

Durée 4h

*N.B. : Le candidat attachera la plus grande importance à la **clarté**, à la **précision** et à la **concision** de la **rédaction**. Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.*

**RAPPEL DES CONSIGNES**

- Utiliser uniquement un **stylo noir ou bleu foncé non effaçable** pour la rédaction de votre composition ; **d'autres couleurs, excepté le vert**, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les **schémas** et la **mise en évidence des résultats**.
- **Ne pas utiliser de correcteur**.
- **Numéroter les copies** : "i/nombre total".
- **Respecter les notations** de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la **numérotation de la question posée**.
- **Écrire le mot FIN à la fin de votre composition**.

### Ex 1 : Le Chlore

Ce problème traite de différents aspects de la chimie du chlore. Toutes les parties sont totalement indépendantes. Aucune réponse non justifiée ne sera prise en compte.

#### **I Structure de la matière**

1- Le chlore a pour numéro atomique  $Z = 17$ . A quoi correspond  $Z$  ? Donner la structure électronique de l'atome de chlore dans son état fondamental.

2- Donner la structure de Lewis ainsi que la géométrie des entités suivantes :  $\text{ClO}_4^-$ ,  $\text{Cl}_2$ ,  $\text{ClO}_3^-$ , en précisant dans chaque cas le nombre d'oxydation (degré d'oxydation) du chlore.

## II Préparation du dichlore : électrolyse d'une solution aqueuse de chlorure de sodium

Le dichlore est produit par électrolyse d'une solution aqueuse concentrée de chlorure de sodium (la saumure). Celle-ci doit être traitée préalablement à l'aide de carbonate ou de chlorure de baryum afin d'éliminer les ions sulfates, puis à l'aide de soude et de carbonate de sodium pour éliminer les ions calcium, magnésium et autres ions métalliques gênants.

Il existe différents procédés :

- cellules à diaphragmes, non étudiées dans ce problème,
- cellules à membranes,
- cellules à cathode de mercure.

Données :

Potentiels standard  $E^\circ$  à  $25^\circ\text{C}$  et à  $\text{pH} = 0$

$$E^\circ(\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{Cl}_2/\text{Cl}^-) = 1,39 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{H}^+/\text{H}_2) = 0,00 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{Na}^+/\text{Na}) = -2,71 \text{ V.}$$

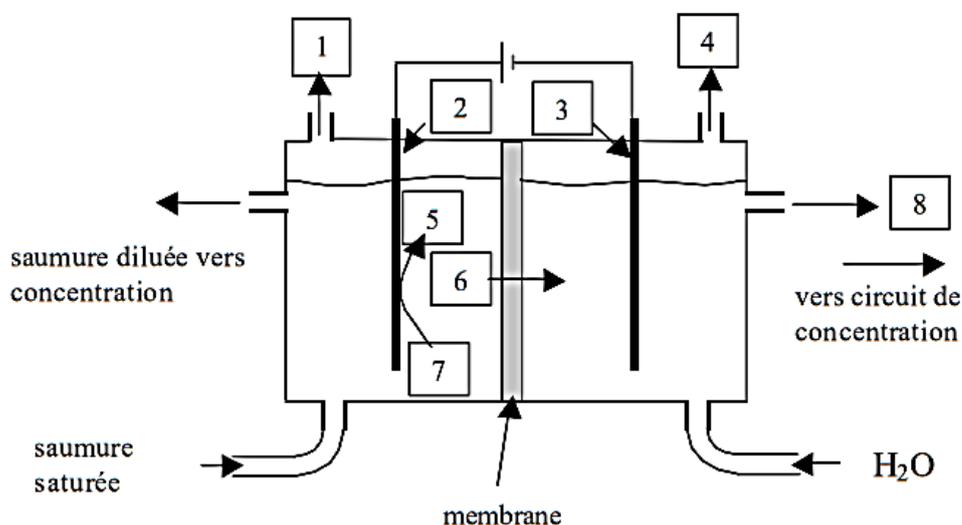
### A- Etude préliminaire

6- D'après les valeurs des potentiels standard, quelles sont les demi-équations d'oxydoréduction possibles à l'anode ? à la cathode ?

7- A quelle réaction d'oxydoréduction pourrait-on s'attendre au cours de l'électrolyse en l'absence de surtension au niveau des électrodes ? Calculer la constante d'équilibre de cette réaction.

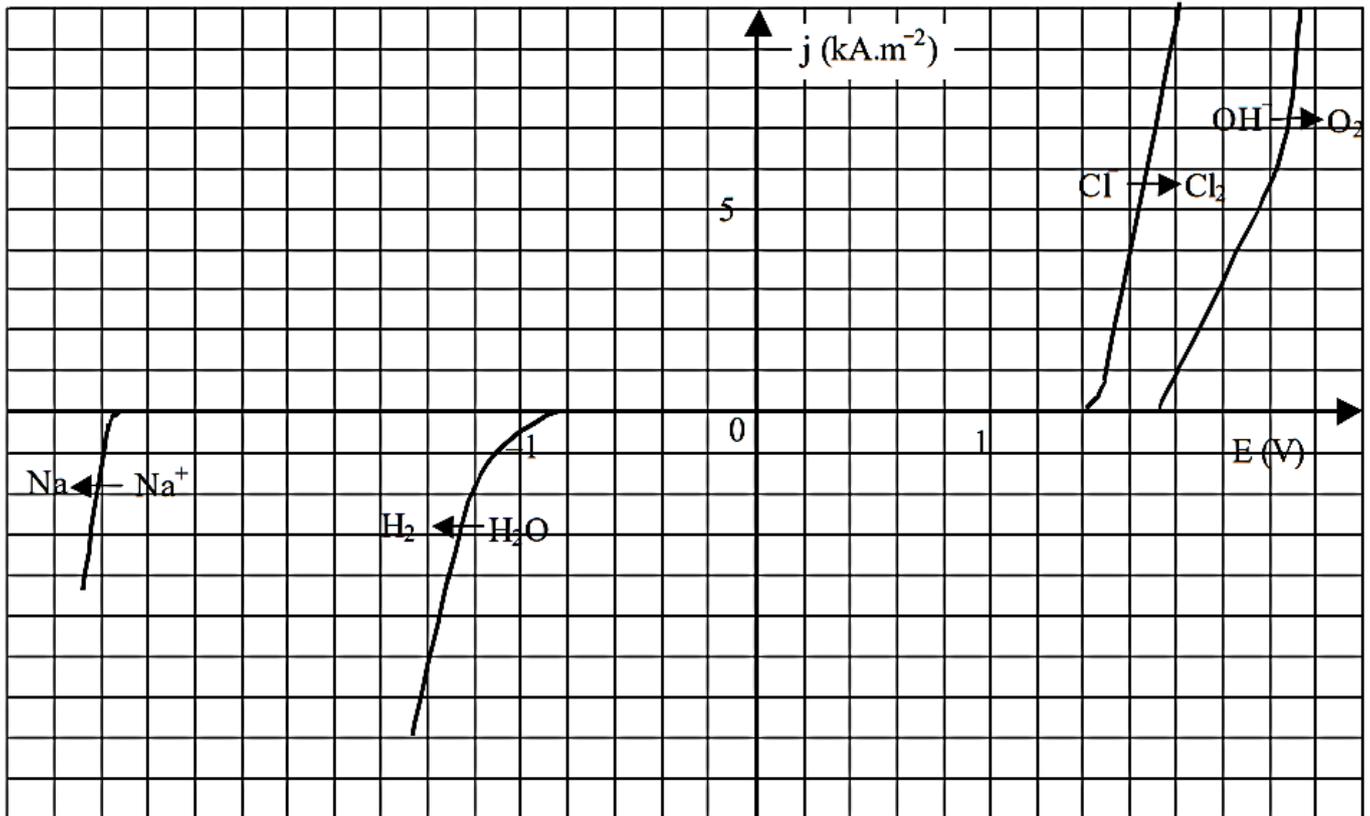
### B- Procédé à cellules à membrane

Un schéma de principe d'une cellule à membrane, à compléter, est représenté ci-après :



Les anodes sont de type DSA (Dimensionally Stable Anodes) en titane recouvert d'oxydes de titane et de ruthénium, les cathodes sont en nickel. La séparation entre les compartiments cathodiques et anodiques est constituée de membranes cationiques (perméables aux cations) très peu conductrices. Ces membranes sont des polymères perfluorosulfoniques (Nafion<sup>®</sup>) ou perfluorocarboxyliques (Flemion<sup>®</sup>).

On obtient les courbes densité de courant-potentiel suivantes :



8- Quelle est la réaction qui a effectivement lieu dans ce procédé pour une valeur de densité de courant n'excédant pas les limites du tracé des courbes ?

9- A l'aide des courbes densité de courant-potentiel, donner un nom à chacune des cases numérotées de 1 à 8 du schéma de principe.

La densité de courant  $j$  utilisée dans ce procédé est égale à  $4 \text{ kA}\cdot\text{m}^{-2}$ .

10- Pourquoi préfère-t-on utiliser la densité de courant plutôt que l'intensité ? Quelle est la valeur de la tension appliquée aux bornes de l'électrolyseur pour ce procédé ?

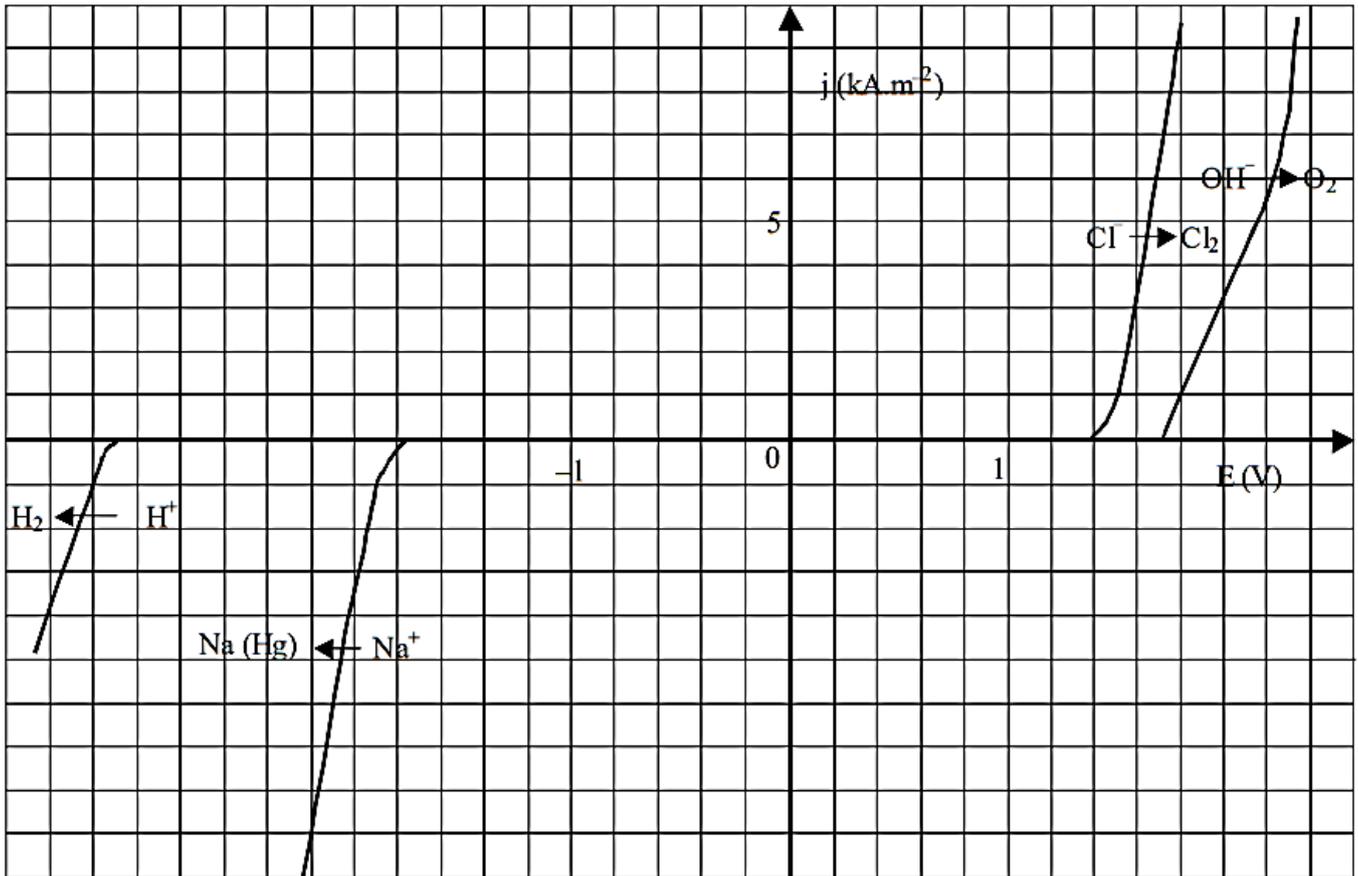
Le dichlore produit sort des cellules à  $90^\circ\text{C}$ . Il est saturé en vapeur d'eau. Il est donc refroidi (condensation de la majeure partie de la vapeur d'eau) puis séché avec de l'acide sulfurique concentré dans des tours à garnissage. Le dichlore est transporté liquéfié, comprimé à 3,5 bar.

### C- Procédé à cellules à cathodes de mercure

Chaque cellule fait 25 à  $30 \text{ m}^2$  de surface sur 30 cm de hauteur. Elle contient environ 250 anodes DSA. Leur durée de vie est de 5 à 8 ans. La cathode est constituée d'un lit de mercure (3 à 4 t/cellule) situé sur un plan incliné au fond de la cellule. Les anodes sont disposées parallèlement à la surface du mercure à une distance de l'ordre de 1 cm. La vitesse d'écoulement du mercure est d'environ 1 m/s et la consommation du mercure est de

l'ordre de 10 g/t de dichlore. Une unité de production moyenne de 250000 t de dichlore par an nécessite l'utilisation d'une centaine de cellules.

Du fait de la présence de la cathode au mercure et des anodes DSA on obtient les courbes densité de courant-potentiel suivantes :



11- Quelle est la réaction qui a réellement lieu dans la cellule à électrolyse pour une valeur de densité de courant n'excédant pas les limites du tracé des courbes ?

12- Sachant que la tension appliquée est de 4 V, quelle est la densité du courant qui circule dans le circuit ?

L'amalgame  $\text{Na(Hg)}$  qui s'écoule par gravité (du fait du plan incliné) est envoyé dans un décomposeur (cylindre en acier, garni à l'intérieur de morceaux de graphite) où, par réaction avec de l'eau adoucie, on régénère le mercure et on obtient de la soude et du dihydrogène.

13- Ecrire l'équation-bilan de cette réaction.

Le mercure est recyclé ; la lessive de soude formée ( $\text{NaOH}$  de concentration égale à  $740 \text{ g}\cdot\text{L}^{-1}$ ) est évacuée par le trop-plein.

14- Comparer les avantages et les inconvénients des deux procédés étudiés dans cette partie.

### III Une application du chlore en chimie des solutions : l'eau de Javel

L'eau de Javel est une solution aqueuse d'hypochlorite de sodium  $\text{NaClO}$  et de chlorure de sodium. Elle est préparée par réaction directe entre le dichlore et l'hydroxyde de sodium produits par l'électrolyse du chlorure de sodium.

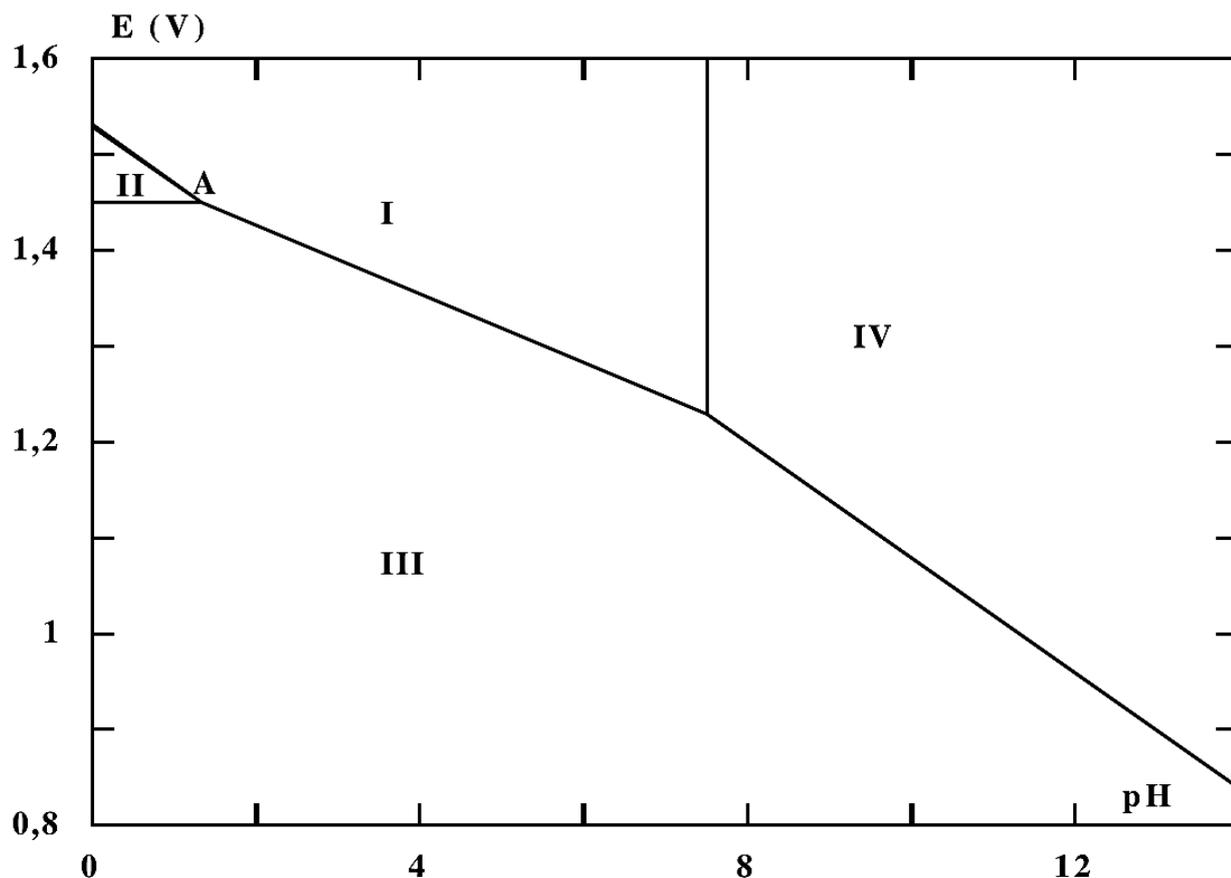
Données : Potentiels standard  $E^\circ$  à  $25^\circ\text{C}$  et à  $\text{pH} = 0$

$$E^\circ(\text{Cl}_2/\text{Cl}^-) = 1,39 \text{ V}$$

$$E^\circ(\text{ClOH}/\text{Cl}_2) = 1,59 \text{ V.}$$

15- Ecrire l'équation-bilan de la réaction de formation de l'eau de Javel.

Le diagramme potentiel-pH du chlore est représenté ci-après pour une concentration de tracé égale à  $10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ . On s'intéresse ici aux degrés d'oxydation +I, 0 et -I du chlore à savoir les espèces  $\text{ClO}^-$ ,  $\text{HClO}$ ,  $\text{Cl}_2$  et  $\text{Cl}^-$ .



16- Indiquer les domaines de prédominance des différentes espèces du chlore numérotés de I à IV.

17- Que se passe-t-il au-delà du pH du point A ?

18- L'eau de Javel est-elle stable d'un point de vue thermodynamique ? Justifier. Conclusion sur l'existence de celle-ci.

19- Que se passe-t-il si l'on mélange de l'eau de Javel avec un détergent acide ? Conclusion pratique.

## Ex 2 : Haut-parleur électrodynamique

La figure 1 représente un plan de coupe d'un haut-parleur passant par son axe de symétrie de révolution noté  $x'x$ .

Le haut parleur comporte une bobine mobile comprenant  $N$  spires parcourues par un courant d'intensité  $i(t)$  non représenté sur la figure 1, susceptible de se translater le long de l'axe  $x'x$ . Elle est reliée à une membrane, à symétrie de révolution autour de  $x'x$ , partant du cache noyau jusqu'à la suspension externe, qu'elle entraîne dans son mouvement.

Un châssis rigide, le saladier, maintient l'équipage mobile (bobine, membrane et cache noyau) par l'intermédiaire du spider (en matériau souple) et de la suspension externe qui assurent un mouvement de cet équipage centré sur l'axe  $x'x$ .

La bobine est insérée dans l'entrefer d'un circuit magnétique (en matériau ferromagnétique de haute perméabilité parfois nommé culasse du haut-parleur), comportant un aimant permanent en forme de tore qui permet de générer un champ magnétique dans l'entrefer.

La présence du champ magnétique et de la bobine permet de réaliser un actionneur électromagnétique et d'obtenir dans certaines conditions un mouvement d'oscillations de l'équipage mobile autour de sa position d'équilibre, ce qui, grâce à la présence de la membrane, génère une onde acoustique.

Les vecteurs seront notés avec une flèche ( $\vec{B}$ ), sauf s'ils sont unitaires et seront alors affublés d'un chapeau ( $\|\hat{u}_x\| = 1$ ). Les nombres complexes seront soulignés ( $\underline{z} \in \mathbb{C}$ ) à l'exception de  $j$  tel que  $j^2 = -1$ . Une quantité surmontée d'un point indique la dérivé par rapport au temps de cette quantité ( $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$ ). Les trois parties de ce sujet sont largement indépendantes. Les données utiles à certaines applications numériques et un formulaire sont rassemblés en fin d'énoncé.

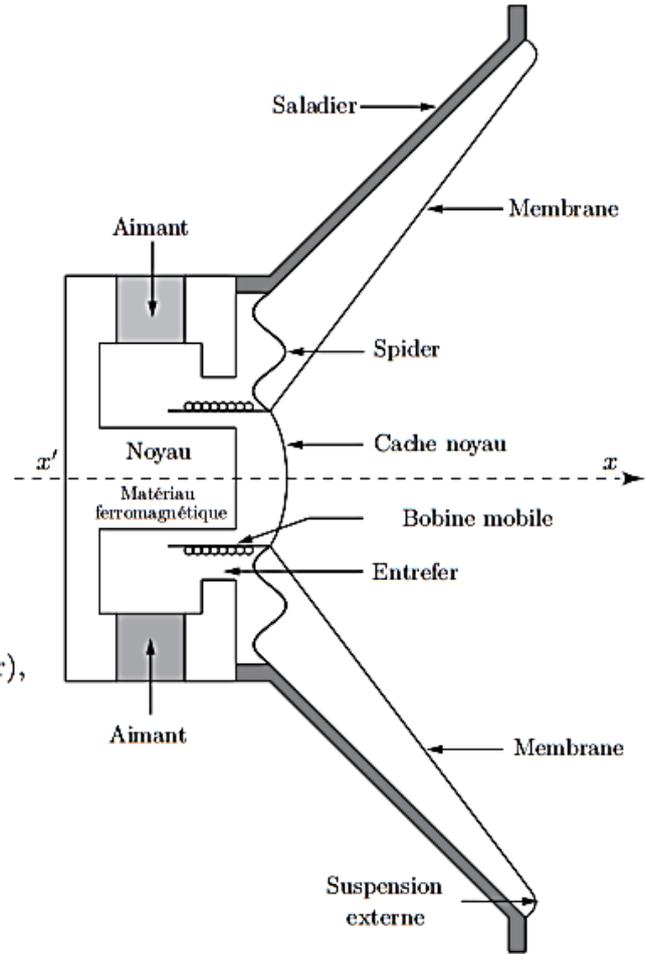


FIGURE 1 - Schéma du haut parleur électrodynamique

## Données numériques et formulaire

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\ell_e = 6 \text{ mm}$$

$$m = 58 \text{ g}$$

$$\rho' = 6 \text{ cm}$$

$$R_b = 2 \text{ cm}$$

$$\ell_a = 2 \text{ cm}$$

$$K = 11,6 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$16\pi \simeq 50$$

$$e = 3 \text{ mm}$$

$$M_1 = 4 \times 10^5 \text{ SI}$$

$$h = 7,0 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}$$

$$\rho = 3 \text{ cm}$$

Laplacien d'un champ scalaire radial  $U = U(r)$  en coordonnées sphériques :

$$\Delta U = \frac{1}{r} \frac{\partial^2(rU)}{\partial r^2}$$

Gradient d'un champ scalaire radial  $V = V(r)$  en coordonnées sphériques :

$$\vec{\text{grad}}(V) = \frac{\partial V}{\partial r} \hat{u}_r$$

## II. — Equations mécanique et électrique dans le cadre d'un modèle linéaire

L'équipage mobile susceptible de se translater selon l'axe  $x'x$  est repéré par son abscisse  $x(t)$  telle que lorsque  $i(t) = 0$ , l'état d'équilibre mécanique correspond à la position  $x = 0$ . La figure 5 représente une spire circulaire de rayon  $R_b$  parmi les  $N$  enroulées sur la bobine. L'intensité algébrique  $i(t)$  du courant circulant dans la spire est orientée selon  $\hat{u}_\theta$ .

Lors de son mouvement, l'équipage mobile de masse  $m$ , comprenant la bobine, la membrane et le cache noyau, est soumis à une force de rappel de la part du spider, modélisée par la force  $\vec{F}_r = -Kx\hat{u}_x$ , où  $K$  désigne la constante de raideur positive et à une force de frottement fluide  $\vec{F}_f = -h\dot{x}\hat{u}_x$ , où  $h$  est une constante positive. Le champ magnétique en un point  $P$  d'une spire de la bobine s'écrit  $\vec{B}_e = B_e\hat{u}_r$ .

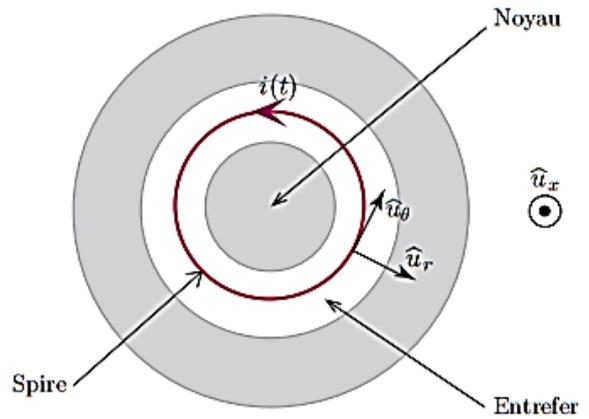


FIGURE 5 – Orientation du courant  $i(t)$  dans une spire de la bobine

□ 11 — Rappeler l'expression la plus générale de la force électromagnétique de Laplace s'exerçant sur un conducteur filiforme de longueur  $\ell$  parcouru par un courant d'intensité  $i(t)$ . En déduire l'expression de la force de Laplace  $\vec{F}_L$  s'exerçant sur la bobine. On posera  $2\pi NR_b = \ell$ .

□ 12 — Établir l'équation différentielle reliant  $x(t)$  et  $i(t)$ , nommée (4), traduisant la loi de la résultante dynamique appliquée à l'équipage mobile projetée sur  $\hat{u}_x$ . Le poids sera supposé orthogonal à  $\hat{u}_x$ .

On désigne par  $e$  la force électromotrice totale induite dans le circuit de la bobine. On désigne par  $u$ , la tension d'alimentation de la bobine telle que le couple  $(u, i)$  soit en convention récepteur et par  $R$ , la résistance électrique du bobinage.

□ 13 — Justifier brièvement l'existence d'une force électromotrice induite dans le circuit de la bobine. On rappelle que la loi d'Ohm généralisée appliquée au circuit de la bobine s'écrit, avec les conventions précédemment définies,  $u = Ri - e$ .

On note  $\mathcal{E}_{em}$  l'énergie électromagnétique totale stockée dans la bobine et le circuit magnétique. On néglige l'influence du courant  $i$  sur le point de fonctionnement de l'aimant permanent. On considère que la longueur de la bobine est supérieure à celle de l'entrefer et que le mouvement engendré présente une amplitude suffisamment faible pour que la bobine reste dans la configuration représentée sur la figure 1. On peut alors montrer que l'énergie électromagnétique se simplifie sous la forme  $\mathcal{E}_{em} \simeq \frac{1}{2}Li^2 + \mathcal{E}_{em0}$ , où  $L$  désigne l'inductance propre de la bobine indépendante de  $x$  et  $\mathcal{E}_{em0}$  est une énergie constante.

□ 14 — Pour une évolution élémentaire du système constitué par le haut-parleur entre  $t$  et  $t + dt$ , on note  $\delta W_{em} = -eidt$ , l'opposé du travail de la force électromotrice d'induction,  $\delta W_L = F_L \dot{x}dt$ , le travail de la force de Laplace et  $d\mathcal{E}_{em}$  la variation d'énergie électromagnétique. En supposant que la température du système reste constante, proposer un bilan d'énergie permettant d'établir la relation  $\delta W_{em} = \delta W_L + d\mathcal{E}_{em}$ , nommée relation (5).

□ 15 — En déduire l'expression de la force électromotrice d'induction. Déterminer alors l'équation électrique, nommée (6), traduisant la loi d'Ohm généralisée appliquée au circuit et reliant  $i$ ,  $u$ ,  $\dot{x}$ ,  $R$ ,  $L$ ,  $\ell$  et  $B_e$ . On se place désormais en régime sinusoïdal forcé de pulsation  $\omega$ . On note  $\underline{x}$ , la représentation complexe de  $x(t)$ ,  $\underline{u}$ , celle de  $u(t)$  et  $\underline{i}$ , celle de  $i(t)$ . Traduire les deux équations (4) et (6) en représentation complexe en utilisant les seules variables  $\underline{u}$ ,  $\underline{i}$ ,  $\underline{x}$  et les paramètres  $\omega$ ,  $\ell$ ,  $L$ ,  $R$ ,  $h$ ,  $K$ ,  $m$  et  $B_e$ . On notera (4') et (6') les deux nouvelles équations en représentation complexe.

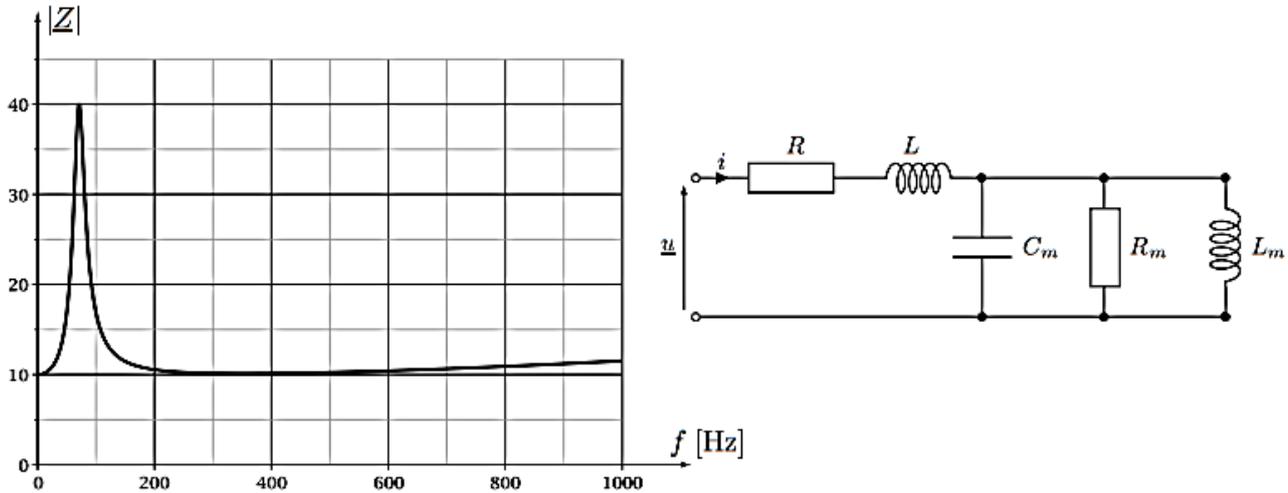


FIGURE 6 – Schéma électrique équivalent (à droite) et réponse en fréquence (à gauche)

À partir de (4') et (6'), il est possible de calculer l'impédance apparente de la bobine  $\underline{Z} = \frac{\underline{u}}{\underline{i}}$  qui se met sous la forme  $\underline{Z} = R + jL\omega + \underline{Z}_m$ , où  $\underline{Z}_m$  se nomme l'impédance motionnelle du haut-parleur. On peut alors montrer que le schéma électrique du haut parleur est celui représenté en figure 6. Le calcul conduit aux expressions :

$$R_m = \frac{B_e^2 \ell^2}{h}, \quad L_m = \frac{B_e^2 \ell^2}{K} \quad \text{et} \quad C_m = \frac{m}{B_e^2 \ell^2}.$$

La courbe des variations de  $|\underline{Z}|$  en fonction de la fréquence est également représentée en figure 6. Pour le haut-parleur considéré  $R = 10,4 \Omega$  et  $L = 1,0 \text{ mH}$ .

□ 16 — En justifiant les approximations effectuées, déterminer par le calcul la valeur de la fréquence  $f_0$  pour laquelle  $|\underline{Z}|$  est maximale. On donne  $\sqrt{2} \cdot 10^5 \simeq 450$ .

Le haut-parleur est utilisé dans la bande de fréquences où son impédance reste voisine de l'impédance minimale.

### Ex 3 : Electromagnétisme : GSM 4G

#### Données :

- célérité des ondes électromagnétiques dans le vide ou l'air :  $c = 3.10^8 \text{ ms}^{-1}$ ,
- permittivité diélectrique du vide ou de l'air :  $\epsilon_0 = \frac{1}{36 \pi 10^9} \text{ F m}^{-1}$ ,
- perméabilité magnétique du vide ou de l'air :  $\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$ .

On s'intéresse à l'un des deux standards de télécommunication, candidat pour la 4<sup>e</sup> génération de la téléphonie mobile, « Long Term Evolution – Advanced ». Il est constitué, en France, de deux bandes de fréquences dites 800 MHz et 2 600 MHz. Par le déploiement de technologies particulières, des débits supérieurs à 30 Mbits / seconde pour des mobiles en mouvement sont visés.

L'espace est défini par un repère orthonormé direct  $\mathcal{R} = (O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  et on considère un point  $M$  de l'espace repéré par ses coordonnées cartésiennes  $(x, y, z)$ . On pose  $\overline{OM} = \vec{r}$ .

### PARTIE III : PROPAGATION DANS L'AIR

#### III.1. Propagation

- III.1.1.** Donner, en les nommant, les équations de Maxwell sous leurs formes locales dans l'air en l'absence de sources. On traitera des champs  $\vec{E}(M, t)$  et  $\vec{B}(M, t)$  comme n'étant pas nécessairement ceux d'une Onde Plane Progressive Sinusoïdale (OPPS).
- III.1.2.** Etablir l'équation de propagation en champ électrique et en déduire l'expression de la vitesse de propagation de l'onde, en fonction des données de l'énoncé.
- III.1.3.** On considère à présent que le champ  $\vec{E}(M, t)$  est celui d'une OPPS polarisée rectilignement parallèlement à  $\vec{e}_x$ , se propageant suivant les  $z$  croissants et dont la formulation générale est donnée par l'expression complexe  $\underline{\vec{E}}(M, t) = \underline{\vec{E}}_m e^{j(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$ .  $\vec{k}$  est le vecteur d'onde de norme constante  $k$ ,  $\omega$  est la pulsation et  $\underline{\vec{E}}_m$  est une constante complexe vectorielle.
- III.1.3.a.** Préciser et justifier l'expression de  $\vec{k}$  et la direction de  $\underline{\vec{E}}_m$ .
- III.1.3.b.** Donner l'expression de  $\vec{E}(M, t)$  en fonction des coordonnées de  $M$  et en projection dans la base cartésienne  $\mathcal{B}$  associée à  $\mathcal{R}$ .
- III.1.3.c.** Expliciter les deux termes de l'équation de propagation en fonction de  $k$ ,  $\omega$  et  $\underline{\vec{E}}(M, t)$ .
- III.1.3.d.** En déduire la relation de dispersion du milieu.
- III.1.4.** Dans l'hypothèse de la question précédente, expliciter le champ  $\vec{B}(M, t)$  dans la base cartésienne  $\mathcal{B}$  en fonction de  $\underline{\vec{E}}_m$ ,  $c$ ,  $k$  et  $\omega$ .

**III.1.5.** En notant  $\underline{E}_m = E_m e^{j\varphi}$ ,  $\varphi$  étant une constante, expliciter les champs réels  $\vec{E}(M,t)$  et  $\vec{B}(M,t)$ .

## III.2. Puissance et rayonnement

**III.2.1.** Donner la définition du vecteur de Poynting  $\vec{R}(M,t)$  en fonction des champs et son interprétation physique. Quelle est sa dimension physique ?

**III.2.2.** Montrer que la valeur moyenne temporelle de la norme de  $\vec{R}(M,t)$  peut s'écrire  $\langle \|\vec{R}\| \rangle = \alpha c \varepsilon_0 E_m^2$  pour les champs de l'OPPS définie dans la partie III.1. On donnera la valeur de la constante  $\alpha$ .

**III.2.3.** Dans le cas d'une antenne réelle, l'hypothèse de l'OPPS n'est valable que localement. On sait alors que la valeur de  $\langle \vec{R} \rangle$  dépend de la distance  $d$  à l'antenne, de la puissance  $P_a$  d'alimentation et de son gain  $G$ , lequel dépend de la direction d'observation. On peut ainsi écrire :  $4\pi d^2 \langle \|\vec{R}(d)\| \rangle = P_a G$ . Exprimer l'amplitude  $E_m$  du champ en fonction de  $c$ ,  $\varepsilon_0$ ,  $P_a$ ,  $G$  et  $d$ .

## III.3. Exposition

Il est parfois nécessaire de privilégier un sens de fonctionnement de l'antenne. L'énergie rayonnée par une antenne est alors répartie de manière inégale dans l'espace et il existe des directions privilégiées, appelées "lobes de rayonnement". Ces différentes directions peuvent être visualisées à l'aide du diagramme de rayonnement réalisé en trois dimensions. Le lobe le plus important est appelé "lobe principal". Il est dirigé vers l'avant de l'antenne. Les lobes secondaires, moins importants, sont dirigés vers l'arrière ou sur les côtés de l'antenne.

La norme sanitaire pour ce type de rayonnement est actuellement en France  $E_{\max} = 61 \text{ V/m}$ . Elle correspond à un seuil défini sur la base des effets thermiques (échauffement) liés au champ électromagnétique. A titre de comparaison, la norme en Italie, Russie, Pologne et Chine est de  $E_1 = 6 \text{ V/m}$ .

**III.3.1.** Dans le cadre d'une implantation urbaine, il se peut que certains locaux interceptent le lobe principal. En considérant dans ce cas une puissance  $P_a = 50 \text{ W}$ , un gain  $G = 63$  et une distance  $d = 100 \text{ m}$ , calculer l'intensité du champ  $E_{m1}$ . Commenter le résultat.

**III.3.2.** Une autre possibilité d'être exposé au rayonnement d'une antenne relais concerne le lobe secondaire orienté vers le sol. Dans ce cas le gain est plus faible, mais la distance également. Calculer, pour la même puissance  $P_a = 50 \text{ W}$ , le champ  $E_{m2}$  dans le cas où  $G = 2$  et  $d = 10 \text{ m}$ . Commenter le résultat.

## Ex 4 : Observations optiques de Jean Perrin

### Formulaire d'optique géométrique pour une lentille mince

Dans les conditions de GAUSS, si  $A$  est un point objet sur l'axe optique et  $A'$  le point image conjugué par une lentille mince située en  $O$ , dont le foyer objet est en  $F$  et le foyer image en  $F'$ , on a :

#### Formules d'optique géométrique de NEWTON (origines aux foyers)

Formule de conjugaison :

$$\overline{FA} \times \overline{F'A'} = \overline{FO} \times \overline{F'O}$$

Formule du grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$

où  $A'B'$  est l'image de l'objet  $AB$  perpendiculaire à l'axe optique.

#### Formules d'optique géométrique de DESCARTES (origines au centre optique)

Formule de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OF'}}$$

Formule du grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Les études théoriques sur le mouvement brownien, proposées par ALBERT EINSTEIN en 1905 et complétées par celles de PAUL LANGEVIN en 1908, ont été spectaculairement confirmées par une série d'une dizaine d'expériences réalisées entre 1907 et 1909 par JEAN PERRIN dont nous fêtons le 150<sup>e</sup> anniversaire de naissance. Ces études sont les piliers de l'acceptation de l'existence des atomes par la communauté scientifique. Elles ont clos la « controverse atomiste » ouverte par les Grecs 6 siècles avant notre ère !

Après avoir pris connaissance des résultats de PERRIN, en 1908, l'un des derniers farouches anti-atomistes, WILHELM OSTWALD, déclare « *Je suis désormais convaincu que nous sommes entrés en possession de preuves expérimentales du caractère discret ou granulaire de la nature, que l'hypothèse atomique avait cherchées en vain depuis des millénaires* ».

Les expériences de PERRIN et le modèle de LANGEVIN reposent entièrement sur les modèles microscopiques de LUDWIG BOLTZMANN, fondateur dans la seconde moitié du XIX<sup>e</sup> siècle de la physique statistique. Les travaux expérimentaux de PERRIN lui permirent notamment de mesurer la constante de BOLTZMANN  $k_B$ . En 1906, donc peu de temps avant la publication de ces travaux, BOLTZMANN se suicida, las des critiques et des attaques des disciples d'OSTWALD...

En 1926, PERRIN obtint le prix NOBEL pour ses expériences !



Sur la photo ci-contre, prise lors du Congrès SOLVAY de 1911, on retrouve les trois acteurs de cette histoire, entourés de prestigieux collègues. Pour réaliser ses expériences, JEAN PERRIN utilise des grains de gomme-gutte. Écou-

tons le décrire son procédé d'obtention de ses grains : « *La gomme-gutte, qu'on utilise pour l'aquarelle, provient de la dessiccation du latex. Un morceau de cette substance, frotté avec la main sous un mince filet d'eau distillée se dissout peu à peu en donnant une belle émulsion opaque d'un jaune vif, où le microscope révèle un fourmillement de grains jaunes de diverses tailles parfaitement sphériques. On peut calibrer ces grains jaunes et les séparer du liquide où ils baignent par une centrifugation énergétique.* »

Dans tout ce problème, ces grains seront donc supposés identiques, de forme sphérique, de rayon  $R_b = 0,2 \mu\text{m}$ , de volume  $V_b = 3,4 \times 10^{-20} \text{m}^3$  et de masse volumique  $\mu_b = 1,2 \times 10^3 \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . On note  $m_b = 4,1 \times 10^{-17} \text{kg}$  la masse d'un grain. Dans ses expériences, JEAN PERRIN fabrique une émulsion en introduisant ces grains dans de l'eau légèrement sucrée.

Les applications numériques seront données avec un chiffre significatif. Toute réponse, même qualitative, se doit d'être justifiée. Les affirmations, même justes, mais non justifiées ne seront pas prises en compte.

Lors de ses expériences JEAN PERRIN doit compter ou suivre le mouvement de très petits grains : il doit donc utiliser un microscope.

Un microscope est constitué de deux lentilles minces convergentes utilisées dans les conditions de GAUSS : un objectif,  $L_1$ , de focale  $f'_1$  et un oculaire,  $L_2$ , de focale  $f'_2$ . La distance  $F'_1F_2$ , entre le foyer image de l'objectif et le foyer objet de l'oculaire, est l'intervalle optique  $\Delta$ . Les ordres de grandeur usuels sont tels que :  $f'_1 = 1 \text{ mm}$ ,  $f'_2 = 2 \text{ cm}$  et  $\Delta = 15 \text{ cm}$  par exemple. L'oculaire  $L_2$  fournit une image à l'infini. On observe un objet  $AB$  situé à proximité de  $F_1$  et perpendiculaire à l'axe optique. L'image intermédiaire  $A_1B_1$  est telle que  $AB \xrightarrow{\text{objectif } L_1} A_1B_1$ . L'image finale  $A_2B_2$  est telle que  $A_1B_1 \xrightarrow{\text{oculaire } L_2} A_2B_2$ . L'ensemble est représenté sur la figure 3.

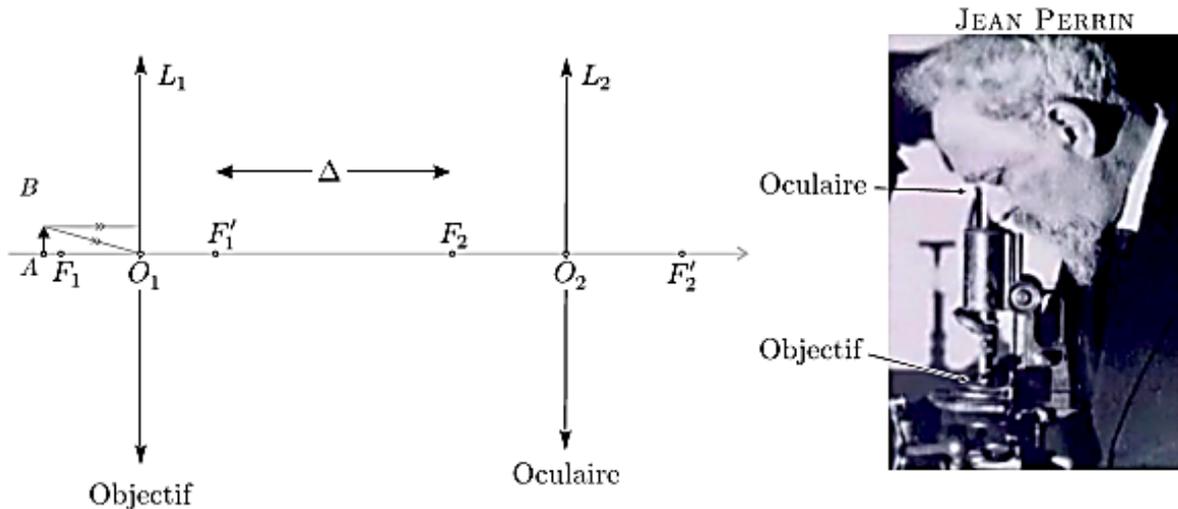


FIGURE 3 – Schéma d'un microscope (à gauche) – JEAN PERRIN observant les grains (à droite)

- – 21. Rappeler ce que sont les conditions de GAUSS et les deux propriétés qu'elles impliquent pour une lentille mince.
- – 22. Sur un schéma clair, sans forcément respecter d'échelle, tracer les rayons issus d'un objet  $AB$  tel que  $|AO_1| \gtrsim f'_1$  et ressortant de  $L_2$  afin de former une image à l'infini. On pourra reproduire et compléter le schéma de la partie gauche de la figure 3.
- – 23. Justifier, grâce à une évaluation d'ordres de grandeur, que l'objet  $AB$  se trouve quasiment sur le foyer  $F_1$  de l'objectif, tout en restant en amont ( $\overline{AF_1} > 0$ ). Quel est l'intérêt pour un observateur dont la vision n'a pas de défaut, d'observer une image à l'infini ? Où se forme alors l'image intermédiaire  $A_1B_1$  ? Où se formerait-elle si  $\overline{AF_1} < 0$  ?

On définit la puissance intrinsèque d'un microscope par :  $P_i = \frac{\alpha'}{AB}$ . Son unité est la dioptrie  $\delta$ , égale à  $1 \text{ m}^{-1}$ . L'angle  $\alpha'$  est l'angle sous lequel l'objet  $AB$  est vu en sortie de l'instrument, comme indiqué sur la figure 4.

- – 24. Compte tenu des données numériques précédentes, exprimer  $P_i$  en fonction de  $\Delta$ ,  $f'_1$  et  $f'_2$ .

Evaluer la puissance d'un microscope permettant d'observer les grains de gomme-gutte étudiés par JEAN PERRIN. Un microscope usuel peut-il permettre d'observer les grains avec un œil supposé emmétrope ?

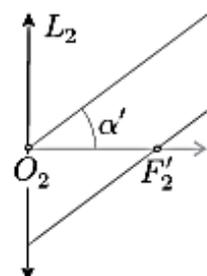


FIGURE 4 – Angle  $\alpha'$

## Ex 5 : Loi de Moore

Le premier circuit intégré composé de quelques transistors a été réalisé en 1958 par Jack Kibly. Un circuit intégré se compose d'une plaque de silicium dont on a localement modifié les propriétés électriques grâce au dopage afin de créer des transistors interconnectés. Depuis lors les avancées technologiques, ainsi que les avancées en physique fondamentale ont permis de multiplier le nombre de transistors sur un circuit intégré : de 2300 transistors en 1971, ce nombre est passé à  $2,6 \times 10^9$  en 2013.

L'augmentation des performances de stockage est allée de pair. Il fallait une petite armoire pour stocker un disque dur d'un mégaoctet en 1964 (figure 1), actuellement un téraoctet ( $10^{12}$  octets) tient dans une main. En 1965 Gordon Moore, un des fondateurs de la société Intel, énonce une conjecture (première loi de Moore) :

*La complexité des circuits intégrés d'entrée de gamme double tous les ans.*

Dans ce problème on étudie quelques aspects de la physique et de la chimie dans les ordinateurs, qui ont permis la réalisation de la loi de Moore jusqu'à nos jours.

### Conseils généraux

- Les applications numériques seront faites avec un nombre de chiffres significatifs adapté.
- Les données numériques sont fournies en fin d'énoncé.
- Les quatre parties du problème sont largement indépendantes, mais les données numériques fournies dans les différentes parties sont susceptibles d'être utilisées dans toutes les parties.
- **Certaines questions, repérées par une barre en marge, ne sont pas guidées. Elles nécessitent plus de temps pour élaborer un modèle ou un raisonnement, le barème en tient compte.**



Figure 1 Disque dur de 1 mégaoctet en 1964

## I Numérisation avant stockage

Dans tout système de stockage numérique de données, la première étape est celle de la numérisation. Les signaux du monde réel sont analogiques, pour les transformer en signaux numériques on utilise un convertisseur numérique analogique, noté CAN par la suite.

**I.A** - Au cœur de tous les convertisseurs se trouve un compteur (noté F sur la figure 2), commandé par un signal d'horloge (noté D) qui incrémente le compteur à chaque bip d'horloge (le compteur est lui même commandé par une logique de commande notée E). La fréquence du signal d'horloge est de l'ordre de quelques GHz, on la suppose parfaitement stable. Le compteur compte à partir de zéro, dès que la commande de compter lui a été donnée, au rythme imposé par le signal d'horloge. Il fournit en sortie un nombre codé sur  $N$  bits.

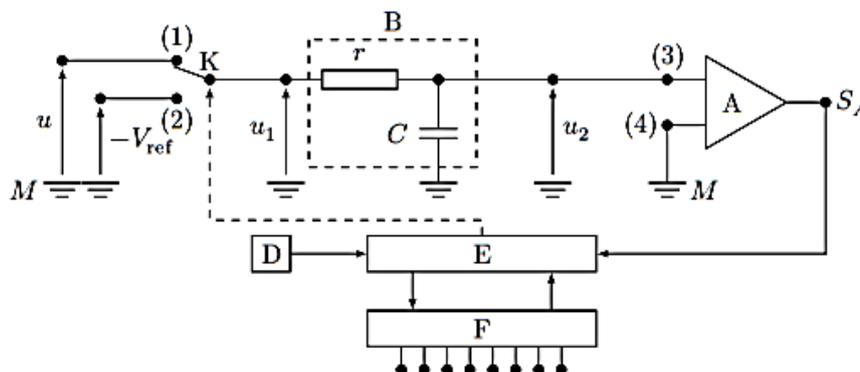


Figure 2

**I.A.1)** Avec quelle précision maximale mesure-t-on une durée à l'aide d'un compteur dont le signal d'horloge a une fréquence  $f_{ck} = 1 \text{ GHz}$  ?

**I.A.2)** L'architecture des premiers CAN était de type « série », elle est modélisée par le dispositif schématisé sur la figure 2. La tension positive  $u$  dont la valeur est comprise entre  $0 \text{ V}$  et  $V_{\text{ref}}$  ( $V_{\text{ref}} = 2 \text{ V}$ ), supposée constante pendant la durée de la numérisation, est convertie en un nombre  $s_N$ .

Le convertisseur est composé d'un circuit  $r, C$  formant le bloc B, d'un comparateur A, et d'éléments intégrés parmi lesquels le bloc logique de commande E, le générateur de signal d'horloge D et le compteur sur  $N$  bits F. Les résistances d'entrée des blocs A, E et F sont infinies.

Le module A compare les potentiels des nœuds (3) et (4). Lorsque  $V_{(3)} > V_{(4)}$ , son potentiel de sortie  $V_{S_A}$  est au niveau haut, de sorte que  $v_{S_A} = V_{S_A} - V_M = 5$  V. Lorsque  $V_{(3)} < V_{(4)}$ , son potentiel de sortie est au niveau bas ( $v_{S_A} = 0$  V). Il commande ainsi le bloc logique E.

L'interrupteur K est commandé par le bloc logique E, ce qui est symbolisé par un trait pointillé.

a) Préciser ce qu'on appelle masse dans un montage électrique.

b) Représenter le graphe de la tension  $v_{S_A} = V_{S_A} - V_M$  en fonction de  $u_2$ .

**I.A.3)** Partant d'une situation où le condensateur est déchargé, E commande à l'instant  $t = 0$  la mise en position (1) de l'interrupteur K. L'interrupteur reste dans cette position pendant une durée  $t_1 = \frac{2^N - 1}{f_{ck}}$  qui correspond à un cycle complet de comptage du compteur sur  $N$  bits. Étudier  $u_2$  en fonction du temps entre  $t = 0$  et  $t_1$ . Faire apparaître une constante  $\tau$ , homogène à un temps, caractéristique du bloc B.

**I.B** – Pour toute la suite, on choisit les valeurs de  $r$  et  $C$  de sorte que  $t_1 \ll \tau$ .

**I.B.1)**

a) Donner alors l'expression simplifiée de  $u_2$  en fonction du temps, ainsi que le lien simplifié entre  $u_1$  et  $\frac{du_2}{dt}$ .

b) Quelle est alors la fonction du bloc B ?

c) Que vaut  $v_{S_A}$  entre 0 et  $t_1$  ?

**I.B.2)** Le bloc de commande fait basculer l'interrupteur K en position (2) à l'instant  $t_1$  et déclenche le comptage. Celui-ci dure jusqu'à l'instant  $t_1 + t_2$  tel que le signal  $v_{S_A}$  soit modifié.

a) Exprimer  $t_2$  en fonction de  $u$ ,  $t_1$  et  $V_{ref}$ .

b) Représenter sur un même graphe  $u_2$  et  $u_1$  en fonction du temps, entre  $t = 0$  et  $t = t_1 + t_2$ .

c) Quel est le lien entre  $s_N$  et  $t_2$  ?

**I.B.3)** Quelle est la durée maximale de la conversion analogique numérique pour un convertisseur 8 bits commandé par un signal d'horloge de fréquence  $f_{ck} = 1$  GHz ?

En déduire une condition sur la fréquence des signaux qu'on peut numériser avec un tel convertisseur. Commenter.

**I.C** – Les convertisseurs plus récents ont une architecture parallèle.

La figure 3 représente un convertisseur 3 bits, qui convertit une tension  $u$  qui vérifie  $0 < u < V_{ref}$ . Il est composé de 7 comparateurs, d'une logique de commande et de résistances de valeur  $r$ ,  $2r$  et  $3r$ . Les comparateurs ont une impédance d'entrée infinie et délivrent un signal logique qui est au niveau haut lorsque la patte reliée à  $u$  a un potentiel supérieur à celui de la patte reliée à  $V_{ref}$  par l'intermédiaire des résistances.

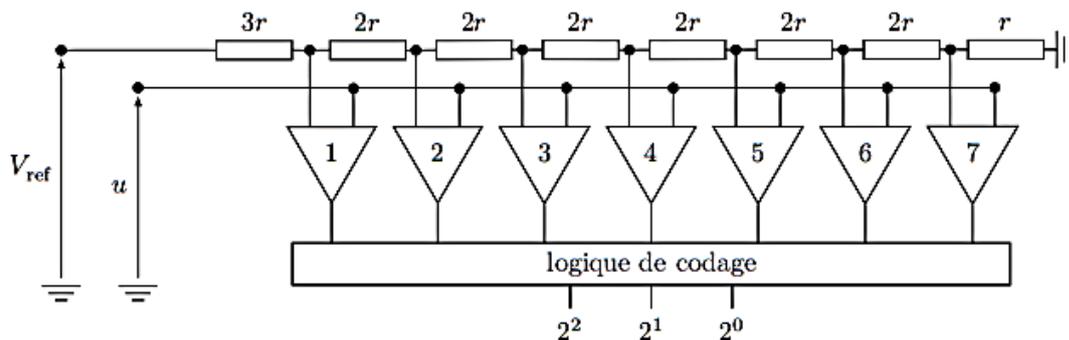


Figure 3

**I.C.1)** Expliquer le fonctionnement de ce convertisseur.

On note  $u_N$  la tension numérisée, reconstituée à partir de  $s_N$ . Comment passe-t-on de  $s_N$  à  $u_N$  ?

**I.C.2)** Pour un convertisseur 8 bits, combien faut-il de comparateurs ?

Quels sont les avantages et inconvénients comparés des convertisseurs série et parallèle ?

**I.D** – La figure 4 représente le signal numérisé  $s_N$  en fonction de la tension à numériser  $u$ .

**I.D.1)** Que vaut  $N$  dans l'exemple donné ?

**I.D.2)** Donner les valeurs de  $s_N$  en base 2 et de  $u_N$  pour  $u = 1,28$  V.

**I.D.3)** Quel type d'erreur induit la numérisation ? Préciser l'écart maximal entre la valeur de la tension numérisée  $u_N$  et  $u$ .

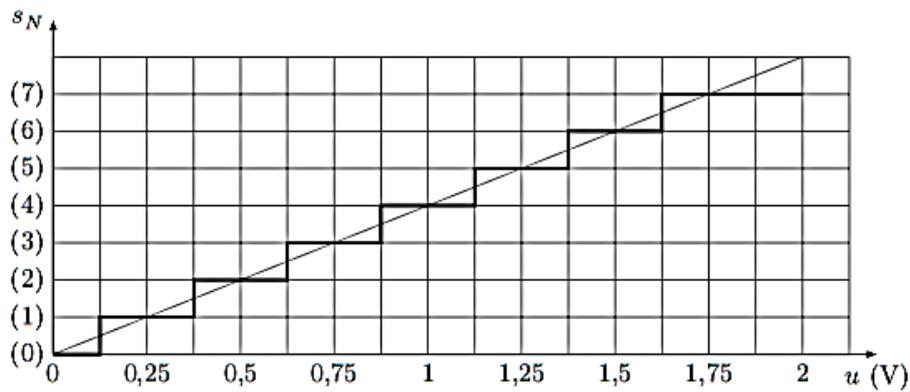


Figure 4

**I.E** – On souhaite enregistrer un signal musical avec une haute fidélité. Le signal à échantillonner possède des harmoniques très élevées, qui risquent de nuire à la qualité de l'enregistrement. Avant la numérisation, le signal doit être filtré. Un document en annexe fournit les spécifications du LMF100, qui est un composant intégré. Il réalise différents types de filtrages, selon les branchements qu'on lui applique. Dans ce document, la grandeur  $s$  est égale à  $j\omega$  où  $\omega$  est la pulsation des signaux sinusoïdaux et  $j^2 = -1$ .

**I.E.1)** Quel type de filtre doit-on utiliser et pourquoi ? Préciser la bande de fréquences qu'il doit sélectionner.

**I.E.2)** Proposer une valeur de la fréquence d'échantillonnage adaptée à la situation.

**I.F** – Quatre essais ont été réalisés en laboratoire, à quatre fréquences différentes, avec un filtre d'ordre 2 réalisé avec le LMF100. Sur les quatre oscillogrammes relevés figure 5,  $s_2(t)$  désigne la tension de sortie du filtre et  $s_1(t)$  la tension d'entrée.

Déduire de ces quatre essais la nature du filtre testé, ainsi que ses caractéristiques : fréquence propre, fréquence de coupure, facteur de qualité. Expliciter clairement la démarche et commenter les résultats obtenus.

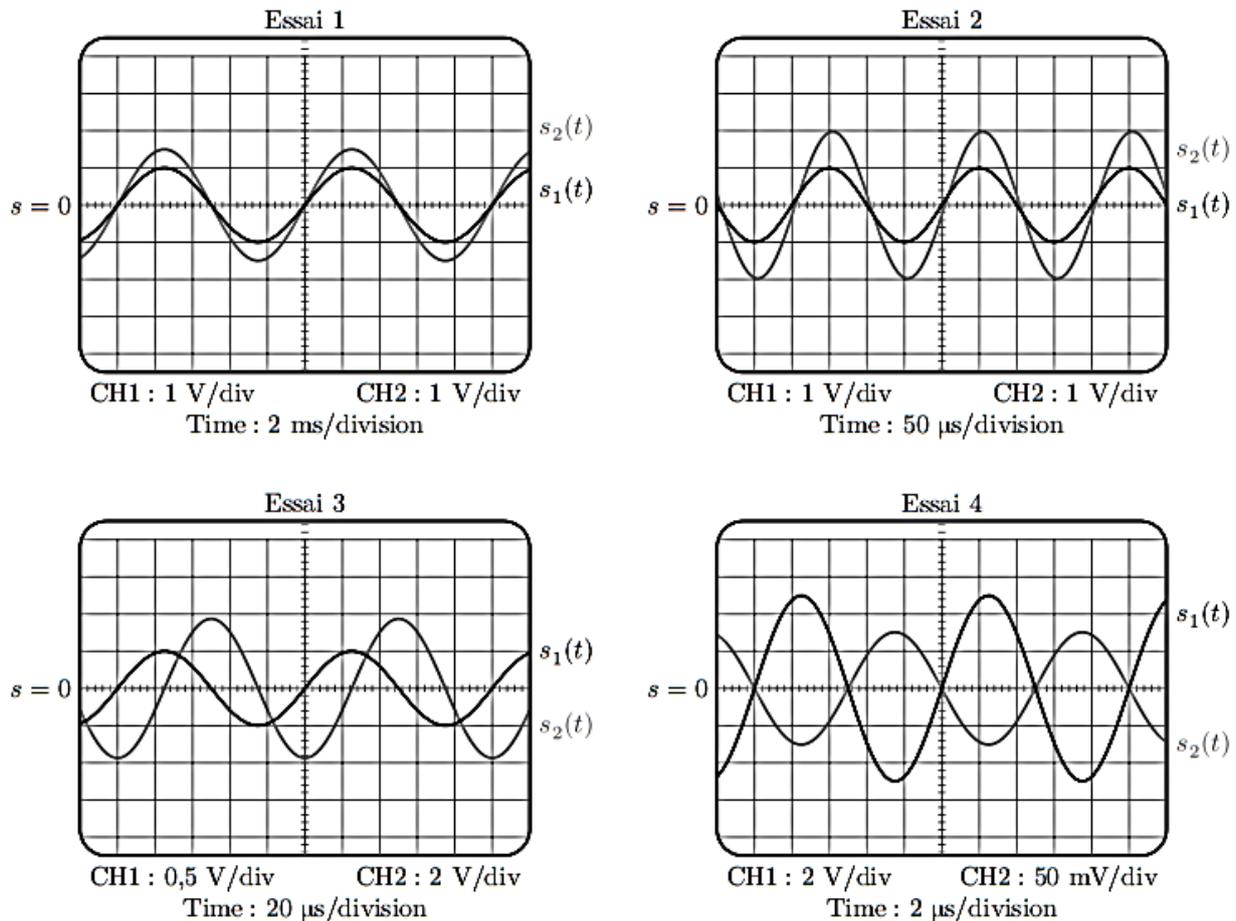


Figure 5

## IV Dissipation thermique dans les systèmes électroniques

Les microprocesseurs des ordinateurs actuels sont constitués de plus d'un million de transistors répartis sur une plaque de silicium de quelques  $\text{cm}^2$ . L'évacuation de la chaleur dégagée par le microprocesseur est indispensable pour le bon fonctionnement du composant.

**IV.A** – On étudie tout d'abord le transport thermique à travers un objet solide parallélépipédique, de dimensions  $a \times b \times \ell$  avec  $a \gg \ell$  et  $b \gg \ell$ , lorsque les faces repérées par les points  $O$  et  $A$  sont uniformément aux températures  $T_1$  et  $T_0$  respectivement (cf figure 9). L'objet est caractérisé par sa masse volumique  $\mu$ , sa capacité thermique massique  $c$  et sa conductivité thermique  $\lambda$ . L'origine de l'axe des  $x$  est prise en  $O$ .

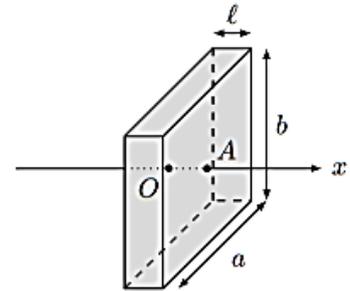


Figure 9

**IV.A.1)** Justifier qu'on puisse considérer que la température dans le solide est une fonction de  $x$  et  $t$  seulement.

**IV.A.2)** Établir l'équation de la diffusion thermique vérifiée par la température  $T(x, t)$  dans le solide considéré.

**IV.A.3)** Les températures  $T_0$  et  $T_1$  étant constantes, on étudie le régime stationnaire. Établir la loi d'évolution de la température dans le solide en fonction de  $x$ .

Exprimer la puissance thermique  $\Phi$  qui traverse le solide de  $O$  vers  $A$ .

**IV.A.4)** Montrer qu'on peut relier la différence de températures  $T_1 - T_0$  au flux  $\Phi$ , de façon analogue à la loi d'Ohm en électrocinétique, faire apparaître la résistance thermique  $R_{th}$  de l'objet parallélépipédique.

**IV.B** – Lorsqu'un solide est placé dans l'air dont la température est uniforme égale à  $T_a$ , l'échange thermique qui s'effectue à l'interface entre l'air et le solide est conducto-convectif. C'est à dire que dans une mince couche de fluide en surface du solide le gradient de température entraîne un mouvement de convection du fluide. Il en résulte une expression de la quantité de chaleur qui est transférée du solide vers l'air pendant  $dt$  à travers une surface de section  $dS = dy dz$  :

$$\delta Q_{cc} = h(T_0 - T_a) dy dz dt$$

où  $h$  est appelé coefficient de Newton, qui caractérise l'échange thermique entre le solide et le fluide et  $T_0$  est la température de surface du solide (cf. figure 10).

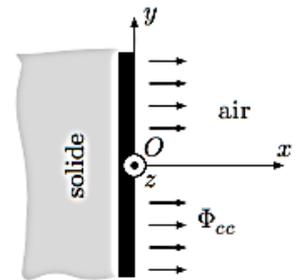


Figure 10

**IV.B.1)** Donner l'unité de  $h$  dans le système international d'unités.

Définir puis exprimer la résistance thermique  $R_h$  qui modélise l'échange thermique conducto-convectif pour une surface  $S$  de solide.

**IV.B.2)** Dans le cas d'une interface silicium/air,  $h_s = 30$  S.I. si l'air environnant est immobile et vaut  $h_c = 300$  S.I. si l'air environnant est brassé, par exemple grâce à un ventilateur.

On considère un parallélépipède de dimensions  $a \times b \times \ell = 40 \times 24 \times 1,5 \text{ mm}^3$ . Calculer les valeurs des résistances thermiques  $R_{th}$  dans le cas où l'objet est en cuivre puis en silicium, calculer aussi  $R_h$  l'air étant immobile, commenter.

**IV.C** – Dans le cas du microprocesseur dont la documentation est fournie en annexe, estimer la durée  $\Delta t$  au bout de laquelle celui-ci est détruit en l'absence de dispositif de refroidissement.

**IV.D** – Pour maintenir le microprocesseur à sa température de fonctionnement optimale  $\approx 70^\circ\text{C}$ , on utilise un radiateur sur lequel souffle l'air brassé par un ventilateur d'une part et un dispositif appelé caloduc d'autre part, qu'on se propose d'étudier.

Le caloduc est une enceinte métallique (elle est parfois en silicium) creuse, de volume constant, plate et longue, qui relie thermiquement le microprocesseur situé en  $M$  au radiateur situé en  $R$ . La plupart des ordinateurs portables en sont équipés. La figure 11 à gauche représente le caloduc vu de l'extérieur.

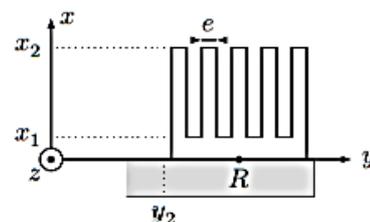
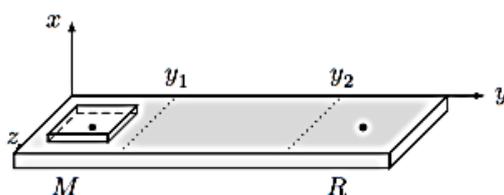


Figure 11

Dans un premier temps, on étudie le radiateur (cf figure 11 à droite) qui est une pièce métallique qui présente une surface de contact avec l'air très importante, grâce à un grand nombre d'ailettes parallélépipédiques représentées en coupe sur la figure 11. La dimension des ailettes dans la direction  $\vec{e}_z$  est notée  $l_z$ ,  $e$  selon  $\vec{e}_y$  et  $H = x_2 - x_1$  selon  $\vec{e}_x$ .

Pour étudier l'évolution de la température dans les ailettes, on isole une ailette, que l'on assimile à un milieu unidimensionnel selon  $\vec{e}_x$ . La température est notée  $T(x)$ , elle est uniforme dans une section de l'ailette. Enfin, comme l'ailette est plongée dans l'air, qui est en permanence renouvelé grâce au ventilateur, on considère que l'air qui entoure l'ailette a une température  $T_a = 20^\circ\text{C}$ , et on se limite à l'étude du régime stationnaire.

On note  $T_R$  la température au niveau du socle du radiateur, on considère que c'est la température en  $T(x_1)$  sur chacune des ailettes.

**IV.D.1)** Après avoir fait un schéma correspondant à l'étude d'une ailette considérée isolément, effectuer un bilan d'énergie sur une tranche de longueur  $dx$  de l'ailette.

Déduire de l'équation précédente l'équation différentielle vérifiée par  $T(x)$  :

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{1}{\delta^2}(T(x) - T_a) = 0$$

où  $\delta$  est à exprimer en fonction de  $\lambda$ ,  $e$ ,  $l_z$  et  $h$ .

Résoudre cette équation en considérant que la longueur  $H$  de l'ailette est très grande, c'est à dire  $H \rightarrow \infty$ .

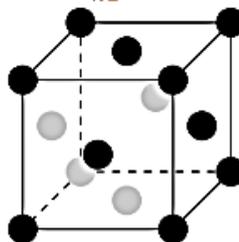
**IV.D.2)** Calculer la puissance thermique évacuée par le radiateur complet, constitué de 6 ailettes et donner la valeur de la résistance thermique équivalente au radiateur.

Pour l'application numérique on prendra  $\lambda = 100 \text{ W}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}$ ,  $e = 2 \text{ mm}$  et  $l_z = 1 \text{ cm}$ .

## Données

Constante d'Avogadro	$\mathcal{N}_a = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Boltzmann	$k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
Constante universelle des gaz parfaits	$R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
Masse d'un électron	$m_e = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Expression du facteur de Boltzmann	$\exp\left(-\frac{e}{kT}\right)$

Maille d'un réseau cubique faces centrées



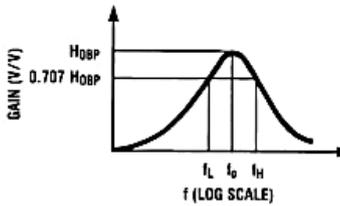
### Données sur le cuivre et le silicium

	Cu	Si
Numéro atomique	29	14
Masse atomique relative ( $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$ )	63,546	28,0855
Température de fusion ( $^\circ\text{C}$ )	1083	1410
Température d'ébullition ( $^\circ\text{C}$ )	2567	2355
État de la matière à $20^\circ\text{C}$ et 1 bar	solide	solide
Densité à $20^\circ\text{C}$ ( $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$ )	8,92	2,33
Niveaux d'oxydation	1 ou 2	-4 ou 4
Électronégativité	1,75	1,74
Rayon atomique (pm)	127,8	117,6
Configuration électronique	$[\text{Ar}]3d^{10}4s^1$	$[\text{Ne}]3s^23p^2$
Énergie d'ionisation (eV)	7,7264	8,1517
Fraction de masse dans le géosphère (%)	0,01	25,8
Conductivité électrique ( $\text{S}\cdot\text{m}^{-1}$ )	$59,6 \times 10^6$	$2,52 \times 10^{-4}$
Conductivité thermique ( $\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	401	148
Chaleur massique ( $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$ )	380	700

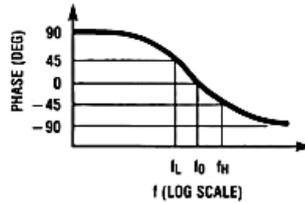
# Annexe

Filtres réalisables avec le LMF100

$$H_{BP}(s) = \frac{H_{OBP} \frac{\omega_0}{Q} s}{s^2 + \frac{s\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$



(a)



(b)

$$Q = \frac{f_0}{f_H - f_L}; f_0 = \sqrt{f_L f_H}$$

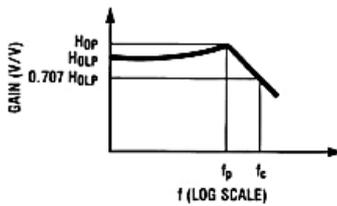
$$f_L = f_0 \left( \frac{-1}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} \right)$$

$$f_H = f_0 \left( \frac{1}{2Q} + \sqrt{\left(\frac{1}{2Q}\right)^2 + 1} \right)$$

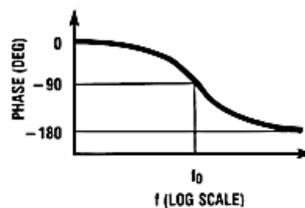
$$\omega_0 = 2\pi f_0$$

FIGURE 1. 2nd-Order Bandpass Response

$$H_{LP}(s) = \frac{H_{OLP} \omega_0^2}{s^2 + \frac{s\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$



(a)



(b)

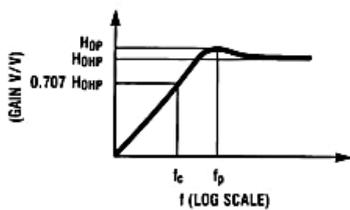
$$f_c = f_0 \times \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) + \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)^2 + 1}}$$

$$f_p = f_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$$

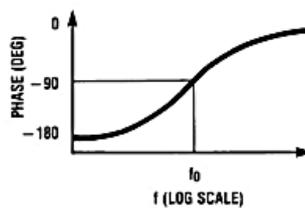
$$H_{OP} = H_{OLP} \times \frac{1}{Q \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$$

FIGURE 2. 2nd-Order Low-Pass Response

$$H_{HP}(s) = \frac{H_{OHP} s^2}{s^2 + \frac{s\omega_0}{Q} + \omega_0^2}$$



(b)



$$f_c = f_0 \times \left[ \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) + \sqrt{\left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right)^2 + 1}} \right]^{-1}$$

$$f_p = f_0 \times \left[ \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \right]^{-1}$$

$$H_{OP} = H_{OHP} \times \frac{1}{Q \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}$$

FIGURE 3. 2nd-Order High-Pass Response

### Spécification du microprocesseur i7-4500U

Status	Launched
Launch Date	Q3'13
DMI2	5 GT/s
Processor Number	i7-4500U
# of Cores	2
# of Threads	4
Clock Speed	1.8 GHz
Max Turbo Frequency	3 GHz
Intel® Smart Cache	4 MB
Instruction Set	64-bit
Instruction Set Extensions	SSE 4.1/4.2, AVX 2.0
Lithography	22 nm
Max TDP	15 W
Recommended Customer Price	TRAY: \$393.00
Max Memory Size (dependent on memory type)	16 GB
Memory Types	DDR3L-1333/1600; LPDDR3-1333/1600
# of Memory Channels	2
Max Memory Bandwidth	25.6 GB/s
PCI Express Revision	2.0
PCI Express Configurations †	4x1, 2x4
Max # of PCI Express Lanes	12
Max CPU Configuration	1
T <sub>JUNCTION</sub>	100°C
Package Size	40mm x 24mm x 1.5mm
Sockets Supported	FCBGA1168
Low Halogen Options Available	See MDDS

**- FIN DE L'ENONCE -**