parallèlement à elle-même suivant la direction ($X'X$) normale à son plan. Lorsque la bobine s'écarte de sa position d'équilibre d'un écart algébrique $x(t)$, elle est rappelée vers cette position d'équilibre par une force élastique modélisée par un ressort de raideur k . De plus, l'air produit sur la membrane une force de frottement fluide, proportionnelle à sa vitesse de déplacement, qui s'écrit $\vec{F}_f = -\alpha\vec{v}$. On ne tiendra pas compte du poids de l'équipage mobile bobine-membrane.

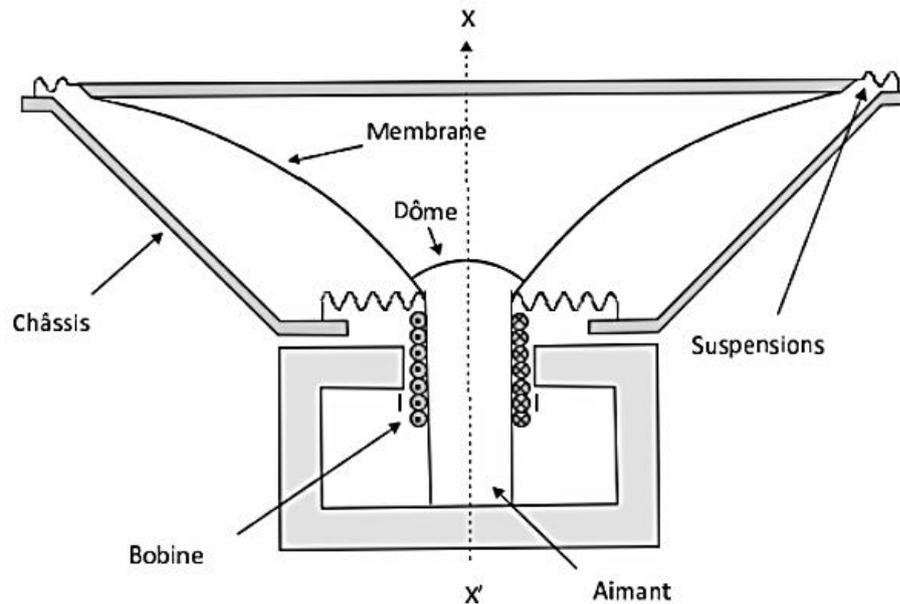


Figure 1 - Schéma du haut-parleur de l'étude

La bobine est placée dans un champ magnétique radial \vec{B} , uniforme en norme, normal à ($X'X$), créé par un aimant permanent. On se place dans un modèle simplifié de haut-parleur basé sur la configuration des rails de Laplace, représentée sur la **figure 2**. Le générateur de force électromotrice (f.é.m.) $E(t)$ délivre un signal électrique que l'on veut transformer en signal sonore. La membrane et l'air sont mis en mouvement par l'intermédiaire de la barre de largeur ℓ qui se déplace de $x(t)$. Cette grandeur $x(t)$ représente l'élongation du ressort par rapport à la position d'équilibre, elle-même caractérisée par la longueur ℓ_0 . La membrane du haut-parleur est solidaire de la barre. On note m_T la masse du système {barre, haut-parleur}. On suppose donc que la verticale est définie par l'axe z , l'axe x étant horizontal. On note $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ la base des vecteurs unitaires de la **figure 2**.

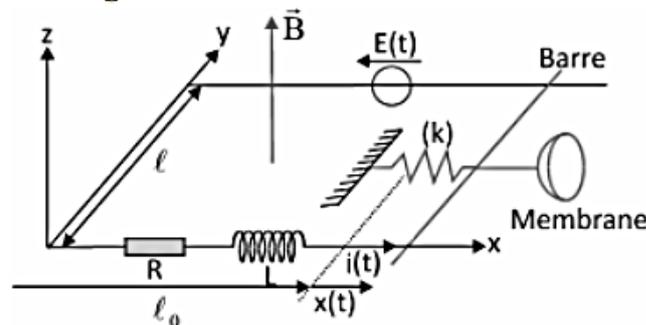


Figure 2 - Configuration des rails de Laplace de l'étude

Q1. Montrer que la f.é.m. induite e dans le cadre vaut $e = -B\ell v(t)$ où $v(t)$ est la vitesse, dérivée de $x(t)$.

Q2. Dédurre de la question précédente l'équation électrique (E.E.) traduisant le comportement du circuit. Faire le schéma électrique équivalent en tenant compte de la f.é.m. induite. On notera $i(t)$ le courant induit dans ce circuit.

Q3. Faire le bilan des forces s'exerçant sur l'ensemble {barre + haut-parleur} de masse m_T . En déduire l'équation différentielle mécanique relative au mouvement de la barre (équation E.M.).

Q4. Faire un bilan de puissances en combinant les équations E.E. et E.M. Le commenter.

Q5. Comparer la puissance de la f.é.m. $P_{fem} = ei$ à la puissance de la force de Laplace P_L .

Q6. Le générateur délivre une tension sinusoïdale $E(t)$ de pulsation ω . On utilisera les notations complexes, pour lesquelles $\underline{E}(t) = E_0 e^{j\omega t}$, $E(t)$ s'identifiant alors avec la partie réelle de $\underline{E}(t)$. Montrer que l'on a $\underline{E} = (R + jL\omega + \underline{Z}_m)\underline{i} = \underline{Z}_m \underline{i}$ où \underline{i} est le courant complexe traversant le circuit et \underline{Z}_m est une grandeur, appelée impédance motionnelle, dont on donnera l'expression en fonction de $B, \ell, \alpha, m_T, \omega$ et k .

Q7. Montrer que l'admittance motionnelle $\underline{Y}_m = 1/\underline{Z}_m$ peut s'écrire sous la forme :

$$\underline{Y}_m = \frac{1}{R_m} + jC_m\omega + \frac{1}{jL_m\omega}.$$

Donner l'expression des termes R_m, C_m et L_m en fonction de B, ℓ, α, m_T et k .

Q8. Dédurre de ce qui précède le schéma électrique équivalent du haut-parleur.

Le rendement η du haut-parleur est défini comme le rapport de la puissance moyenne émise par l'onde sonore sur la puissance moyenne fournie par la source de tension.

Q9. Montrer que la relation établie à la **question Q4.** devient, en raisonnant sur les moyennes temporelles, en régime périodique établi :

$$\langle Ei \rangle = \langle Ri^2 \rangle + \langle \alpha v^2 \rangle.$$

Commenter ce résultat.

Q10. En identifiant la puissance émise par l'onde sonore $\langle P_{son} \rangle$ à $\langle \alpha v^2 \rangle$, où v est la vitesse de la membrane, montrer que η est de la forme :

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{R}{R_m} \left[1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right]}.$$

On donnera les expressions de Q et ω_0 en fonction de α, m_T et k .

Q11. Commenter la forme obtenue. On pourra par exemple effectuer l'étude asymptotique du comportement en basses et hautes pulsations, ainsi que pour une pulsation proche de ω_0 .

Ex 4 : Electromagnétisme : GSM 4G

Données :

- célérité des ondes électromagnétiques dans le vide ou l'air : $c = 3.10^8 \text{ ms}^{-1}$,
- permittivité diélectrique du vide ou de l'air : $\epsilon_0 = \frac{1}{36 \pi 10^9} \text{ F m}^{-1}$,
- perméabilité magnétique du vide ou de l'air : $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$.

On s'intéresse à l'un des deux standards de télécommunication, candidat pour la 4^e génération de la téléphonie mobile, « Long Term Evolution – Advanced ». Il est constitué, en France, de deux bandes de fréquences dites 800 MHz et 2 600 MHz. Par le déploiement de technologies particulières, des débits supérieurs à 30 Mbits / seconde pour des mobiles en mouvement sont visés.

L'espace est défini par un repère orthonormé direct $\mathcal{R} = (O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$ et on considère un point M de l'espace repéré par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z) . On pose $\overline{OM} = \vec{r}$.

PARTIE III : PROPAGATION DANS L'AIR

III.1. Propagation

- III.1.1.** Donner, en les nommant, les équations de Maxwell sous leurs formes locales dans l'air en l'absence de sources. On traitera des champs $\vec{E}(M, t)$ et $\vec{B}(M, t)$ comme n'étant pas nécessairement ceux d'une Onde Plane Progressive Sinusoïdale (OPPS).
- III.1.2.** Etablir l'équation de propagation en champ électrique et en déduire l'expression de la vitesse de propagation de l'onde, en fonction des données de l'énoncé.
- III.1.3.** On considère à présent que le champ $\vec{E}(M, t)$ est celui d'une OPPS polarisée rectilignement parallèlement à \vec{e}_x , se propageant suivant les z croissants et dont la formulation générale est donnée par l'expression complexe $\underline{\vec{E}}(M, t) = \underline{\vec{E}}_m e^{j(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$. \vec{k} est le vecteur d'onde de norme constante k , ω est la pulsation et $\underline{\vec{E}}_m$ est une constante complexe vectorielle.
- III.1.3.a.** Préciser et justifier l'expression de \vec{k} et la direction de $\underline{\vec{E}}_m$.
- III.1.3.b.** Donner l'expression de $\underline{\vec{E}}(M, t)$ en fonction des coordonnées de M et en projection dans la base cartésienne \mathcal{B} associée à \mathcal{R} .
- III.1.3.c.** Expliciter les deux termes de l'équation de propagation en fonction de k , ω et $\underline{\vec{E}}(M, t)$.
- III.1.3.d.** En déduire la relation de dispersion du milieu.
- III.1.4.** Dans l'hypothèse de la question précédente, expliciter le champ $\underline{\vec{B}}(M, t)$ dans la base cartésienne \mathcal{B} en fonction de $\underline{\vec{E}}_m$, c , k et ω .

III.1.5. En notant $\underline{E}_m = E_m e^{j\varphi}$, φ étant une constante, expliciter les champs réels $\vec{E}(M,t)$ et $\vec{B}(M,t)$.

III.2. Puissance et rayonnement

III.2.1. Donner la définition du vecteur de Poynting $\vec{R}(M,t)$ en fonction des champs et son interprétation physique. Quelle est sa dimension physique ?

III.2.2. Montrer que la valeur moyenne temporelle de la norme de $\vec{R}(M,t)$ peut s'écrire $\langle \|\vec{R}\| \rangle = \alpha c \varepsilon_0 E_m^2$ pour les champs de l'OPPS définie dans la partie III.1. On donnera la valeur de la constante α .

III.2.3. Dans le cas d'une antenne réelle, l'hypothèse de l'OPPS n'est valable que localement. On sait alors que la valeur de $\langle \vec{R} \rangle$ dépend de la distance d à l'antenne, de la puissance P_a d'alimentation et de son gain G , lequel dépend de la direction d'observation. On peut ainsi écrire : $4\pi d^2 \langle \|\vec{R}(d)\| \rangle = P_a G$. Exprimer l'amplitude E_m du champ en fonction de c , ε_0 , P_a , G et d .

III.3. Exposition

Il est parfois nécessaire de privilégier un sens de fonctionnement de l'antenne. L'énergie rayonnée par une antenne est alors répartie de manière inégale dans l'espace et il existe des directions privilégiées, appelées "lobes de rayonnement". Ces différentes directions peuvent être visualisées à l'aide du diagramme de rayonnement réalisé en trois dimensions. Le lobe le plus important est appelé "lobe principal". Il est dirigé vers l'avant de l'antenne. Les lobes secondaires, moins importants, sont dirigés vers l'arrière ou sur les côtés de l'antenne.

La norme sanitaire pour ce type de rayonnement est actuellement en France $E_{\max} = 61 \text{ V/m}$. Elle correspond à un seuil défini sur la base des effets thermiques (échauffement) liés au champ électromagnétique. A titre de comparaison, la norme en Italie, Russie, Pologne et Chine est de $E_1 = 6 \text{ V/m}$.

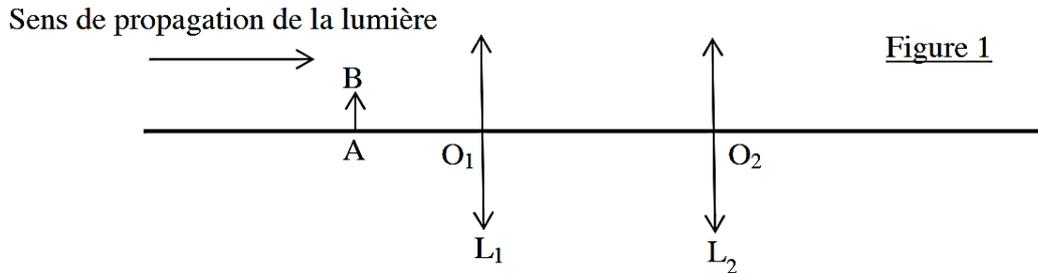
III.3.1. Dans le cadre d'une implantation urbaine, il se peut que certains locaux interceptent le lobe principal. En considérant dans ce cas une puissance $P_a = 50 \text{ W}$, un gain $G = 63$ et une distance $d = 100 \text{ m}$, calculer l'intensité du champ E_{m1} . Commenter le résultat.

III.3.2. Une autre possibilité d'être exposé au rayonnement d'une antenne relais concerne le lobe secondaire orienté vers le sol. Dans ce cas le gain est plus faible, mais la distance également. Calculer, pour la même puissance $P_a = 50 \text{ W}$, le champ E_{m2} dans le cas où $G = 2$ et $d = 10 \text{ m}$. Commenter le résultat.

Ex 5 : Microscope optique

Le microscope est modélisé sur la figure 1, par un système de deux lentilles minces convergentes, l'une constituant l'objectif (lentille L_1 de centre O_1 et de distance focale image $f'_1=5$ mm), et l'autre constituant l'oculaire (lentille L_2 de centre O_2 et de distance focale image $f'_2= 15$ mm).

On fixe $\overline{O_1O_2} = D_0 = 120$ mm . On choisit le sens positif dans le sens de propagation de la lumière.



On rappelle la relation de conjugaison d'une lentille et l'expression du grandissement γ :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

A.1.1 Les relations précédentes sont valables à condition que les rayons lumineux satisfassent les conditions de Gauss. Donner ces 2 conditions.

A.1.2 Si F'_1 est le foyer image de L_1 et F_2 le foyer objet de L_2 , on définit l'intervalle optique par la grandeur algébrique $\Delta = \overline{F'_1F_2}$. Exprimer Δ en fonction de f'_1 , f'_2 , D_0 , puis calculer sa valeur.

A.1.3 Un objet réel AB perpendiculaire à l'axe optique est éclairé et placé à une distance d de L_1 , à sa gauche, de façon à ce que l'image $A'B'$ donnée par l'objectif, appelée image intermédiaire se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire. L'observation se fait à l'œil placé au contact de l'oculaire.

A.1.3.1 Exprimer d en fonction de f'_1 et Δ , puis calculer sa valeur.

A.1.3.2 Exprimer le grandissement γ_1 induit par l'objectif en fonction de f'_1 et Δ , puis calculer sa valeur.

A.1.3.3 Quel est l'intérêt pour l'observateur de cette position de l'objet ?

A.1.3.4 Faire une construction géométrique faisant apparaître l'objet, l'image intermédiaire, ainsi que l'angle α' sous lequel est observée l'image finale à travers le microscope.

A.1.4 Le grossissement commercial du microscope est défini par $G = \left| \frac{\alpha'}{\alpha} \right|$ où α est l'angle sous lequel serait vu l'objet à l'œil nu placé à une distance $D = 250$ mm.

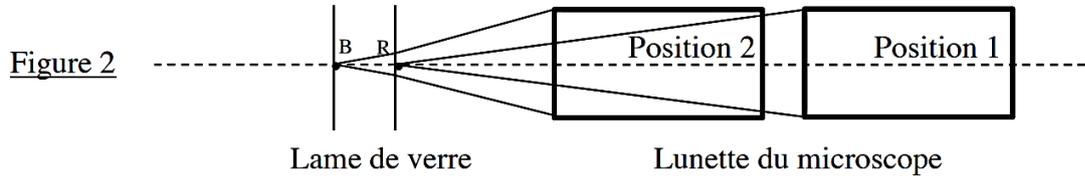
L'objet étant de très petite taille, ces deux angles seront bien sûr très faibles.

Exprimer G en fonction de Δ , D , f'_1 et f'_2 , puis calculer sa valeur.

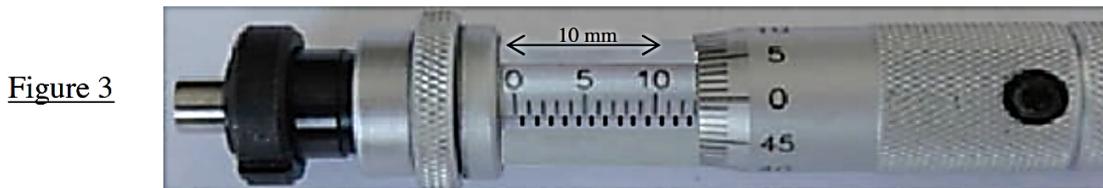
A.1.5 On utilise ce microscope pour mesurer l'épaisseur e d'une mince lame de verre à faces parallèles, d'indice $n=1.5$.

On colle une petite pastille bleue (B) sur la face gauche de la lame et une petite pastille rouge (R) sur sa face droite.

On positionne d'abord la lunette (ensemble objectif+oculaire) du microscope de façon à faire la mise au point sur la pastille rouge (Figure 2, Position 1). Puis, grâce à une vis micrométrique, on translate la lunette d'une distance ϵ , de façon à faire la mise au point sur l'image de la pastille bleue (Figure 2, Position 2) :



La figure 3 ci-dessous montre la position 2 de la vis micrométrique, la position 1 correspondant à la graduation 40 de la partie mobile.



A.1.5.1 Déterminer la valeur mesurée de ϵ en mm, avec une estimation de l'incertitude de mesure.

A.1.5.2 En tenant compte du phénomène de réfraction et en considérant les rayons lumineux très peu inclinés par rapport à l'axe optique, exprimer e en fonction de n et ϵ , puis calculer sa valeur.

- FIN DE L'ENONCE -