

1^e partie pour le 06/02/25

Ondes électromagnétiques dans le vide, électrostatique, mécanique (mouvements d'une particule chargée dans un champ électrique ou magnétique uniforme et permanent)

2^e partie pour le 13/02/25

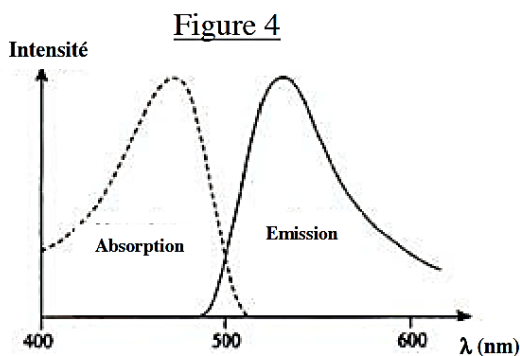
Magnétostatique, mécanique (mouvements d'une particule chargée dans un champ magnétique permanent), optique ondulatoire

MICROSCOPE OPTIQUE CONFOCAL

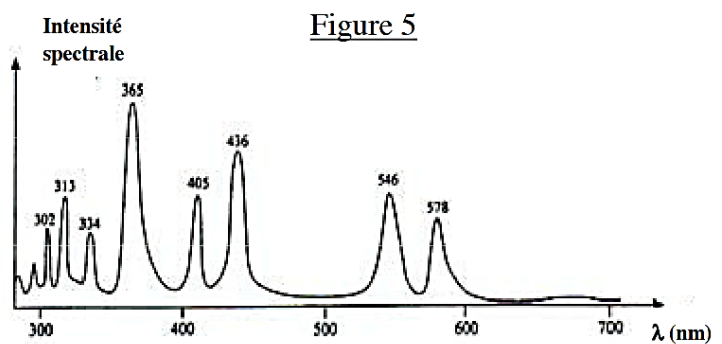
On envisage ici une amélioration du microscope classique. La microscopie confocale a été initiée par Marvin Minsky en 1957 et mise en application 30 ans plus tard.

A.2.1 Le microscope confocal peut être utilisé pour réaliser une image d'un échantillon marqué par des fluorophores ; ces molécules ont la propriété d'absorber la lumière dans un certain domaine spectral et de la réémettre dans un domaine différent.

Par exemple, l'isothiocyanate de fluorescéine (FITC) possède les profils spectraux de la figure 4. L'échantillon est éclairé par une lampe à vapeur de mercure dont le profil spectral est donné sur la figure 5 :



Profils spectraux du FITC

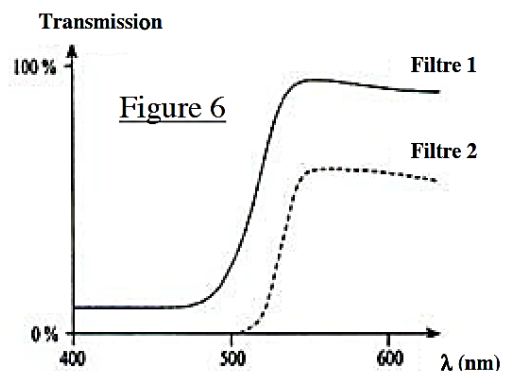


Profil d'intensité spectrale d'une lampe à vapeur de mercure

A.2.1.1 Préciser les deux domaines d'émission électromagnétique de la lampe.

A.2.1.2 On place un filtre devant le détecteur. On propose ci-contre (Figure 6) deux profils spectraux de transmission pour ce filtre, appelé filtre barrière. Lequel semble le plus adapté ?

A.2.1.3 On place également un filtre devant la lampe spectrale. Proposer un profil pour ce filtre, appelé filtre d'excitation.



A.2.1.4 En microscopie confocale, on peut utiliser également un laser comme source d'excitation. Citer une différence entre ce rayonnement et celui d'une lampe spectrale.

A.2.2 Un faisceau laser émet, dans le vide, une onde électromagnétique dont le champ électrique associé s'écrit, dans un repère cartésien orthonormé direct :

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{u}_x \quad \text{où } E_0, \omega \text{ et } k \text{ sont des constantes positives.}$$

A.2.2.1 Préciser la direction et le sens de propagation de cette onde progressive, ainsi que la nature de sa polarisation.

A.2.2.2 On donne en unités du système international (S.I.) la permittivité électrique et la perméabilité magnétique du vide :

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9} \text{ S.I.} \quad \text{et} \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ S.I.} \approx 1,25 \cdot 10^{-6} \text{ S.I.}$$

Exprimer la célérité c de l'onde dans le vide en fonction de ϵ_0 et μ_0 , puis donner sa valeur.

A.2.2.3 La longueur d'onde dans le vide étant $\lambda=628 \text{ nm}$, déterminer les valeurs de ω et k .

A.2.2.4 Exprimer le champ magnétique associé à l'onde.

A.2.2.5 Le faisceau laser est cylindrique de section $s=0,75 \text{ mm}^2$, et sa puissance moyenne temporelle est $P=0,1 \text{ W}$.

Exprimer E_0 en fonction de P , s , c et μ_0 , puis calculer sa valeur.

A.2.3 Quel phénomène limite généralement la résolution d'un instrument d'optique, et en particulier celle du microscope ?

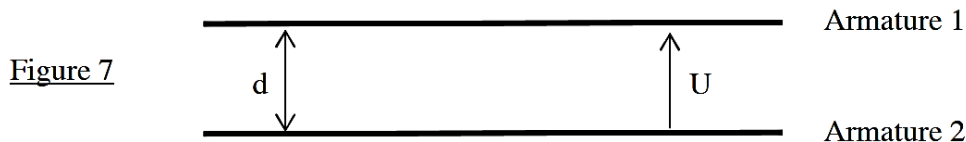
MICROSCOPE ELECTRONIQUE A BALAYAGE

Pour améliorer la résolution du microscope, on remplace les photons par des électrons, de charge $q=-e$ et de masse m .

On rappelle la relation de De Broglie : $p=h/\lambda$ où p est la quantité de mouvement, λ la longueur d'onde associée à la particule et h la constante de Planck.

B.1 Aspect électrique

Les électrons sont accélérés dans un canon à électrons (Figure 7) constitué de deux armatures planes et parallèles, distantes de $d = 1$ cm et séparées par du vide quasi-parfait.



B.1.1 On applique entre les armatures une tension positive $U=V_1-V_2$. Sur quelle armature les électrons doivent-ils être émis sachant que leur vitesse initiale est nulle ?

B.1.2 Ecrire l'équation de Poisson satisfaite par le potentiel V en précisant de quelle équation de Maxwell elle découle ; que devient cette équation dans le vide situé entre les deux armatures ?

Ces dernières étant de grande dimension, le potentiel ne dépend que d'une variable z comprise entre 0 et d , l'origine étant prise au point de départ des électrons.

B.1.3 Exprimer $V(z)$ et en déduire le champ électrique entre les armatures, en fonction de U et d .

B.1.4 On se place dans le cadre de la mécanique classique.

On donne les valeurs numériques approchées : $\frac{e}{m} \approx 2 \cdot 10^{11}$ S.I. et $\frac{h}{m} \approx 7 \cdot 10^{-4}$ S.I.

B.1.4.1 Exprimer la vitesse v atteinte par les électrons lorsqu'ils arrivent sur l'armature opposée, en fonction de U , e , m .

Calculer v sachant que $U=10^5$ V. Commenter l'ordre de grandeur obtenu.

B.1.4.2 Calculer la longueur d'onde λ associée aux électrons ainsi accélérés.

B.2 Déflecteur magnétique

Le rôle d'un déflecteur magnétique est simplement de dévier le faisceau d'électrons.

On suppose qu'un électron de vitesse v_0 arrive dans une zone où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire au vecteur vitesse.

B.2.1 Justifier le fait que le mouvement de l'électron est uniforme.

B.2.2 On admet que la trajectoire de l'électron est circulaire.

B.2.2.1 Tracer cette trajectoire, en faisant clairement apparaître les vecteurs \vec{v}_0 et \vec{B} .

B.2.2.2 Déterminer l'expression du rayon du cercle décrit, en fonction de m , v , e , B .

B.3 Lentille magnétique

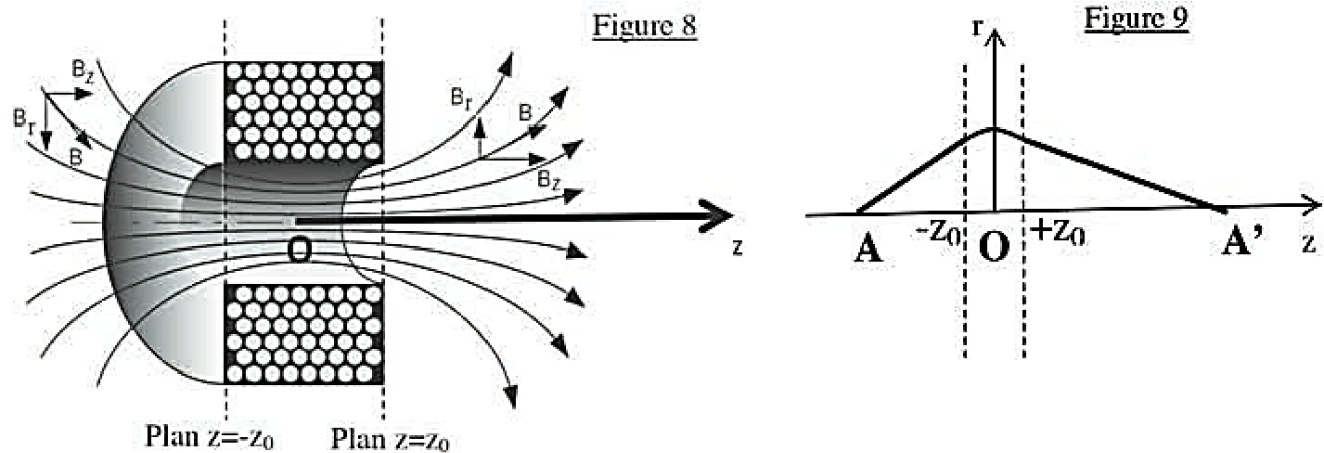
Une lentille magnétique sert à assurer la focalisation du faisceau d'électrons.

Le champ magnétique est créé par un bobinage de spires de faible largeur $2z_0$ parcouru par un courant d'intensité i .

La figure 8 suivante représente les lignes de champ magnétique.

La position de l'électron est repérée par le point M de coordonnées cylindriques (r, θ, z) , l'axe Oz étant l'axe de symétrie de la bobine centrée sur O.

La figure 9 représente la courbe $r(z)$ faisant apparaître qu'un électron issu d'un point A de l'axe du microscope ressort, après traversée de la lentille, par un point A' du même axe.



On suppose que l'électron est non relativiste, qu'il est soumis uniquement à la force magnétique et que sa vitesse initiale v_0 est quasi colinéaire à l'axe Oz : $\vec{v}_0 \approx v_0 \vec{u}_z$.

B.3.1 Justifier le fait que le champ magnétique soit de la forme : $\vec{B}(M) = B_r(r, z) \vec{u}_r + B_z(r, z) \vec{u}_z$.

Aucune expression n'est demandée pour B_r et B_z .

B.3.2 Dans quelle zone le champ magnétique est-il le plus intense ?

B.3.3 Montrer qu'à l'intérieur de la bobine, les équations du mouvement de l'électron peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} \frac{d^2 r}{dt^2} - r \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = -\frac{e}{m} r \frac{d\theta}{dt} B_z \\ \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(r^2 \frac{d\theta}{dt} \right) = \frac{e}{m} \left(\frac{dr}{dt} B_z - \frac{dz}{dt} B_r \right) \\ \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{e}{m} r \frac{d\theta}{dt} B_r \end{cases}$$

B.3.4 On admet que la résolution du système conduit, pour la fonction $r(z)$, à l'équation approchée suivante : $\frac{d^2 r}{dz^2} \approx -\frac{e^2}{4m^2 v_0^2} r_0 B_z^2$ où r_0 est la valeur de r à l'entrée et à la sortie de la lentille.

En remarquant que $\left(\frac{dr}{dz} \right)_{-z_0} \approx -\frac{r_0}{OA}$ et $\left(\frac{dr}{dz} \right)_{+z_0} \approx -\frac{r_0}{OA'}$, déduire de l'équation précédente, que \overline{OA} et $\overline{OA'}$ sont liés par la relation de conjugaison d'une lentille et préciser sa distance focale image f' en fonction de e , m , v_0 et de l'intégrale $I = \int_{-z_0}^{+z_0} B_z^2 dz$ que l'on ne cherchera pas à calculer.

B.3.5 La tension accélératrice U étant fixée, sur quel (s) paramètre (s) peut-on agir pour influencer sur f' ?

MESURE D'ÉPAISSEUR PAR INTERFEROMETRIE

Frits Zernike, qui a obtenu le prix Nobel en 1953 pour son microscope à contraste de phase, a dans un premier temps utilisé un montage interférentiel à trois fentes, pour contrôler ou mesurer l'épaisseur d'une fine lame transparente à faces parallèles.



Dans cette partie, on suppose tous les rayons lumineux très peu inclinés par rapport à l'axe horizontal.

D.1 Système interférentiel à deux fentes

On considère d'abord un système de deux fentes F_1 et F_2 très fines perpendiculaires au plan de la figure 15. Elles sont distantes de $2a$ et de grande longueur. L'ensemble est éclairé par une source S ponctuelle et monochromatique de longueur d'onde λ placée au foyer objet d'une lentille convergente. L'observation de la figure d'interférences se fait sur un écran placé dans le plan focal image d'une lentille convergente de distance focale image f' .

On s'intéresse aux ondes reçues au point M d'ordonnée z sur l'écran et on suppose z et a très petits devant f' : $x, a \ll f'$.

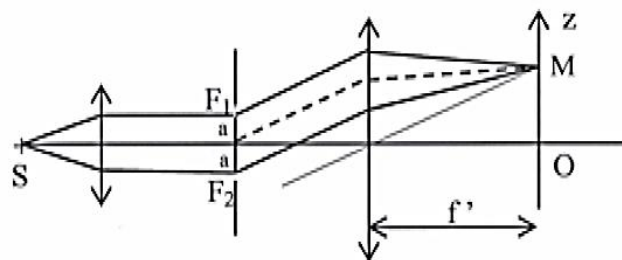


Figure 15

On adopte le modèle scalaire de la lumière et on note s_0 l'amplitude associée au rayon fictif (en pointillés sur la figure) provenant du milieu des deux fentes. Les amplitudes complexes des deux rayons issus de F_1 et F_2 et déphasés d'un angle 2φ sont alors : $\underline{s}_1 = s_0 e^{+j\varphi}$ et $\underline{s}_2 = s_0 e^{-j\varphi}$.

On note $E_0 = \underline{s}_1 \cdot \underline{s}_1^* = \underline{s}_2 \cdot \underline{s}_2^* = s_0^2$ l'éclairement (ou intensité lumineuse) émis par chacune des deux fentes. s_0 est une constante liée à l'intensité de la source.

D.1.1 Après avoir cité le théorème utile, exprimer φ en fonction de a , f' , λ et z .

D.1.2 Exprimer l'éclairement E résultant de l'interférence des deux ondes en fonction de E_0 et φ . Tracer l'allure de la courbe E en fonction de φ .

D.2 Système interférentiel à trois fentes

On ajoute une troisième fente F_0 au milieu des deux autres et identique à celles-ci.

D.2.1.1 Montrer que le nouvel éclairement peut se mettre sous la forme : $E = E_0 (1 + 2 \cos(\varphi))^2$.

D.2.1.2 Reproduire et compléter le tableau de valeurs suivant :

φ en rad	0	$2\pi/3$	π	$4\pi/3$	2π
E/E_0					

D.2.1.3 Tracer l'allure de la courbe E/E_0 en fonction de φ .

D.2.2 A partir du montage à trois fentes, on ajoute devant la fente centrale F_0 et parallèlement au plan des fentes, une lame de verre à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice $n=1,5$.

e étant très faible, on considérera que le rayon lumineux qui traverse la lame, parcourt une distance e dans le verre, sans être dévié.

D.2.2.1 Montrer que si l'épaisseur de la lame est telle qu'elle induit un retard de phase de $\pi/2$ pour le rayon central, on retrouve une alternance régulière de franges brillantes et de franges sombres (pas nécessairement noires), contrairement à la question précédente.

D.2.2.2 Si on veut contrôler par cette méthode que la lame a bien l'épaisseur souhaitée $e=0,3 \mu\text{m}$, quelle valeur faut-il choisir pour λ ?

D.2.2.3 Si on veut mesurer l'épaisseur e , on peut déplacer l'écran d'une distance $x=\overline{OO'}$, de façon à retrouver la même figure d'interférences que celle qu'on avait en l'absence de lame.

Pour cela, on positionne le plan des fentes dans le plan focal objet de la lentille de projection.

Le point O' de la figure 16 est tel que les trois rayons issus des trois fentes sont à nouveau en phase (comme en O sans la lame).

Exprimer x en fonction de n , e et de l'angle $\alpha \approx \frac{a}{f'}$.

On donne $a=0,1 \text{ mm}$, $f'=10 \text{ cm}$ et $n=1,5$ et on mesure à l'aide d'un microscope viseur : $x = -1 \text{ cm}$.

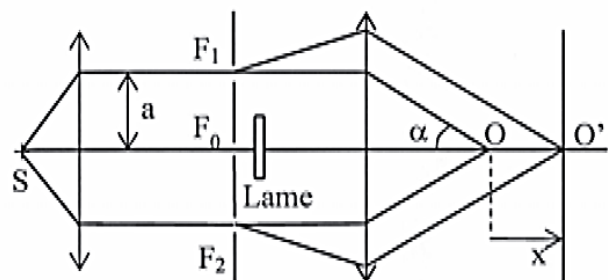


Figure 16

Sachant que $\cos \alpha \approx 1 - \alpha^2 / 2$, en déduire l'ordre de grandeur de l'épaisseur e .