

## 0 Exercices classiques vus en cours :

**A.1 :** Conductivité complexe du plasma

**A.2 :** Equation de propagation

**A.3 :** Relation de dispersion – Cas de l'ionosphère

**A.4 :** Expression de la vitesse de phase à partir de la relation de dispersion

**B.2 :** Signal somme de 2 OPPM de pulsations proches : porteuse - enveloppe et vitesse de groupe

**B.3 :** Détermination graphique d'une vitesse de groupe

**B.4 :** Expression de la vitesse de groupe à partir de la relation de dispersion

Capacités exigibles	Ch EM6	Ex 2,4	Ex 1,3,5-7
<b>Onde plane transverse électrique monochromatique dans un plasma dilué. Conductivité complexe du milieu.</b> Exprimer la conductivité complexe du milieu et établir la relation de dispersion. Décrire le phénomène de dispersion. <b>Pulsation de coupure.</b> Relier la fréquence de coupure aux caractéristiques du plasma et citer son ordre de grandeur dans le cas de l'ionosphère. <b>Ondes évanescentes.</b> Distinguer qualitativement les ondes évanescentes et les ondes progressives du point de vue du transport de l'énergie.	•	•	•
<b>Vitesse de phase, vitesse de groupe. Propagation d'un paquet d'ondes dans un milieu linéaire faiblement dispersif.</b> Calculer la vitesse de groupe à partir de la relation de dispersion. Associer la vitesse de groupe à la propagation de l'enveloppe du paquet d'ondes.	•		•

## 1 ✍ Propagation dans l'ionosphère : exercice de cours ! (d'après CCMP MP 2007)

Le satellite communique avec la Terre en émettant ou recevant des ondes électromagnétiques. Ces ondes traversent l'atmosphère, assimilée ici au vide, à l'exception d'une couche appelée ionosphère située environ à partir de l'altitude  $z_i = 100$  km de la Terre. L'ionosphère est constituée d'un gaz sous très faible pression et partiellement ionisé par le rayonnement solaire, encore appelé plasma ionosphérique. Ce plasma contient donc des ions positifs de charge  $+e$  et de masse  $M_i$  et des électrons de charge  $-e$  et de masse  $m_e$ . L'ionosphère étant électriquement neutre, ions positifs et électrons ont même densité particulière  $n$ .

On étudie la possibilité de propagation selon une verticale locale (Fig. 4) d'une onde électromagnétique monochromatique plane progressive décrite par les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  :

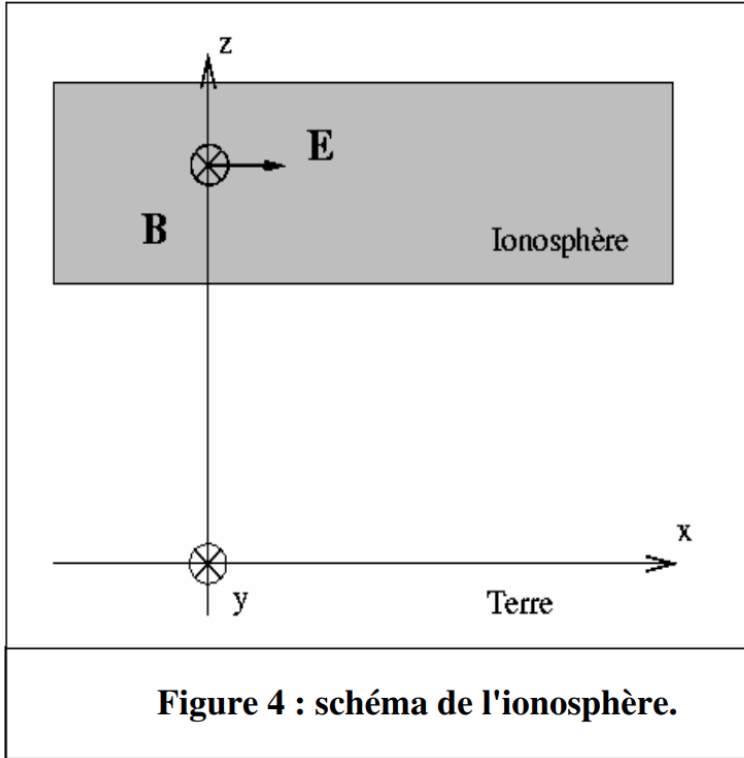
$$\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \hat{u}_x$$

$$\vec{B} = B_0 e^{i(\omega t - kz)} \hat{u}_y$$

avec  $\omega$  réel et constant. On admettra qu'étant donné les conditions expérimentales,  $\frac{\omega}{k} \approx c$ .

## DONNÉES PHYSIQUES

perméabilité du vide	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$
vitesse de la lumière	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$
masse de l'électron	$m_e = 0,91 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$
charge élémentaire	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$



**Figure 4 : schéma de l'ionosphère.**

□ 25 – Exprimer la force de Lorentz exercée sur les charges. Dans quelle condition peut-on négliger la contribution du champ magnétique devant celle du champ électrique ?

Dans cette hypothèse, exprimer en notation complexe la vitesse  $\vec{v}_e$  prise par un électron ; exprimer de même la vitesse  $\vec{v}_i$  prise par un ion. On admet que l'amplitude des mouvements de l'électron est très petite devant la longueur d'onde du rayonnement. En déduire la densité de courant  $\vec{j}$  qui apparaît dans le plasma. Simplifier cette expression en tenant compte de la relation  $M_i \gg m_e$ .

□ 26 – Écrire les équations de Maxwell dans le plasma. En déduire l'équation aux dérivées partielles vérifiée par le champ  $\vec{E}$ , puis l'expression de  $k^2$  en fonction de  $\omega$  et des données. On introduira  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$ . On

posera  $\omega_p^2 = \frac{ne^2}{m\epsilon_0}$ .

□ 27 – Discuter suivant la valeur de  $\omega$  la possibilité de propagation de l'onde à travers le plasma. On montrera que l'ionosphère se comporte comme un filtre passe-haut dont on donnera la fréquence de coupure  $f_c$ .

□ 28 – Dans le cas où la propagation est possible, donner la relation de dispersion, la vitesse de phase  $v_\phi$ , la vitesse de groupe  $v_g$ . Le milieu est-il dispersif ? Tracer les graphes de  $v_\phi$  et  $v_g$  en fonction de  $\omega$  et donner une relation simple entre  $v_\phi$  et  $v_g$ .

❑ 29 – La densité particulaire est  $n = 2.10^{10} \text{ m}^{-3}$ . Comparer cette densité avec celle du cuivre, que l'on évaluera en admettant par exemple que chaque atome du cristal de cuivre métal fournit un électron libre. Donner le domaine de fréquences qui permet de communiquer avec le satellite.  
 ↪ Aide : exploiter l'ODG de la distance interatomique dans un cristal

❑ 30 – On considère un canal de communication entre un satellite placé à une altitude de 800 km et un observateur terrestre tel que le satellite soit exactement à sa verticale. La fréquence de ce canal est 1 GHz. Quel sera le retard induit par l'ionosphère en supposant que celle-ci est homogène entre 100 km et 300 km d'altitude (on considérera dans ce problème que l'atmosphère comprise entre 0 km et 100 km d'altitude a un indice égal à 1, et qu'au dessus de 300 km, la propagation s'effectue dans le vide) ? Comment se modifie ce retard lorsque la densité particulaire passe de la valeur de  $n_0 = 2.10^{10} \text{ m}^{-3}$  (valeur typique de nuit) à  $n_1 = 5 \cdot 10^{11} \text{ m}^{-3}$  (valeur typique de jour), et en supposant que l'extension de l'ionosphère ne varie pas entre le jour et la nuit ?

❑ 31 (prolongement de la question 30) – Donner l'expression de l'indice de réfraction plasma  $n_p = \frac{c}{v_\phi}$  et en admettant la validité de la loi de Descartes, décrire la réfraction d'un rayon relatif au signal décrit à la question précédente (rayon frappant le dioptre vide → plasma avec une incidence non nulle). Donner en particulier l'expression de l'angle limite de réflexion totale.

## 2 ✍ Plasma d'Hélium

On considère de l'Hélium gazeux à la pression  $P_0 = 1,013 \text{ bar}$  et à la température  $T = 1000 \text{ K}$ .

On suppose qu'il devient un plasma totalement ionisé.

➡ Déterminer la condition sur la fréquence d'une OPM électromagnétique pour qu'elle puisse se propager dans ce plasma.

**Données :**

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1} \text{ et } \varepsilon_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$$

Numéro atomique de He :  $Z = 2$  ; Masse molaire de He :  $M = 4,00 \text{ g.mol}^{-1}$

Pulsation plasma :  $\omega_p = \sqrt{\frac{n^* e^2}{m_e \varepsilon_0}}$  avec  $n^*$  la densité volumique d'électrons du plasma

### 3 Superposition de deux ondes et paquet d'ondes à spectre rectangulaire

On considère un paquet d'ondes de pulsation  $\omega_o$ , de largeur  $\delta\omega$  se propageant suivant  $+\vec{u}_z$  et polarisé rectilignement suivant  $+\vec{u}_x$ . On étudie dans cet exercice deux représentations de ce paquet d'ondes, la relation de dispersion dans le milieu est supposée connue.

1. Dans un premier modèle peu réaliste, on assimile le paquet d'ondes à la superposition de deux ondes, de même amplitude et même phase à l'origine, de pulsations :

$$\omega_1 = \omega_o - \frac{\delta\omega}{2} ; \omega_2 = \omega_o + \frac{\delta\omega}{2}$$

- (a) On note  $k_o = k(\omega_o)$ , écrire les vecteurs d'ondes  $k_1$  et  $k_2$  associés à  $\omega_1$  et  $\omega_2$  en fonction de  $k_o$ ,  $\delta\omega$  et  $\frac{dk}{d\omega}(\omega_o) = \frac{1}{v_g}$ .
- (b) Écrire le champ électrique  $\vec{E}(z, t)$  en notation réelle.
- (c) Montrer que :

$$\vec{E}(z, t) = 2E_o \cos(\omega_o t - k_o z + \varphi_o) \cdot \cos\left(\frac{\delta\omega}{2} \left(t - \frac{z}{v_g(\omega_o)}\right)\right) \vec{u}_x$$

- (d) Représenter le paquet d'ondes à deux instants  $t_1$  et  $t_2 > t_1$ . Commenter.

2. Dans un second modèle, on considère un paquet d'ondes :

$$\vec{E}(z, t) = \frac{E_o}{\delta\omega} \int_{\omega_1}^{\omega_2} \exp(i(\omega t - k(\omega)z)) d\omega \vec{u}_x$$

- (a) Représenter le spectre du signal considéré.
- (b) Montrer que :

$$\vec{E}(z, t) = \frac{E_o}{\delta\omega} \exp(i(\omega_o t - k_o z)) \int_{\omega_1}^{\omega_2} \exp(i(\omega - \omega_o)(t - z/v_g)) d\omega \vec{u}_x$$

- (c) Calculer l'intégrale puis représenter  $E(0, t)$ . Commenter.

### 4 Ondes longitudinales dans les plasmas

Un plasma d'hydrogène est un gaz totalement ionisé constitué de protons de charge  $e$  et de masse  $m_p$ , et d'électrons de charge  $-e$  et de masse  $m_e \ll m_p$ . Au repos, les densités d'électrons et de protons sont égales à  $n_0$ . On s'intéresse à la propagation d'ondes planes se propageant suivant  $\vec{e}_x$ , de la forme

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E_1(x, t) \vec{e}_x = E_o \cos(\omega t - kx) \vec{e}_x \quad \text{et} \quad \vec{B} = \vec{B}_1(x, t) .$$

Cette onde met en mouvement les charges. Les protons et les électrons acquièrent alors les vitesses  $v_{1,p}(x, t) \vec{e}_x$  et  $v_{1,e}(x, t) \vec{e}_x$ . Leurs densités sont alors modifiées selon  $n_e = n_0 + n_{1,e}(x, t)$  et  $n_p = n_0 + n_{1,p}(x, t)$ . Toutes les quantités portant l'indice 1 sont de valeur moyenne temporelle nulle, et sont supposées infiniment petites, et de même ordre. On se limitera à un calcul d'ordre un dans la suite.

1. L'onde est qualifiée de plane et longitudinale électrique. Justifier, en montrant en particulier que le champ magnétique est nul.
2. Exprimer la densité volumique de courant  $\vec{j}$  en fonction des densités d'électrons, de protons, et de leurs vitesses. En déduire

$$\frac{\partial E}{\partial t} = -\frac{n_0 e}{\epsilon_0} (v_{1,p} - v_{1,e}) .$$

3. La vitesse des électrons (resp. des protons) obéit à l'équation

$$\frac{\partial v_{1,e/p}}{\partial t} = \mp \frac{e}{m_{e/p}} E_1(x, t) .$$

En déduire les contributions relatives des électrons et des protons sur la densité de courant.

4. Conclure sur la pulsation des ondes.

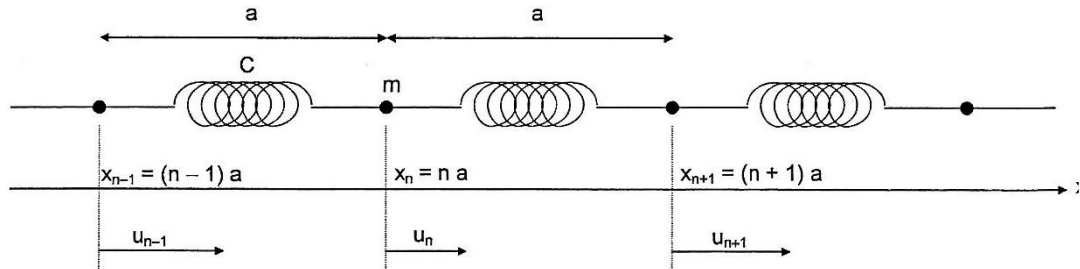
## 5 Dispersion sur une chaîne d'atomes (d'après oral CCINP)

On veut montrer qu'il existe des ondes élastiques longitudinales de pulsation  $\omega$  et de vecteur d'onde  $\vec{k} = k\vec{u}_x$  pouvant se propager le long d'une chaîne infinie d'atomes de masse  $m$ . A l'équilibre, ils sont séparés par une distance  $a$  et l'atome  $n$  se trouve à l'abscisse  $x_n^0 = na$ .

Lorsqu'une onde longitudinale perturbe la chaîne, elle modifie la position de l'atome  $n$  d'une quantité  $u_n \ll a$ .

On modélise l'interaction entre les atomes par des ressorts de raideur  $C$  et de longueur à vide  $a$ . On posera

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C}{m}}.$$



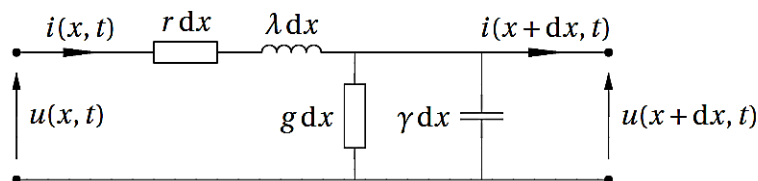
- 1) Etablir l'équation différentielle du mouvement de l'atome  $n$ .

On cherche des solutions s'écrivant en notation complexe :  $\underline{u}_n = A \cdot \exp(i(kx_n^0 - \omega t))$

- 2) Justifier pourquoi l'amplitude du signal ne dépend pas de  $n$ . Montrer que la relation de dispersion s'écrit sous la forme  $\omega = 2\omega_0 \sin\left(\frac{ka}{2}\right)$ . En déduire que les ondes susceptibles de se propager sur la chaîne sont telles que  $\omega < \omega_M$  avec  $\omega_M$  une pulsation dont on donnera l'expression.
- 3) Déterminer l'expression de la vitesse de phase  $v_\phi(k)$  et la vitesse de groupe  $v_g(k)$ . Donner leurs limites pour  $ka \rightarrow 0$  et  $ka \rightarrow \pi$ ; à quelles pulsations limites ces conditions correspondent-elles ? Tracer l'allure des courbes  $v_\phi(k)$  et  $v_g(k)$ . Commenter.

## 6 Equation des télégraphistes

On modélise un câble coaxial par une ligne à constantes réparties :  $r$  est une résistance par unité de longueur,  $\lambda$  est une inductance par unité de longueur,  $g$  est une conductance par unité de longueur et  $\gamma$  est une capacité par unité de longueur. Le schéma ci-dessous représente une portion de câble de longueur  $dx$ .



1. Montrer que la tension  $u(x, t)$  vérifie l'équation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \gamma \lambda \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + (r\gamma + \lambda g) \frac{\partial u}{\partial t} + rgu(x, t).$$

2. Dans quel cas retrouve-t-on l'équation de d'Alembert? Exprimer alors la célérité  $c$ .

3. Dans le cas général, on cherche une solution de l'équation établie à la question 1 en régime harmonique de la forme  $\underline{u}(x, t) = \underline{u}_0 e^{j(\omega t - \underline{k}x)}$ , où  $j^2 = -1$  et  $\underline{k}$  est *a priori* complexe. Établir la relation de dispersion entre  $\omega$  et  $\underline{k}$ . Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme

$$\underline{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} (1 - ja)(1 - jb)$$

où  $a$  et  $b$  sont des grandeurs que l'on exprimera en fonction de  $r, g, \lambda, \gamma$  et  $\omega$ .

4. On se place dans la condition dite de Heaviside :  $r\gamma = g\lambda$ . La propagation est-elle dispersive? Y a-t-il absorption? Si oui, préciser la distance caractéristique.



## 7 Approche documentaire : Ionosphère et télécommunications

**NB :** Cet exercice rassemble plusieurs documents où les notations des grandeurs sont différentes. Vous prendrez soin de distinguer l'indice optique d'un milieu et la densité électronique = densité volumique d'électrons du plasma.

L'ionosphère est la partie de la haute atmosphère (80 à 800 km d'altitude en plusieurs couches) où les gaz sont ionisés par le rayonnement UV et X provenant du Soleil. On peut représenter le phénomène d'ionisation par la réaction d'équation :



Avec A une molécule ou un atome

### Données sur l'ionosphère

À haute altitude, au-delà de quelques dizaines de kilomètres de la surface de la Terre, la pression devient très faible. La densité particulaire est faible et les molécules présentes sont ionisées comme nous avons vu avant par le rayonnement UV provenant du Soleil. La densité électronique qui en résulte varie fortement en fonction de l'altitude, du jour et de la nuit. Les limites courantes de la densité électronique sont  $n_{min} = 10^7 \text{ e}^-/\text{m}^3$  à  $n_{max} = 10^{12} \text{ e}^-/\text{m}^3$ , voir le graphique de la figure 4.

On peut constater que l'on distingue en fait 3 couches avec éventuellement des sous-couches. La couche D se situe entre 50 km et 100 km d'altitude. La densité électronique y atteint  $10^{10} \text{ e}^-/\text{m}^3$ . Pendant la journée, la densité électronique se maintient relativement bien autour de cette valeur. Par contre, cette couche disparaît très rapidement avec le coucher du Soleil. À chaque densité électronique correspond une fréquence de coupure du plasma  $f_p$ . Il s'agit de la fréquence en dessous de laquelle l'onde électromagnétique venue de la surface de la Terre se réfléchit. Cette fréquence est donnée par la formule :

$$f_p = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{ne^2}{m_e \epsilon_0}}$$

Dans cette formule,  $m_e$  représente la masse d'un électron. La fréquence du plasma dépend de la densité volumique d'électrons  $n$  mais, en dehors de cela, il ne figure dans la formule que des constantes fondamentales de la Physique. En effectuant partiellement l'application numérique, on peut aboutir à la formule pratique suivante :

$$f_p = 9 \sqrt{n} \text{ en Hz}$$

Dans cette formule, la densité électronique  $n$  est exprimé en  $\text{m}^{-3}$ .

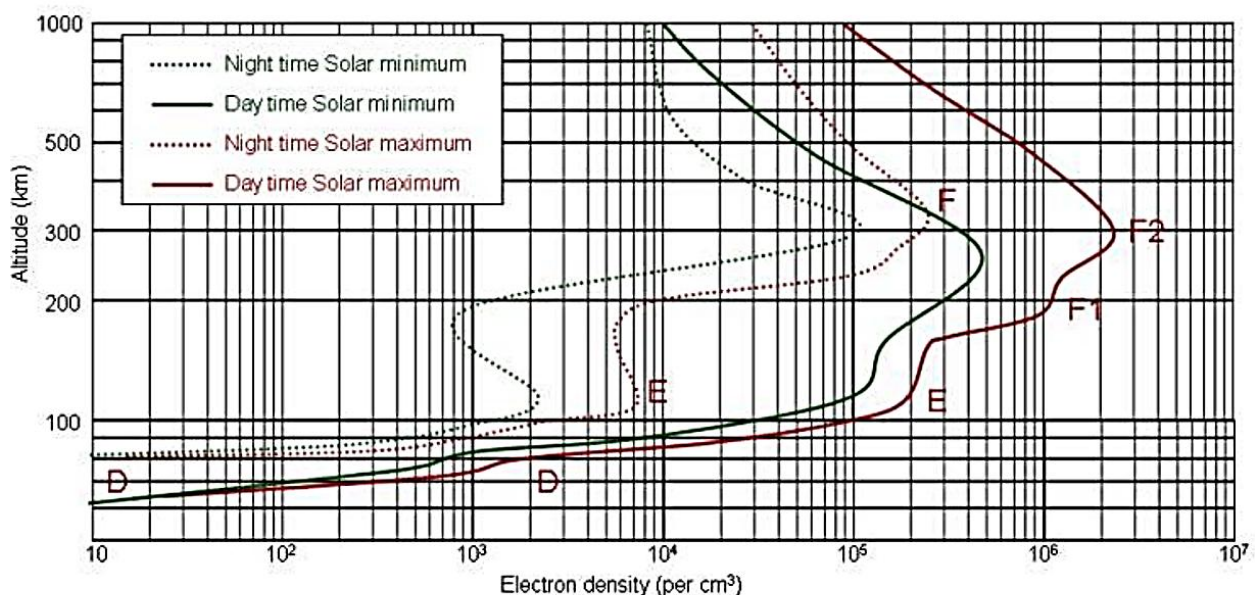


FIGURE 4 – Densité électronique dans l'ionosphère

Pour étudier la composition de l'ionosphère, on envoie une onde électromagnétique de fréquence fixée. La durée de son aller-retour permet de savoir à quelle altitude  $h$ , elle s'est réfléchi. Cette altitude est donnée par la formule  $2h = c\Delta t$  où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide - le milieu étant très peu dense, on assimile la vitesse de propagation à celle dans le vide -. Tant que la fréquence de l'onde est supérieure à la fréquence du plasma, l'onde continue à se propager. Or, la densité a tendance à augmenter lorsque l'altitude augmente. Au fur et à mesure de son parcours, la fréquence plasma augmente et atteint la fréquence de l'onde. À partir de ce moment, l'onde est réfléchi vers le bas. En mesurant l'intervalle de temps  $\Delta t$ , on possède l'altitude et la fréquence de l'onde  $f = f_p$  nous permet d'accéder à la densité électronique selon :

$$n = \frac{4\pi^2 f_p^2 m_e \epsilon_0}{e^2}$$

On peut encore, en utilisant, la formule semi-numérique donner l'expression de la densité électronique :

$$n = \frac{f_p^2}{81}$$

Dans cette expression, la fréquence doit être exprimée en Hz. La densité électronique sera alors dans l'unité légale à savoir  $m^{-3}$ .

La couche E se situe entre 100 km et un peu moins de 200 km. Sa densité atteint des valeurs comprises entre  $10^{11} e^-/m^3$  et  $10^{12} e^-/m^3$ . On voit clairement sur le graphique de la figure 4 que la densité électronique est divisée par 100 voire plus pendant la nuit. On peut considérer que cette couche disparaît elle aussi.

La couche F est très épaisse, on peut éventuellement y distinguer des sous-couches. C'est la plus épaisse des couches de l'ionosphère puisqu'on l'estime comprise entre 200 km et 500 km. La concentration en électrons dépasse  $10^{12} e^-/m^3$ . L'altitude de cette couche varie fortement en fonction de l'heure du jour ou celle de la nuit. La couche F se sépare souvent en deux sous-couches F1 et F2 qui se recombinent la nuit. Cette couche est importante car la plupart des satellites sont situés au-delà de 800 km d'altitude, il est donc indispensable que les ondes électromagnétiques provenant de la Terre et permettant la communication avec les satellites puissent la traverser. Leur fréquence doit donc être supérieure à la fréquence de plasma.

Les ionogrammes que l'on enregistre en utilisant les ionosondes correspondent à des graphiques comme celui de la figure 5. On y voit l'altitude à laquelle une fréquence d'ondes électromagnétiques est réfléchi.

Le cycle solaire influence beaucoup la densité électronique des couches de l'ionosphère, voir la figure 4. L'évolution des fréquences limites est très suivie afin de garantir les télécommunications.

Dans la présentation simplifiée que nous venons de faire de l'écho radio provoqué par une des couches de l'ionosphère, seul des trajets rectilignes ont été envisagés. Ces trajets sont en réalité courbes car sous l'effet d'une réfraction permanente avec un angle d'incidence non nul, on obtient ce qui est représenté sur le schéma de la figure 7.

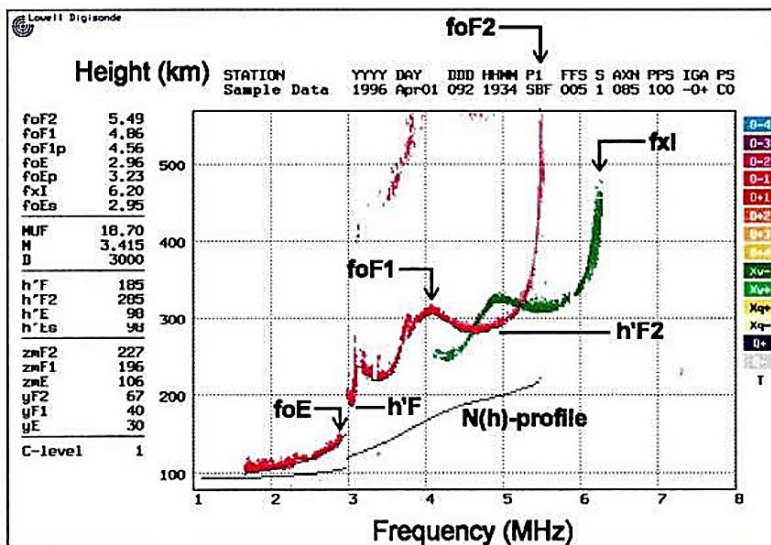


FIGURE 5 – Ionogrammes

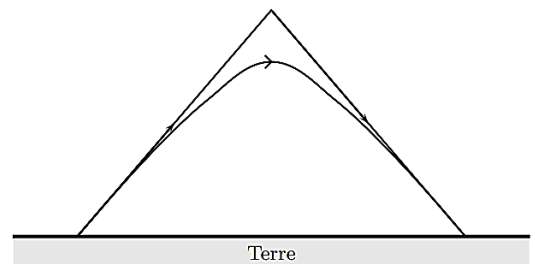
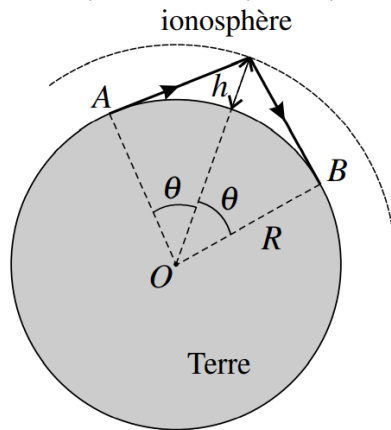


FIGURE 7 – Réfraction atmosphérique

## Influence de l'ionosphère sur les télécommunications terrestres

Une onde de fréquence inférieure  $f_{C,\text{ionosphère}}$  envoyée en direction de l'ionosphère ne peut la traverser ; elle est réfléchiée par la couche de plasma comme par un métal (voir chapitre suivant).

On utilise cette possibilité de réflexion pour augmenter la portée des émetteurs comme le montre la figure 19.2 : l'onde émise en  $A$  atteint le point  $B$  grâce à la réflexion sur une couche ionosphérique située à la hauteur  $h$  au dessus du sol. La portée est maximale si l'onde est émise horizontalement ; l'observation de la figure montre alors que :  $\cos \theta = \frac{R}{R+h}$  où  $R$  est le rayon terrestre ; on en déduit la distance entre les points  $A$  et  $B$  à la surface de la Terre :  $\widehat{AB} = 2R\theta = 2R \arccos \frac{R}{R+h}$ . Pour une onde émise dans une direction faisant l'angle  $\alpha$  avec le sol, on trouve :  $\widehat{AB} = 2R \left( \arccos \left( \frac{R}{R+h} \cos \alpha \right) - \alpha \right)$ . Numériquement :



**Figure 19.2** – Réflexion d'une onde sur l'ionosphère.

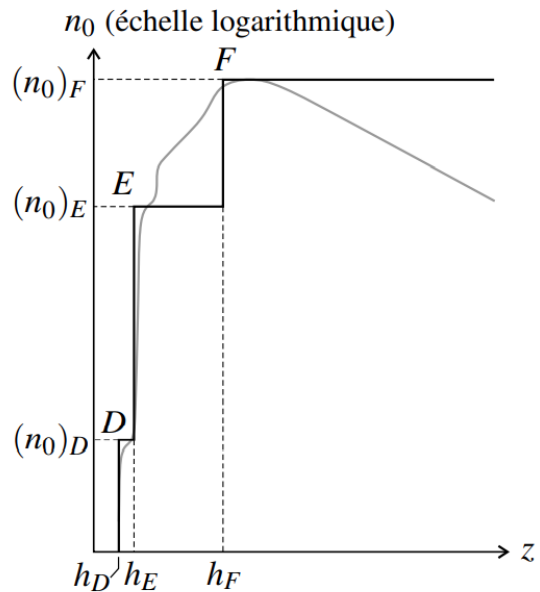
- avec une réflexion sur la couche  $E$  d'altitude  $h_E = 100$  km, la portée maximale théorique vaut environ 2200 km et pour  $\alpha = \pi/8$  la distance atteinte est d'environ 450 km,
- avec une réflexion sur la couche  $F$  d'altitude  $h_F = 300$  km, la portée maximale vaut environ 3800 km et pour  $\alpha = \pi/8$  la distance atteinte est d'environ 1200 km.



Pour étudier plus précisément le phénomène on modélise l'ionosphère de manière très simplifiée en la supposant constituée par trois couches dans lesquelles la densité numérique des ions est uniforme. Les paramètres du modèles sont rassemblés dans le tableau ci-dessous ; ils sont choisis de manière à coller au plus près d'une courbe expérimentale (voir figure) correspondant à des mesures faites de jour avec une activité solaire maximale. Les caractéristiques de l'ionosphère évoluant constamment, ces valeurs sont seulement des valeurs typiques.

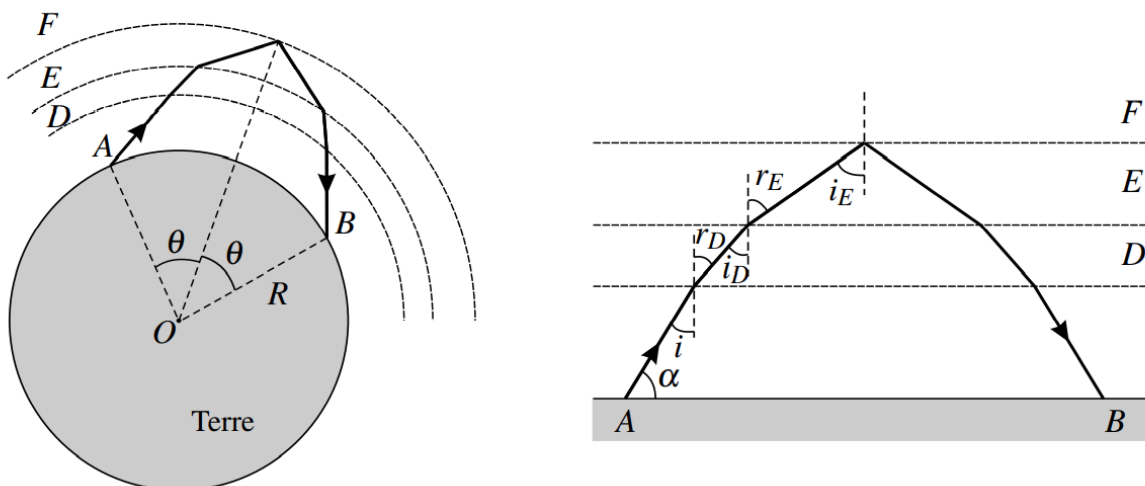
Couche	Altitude en km	Densité électronique en $\text{m}^{-3}$
<i>D</i>	$h_D = 50$	$(n_0)_D = 1.10^{10}$
<i>E</i>	$h_E = 100$	$(n_0)_E = 1,2.10^{11}$
<i>F</i>	$h_F = 300$	$(n_0)_F = 1,7.10^{12}$

**Tableau 19.1** – Paramètres du modèle d'ionosphère



**Figure 19.3** – Densité électronique en fonction de l'altitude : courbe expérimentale (en gris) et modélisation (en noir).

Les trois couches ont des densités électroniques telles que :  $(n_0)_D < (n_0)_E < (n_0)_F$ , donc des fréquences plasma telles que :  $(f_P)_D < (f_P)_E < (f_P)_F$ , donc des indices optiques tels que, lorsqu'ils sont définis :  $1 > n_D > n_E > n_F$ . Ainsi, une onde envoyée depuis la surface terrestre en direction de l'ionosphère est, à chaque changement de couche, soit réfractée, soit totalement réfléchiée puisque l'indice de la couche suivante est plus faible. Elle ne peut être que réfléchiée si sa fréquence est telle que la couche suivante ne la laisse pas se propager.



**Figure 19.4** – Trajectoire de l'onde et modélisation simplifiée ne tenant pas compte de la courbure de la surface terrestre.

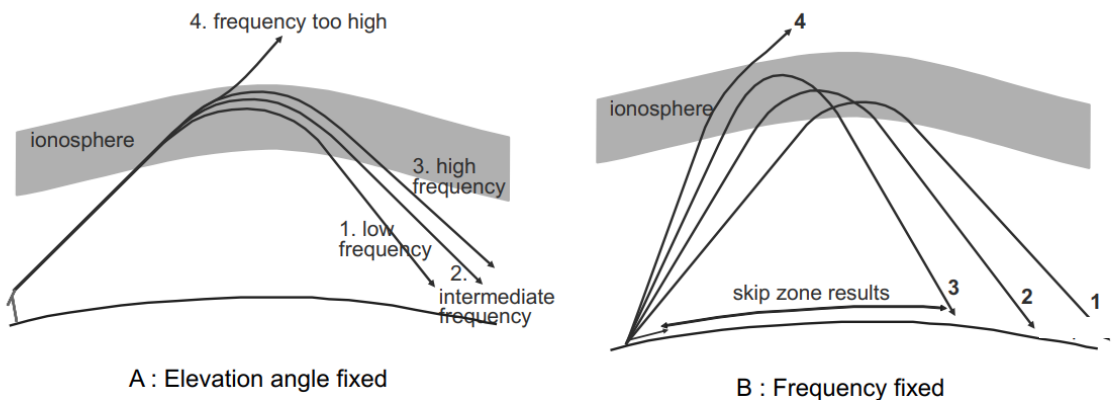
Intéressons-nous à une onde se réfléchissant sur la couche  $F$ . Cette situation est représentée sur la partie gauche de la figure 19.4. Pour simplifier les calculs on va l'étudier en ignorant la courbure de la surface terrestre, en s'appuyant sur le schéma donné sur la partie droite de cette figure. L'onde, émise dans une direction faisant l'angle  $\alpha$  avec le sol, arrive sur la couche  $D$  avec un angle d'incidence  $i = \pi/2 - \alpha$ ; elle est réfractée selon la loi de Descartes  $\sin i = n_D \sin r_D$  (en prenant l'indice de l'air atmosphérique égal à 1) puis arrive sur la couche  $E$  avec un angle d'incidence  $i_D = r_D$ , subit une deuxième réfraction avec  $n_D \sin i_D = n_E \sin r_E$  et arrive sur la couche  $F$  avec l'angle d'incidence  $i_E = r_E$ . Si la fréquence de l'onde est telle qu'elle peut se propager dans la couche  $F$  (c'est-à-dire si l'indice  $n_F$  est défini), la condition pour qu'elle soit totalement réfléchi est :

$$n_E \sin i_E > n_F \quad \Leftrightarrow \quad \sin i > n_F,$$

compte tenu des deux lois de Descartes précédemment écrites. Or :  $\sin i = \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$  et  $n_F = \sqrt{1 - \left(\frac{(f_P)_F}{f}\right)^2}$  ; la condition précédente s'écrit donc :  $f < \frac{(f_P)_F}{\sin \alpha}$ . Ainsi, pour « profiter » de la réflexion sur la couche  $F$ , il faut émettre à une fréquence inférieure à une fréquence maximale qu'il est d'usage d'appeler MUF, acronyme de l'expression anglaise *maximum usable frequency*. Si l'on tient compte de la courbure de la Terre, le calcul est plus compliqué et la condition devient :  $f < \frac{(f_P)_F}{\sqrt{1 - \xi + \xi \sin^2 \alpha}}$  où  $\xi = \left(\frac{R}{R + h_F}\right)^2$  ; avec les paramètres du modèle,  $\xi = 0,91$ .

La MUF est supérieure à la fréquence plasma de la couche  $F$ . Elle dépend du temps et du lieu ; de nombreux sites internet donnent la valeur de la fréquence  $(f_P)_F$ , appelée couramment FOF2 en n'importe quel point du globe en temps réel (ces valeurs sont fournies par des logiciels de prédiction). Avec les valeurs données plus haut et  $\alpha = \pi/8$  on calcule une MUF de 31 MHz. Si l'on veut que l'onde se réfléchisse sur les couche  $E$ , il faut calculer la MUF avec la fréquence  $(f_P)_E$  de cette couche. On peut ainsi régler la portée en modifiant la fréquence émise.

Dans la réalité,  $n_0$  varie continument et la trajectoire de l'onde rayon est une courbe dont l'allure est schématisée sur la figure 19.5. L'altitude  $z_m$  du point le plus haut de la trajectoire est donnée par la condition :  $\cos \alpha = n(z_m)$ , où  $n(z)$  est l'indice optique du plasma à l'altitude  $z$ . Ainsi, en faisant varier l'angle d'élévation  $\alpha$  on modifie l'altitude de réflexion et par conséquent la portée de l'émission ; ceci est illustré sur la figure 19.5-B.



**Figure 19.5** – A : trajectoires de l'onde de pour un angle d'élévation  $\alpha$  fixé et différentes fréquences ; B : trajectoire de l'onde pour une fréquence fixée et une angle d'élévation variable.

Pour un trajet avec réflexion sur la couche  $F$  la fréquence doit non seulement être inférieure à la MUF, mais aussi supérieure à une fréquence appelée LUF pour *lower usable frequency*. Les raisons en sont les suivantes :

- l'onde doit pouvoir traverser la couche  $E$ ,
- les fréquences trop basses sont fortement absorbées par la couche  $D$  du fait des collisions nombreuses entre les électrons et les molécules dans cette couche.

La LUF dépend du taux d'affaiblissement maximum accepté.

## **Fréquences de communication**

### **Communications terrestres**

La première télécommunication transatlantique a été réalisée par MARCONI comme nous l'avons vu en introduction de cette étude. La fréquence utilisée a été de 300 kHz. À l'heure actuelle, on travaille en communication radio dans deux domaines différents. Tout d'abord, l'émission se situe entre les fréquences des *grandes ondes* qui sont des ondes modulées en amplitude dans le domaine de 150 kHz à 300 kHz. On préfère toutefois les ondes modulées en fréquence de la bande 80 MHz à 110 MHz qui sont nettement plus propices à la transmission de l'information car la modulation de fréquence qui porte le signal d'information est nettement moins détérioré que lorsque cette information est placée dans la modulation d'amplitude.

### **Communications satellitaires**

Comme nous venons de le voir, les satellites ne pourront recevoir de communications de la Terre que si l'onde traverse les trois couches de l'ionosphère  $D$ ,  $E$  et  $F$ . La fréquence plasma la plus élevée et bien sûr celle de la couche la plus dense à savoir la couche  $F$ . Nous avons vu qu'elle pouvait être  $n = 10^{12} \text{ e}^-/\text{m}^3$ . Avec la formule semi-numérique précédente, on peut en déduire que la fréquence de plasma est  $f_p = 9 \text{ MHz}$ . Les fréquences utilisées sont regroupées par bande :

- VHF (*Very High Frequency*) :  $30 \text{ MHz} \leq f \leq 300 \text{ MHz}$
- UHF (*Ultra High Frequency*) :  $300 \text{ MHz} \leq f \leq 3 \text{ GHz}$
- Hyperfréquences (micro-ondes) :  $3 \text{ GHz} \leq f \leq 300 \text{ GHz}$

La télévision utilise deux bandes de fréquences dans le domaine des micro-ondes [4,8 GHz] et [11,18 GHz]. Pour le GPS, on utilise une fréquence de 1,575 GHz. Pour information : les fréquences des box internet en WiFi sont autour de 2,4 GHz.

## **Questions :**

- 1) Quel processus explique la diminution de la densité électronique la nuit ?
- 2) Comment justifier l'utilisation de l'optique géométrique dans ce document ?
- 3) Le sol est conducteur donc réfléchit les ondes électromagnétiques. Comment peut-on en tirer parti ?
- 4) Justifier l'influence de la fréquence sur la figure 19.5-A.
- 5) Pourquoi l'absorption est-elle la plus forte dans la couche  $D$  ?