

TDO4 – Interférences à N ondes

0 Exercices classiques vus en cours sur le réseau par transmission :

B.1 : Différence de marche entre 2 motifs consécutifs

B.2 : Relation fondamentale des réseaux

B.3 : Vibration lumineuse complexe résultante

B.4 : Eclairement résultant – Eclairement maximal – $\frac{1}{2}$ largeur d'un max d'éclairement

C.2 : Schéma du montage expérimental d'un spectrogoniomètre à réseau

Capacités exigibles	Ch O4	Ex 1-6	TP 10F
<p>Superposition de N ondes monochromatiques cohérentes entre elles, de même amplitude et dont les phases sont en progression arithmétique.</p> <p>Établir la relation fondamentale des réseaux liant la condition d'interférences constructives à l'expression de la différence de marche entre deux ondes issues de motifs consécutifs.</p> <p>Établir, par le calcul, la demi-largeur $2\pi/N$ des pics principaux de la courbe d'intensité en fonction du déphasage.</p> <p><i>Mettre en œuvre un dispositif expérimental utilisant un phénomène d'interférences à N ondes.</i></p>	•	•	•

1 Spectrométrie à réseau par transmission – Minimum de déviation (d'après oral PT)

On souhaite déterminer la longueur d'onde λ_0 de la raie du Cadmium avec un réseau par transmission comptant $n = 500$ traits par millimètre.

1 – Décrire le montage expérimental pour trouver cette longueur d'onde.

2 - Établir la formule des réseaux.

3 - On se place en incidence normale. On observe l'ordre -2 et l'ordre 2 séparés d'un angle $\alpha = 61^\circ 9'$. Déterminer λ_0 .

Expérimentalement, l'incidence n'est pas parfaitement normale et cela engendre une erreur sur la détermination de λ_0 . En pratique, on ne cherche donc pas à éclairer le réseau en incidence normale et on applique la méthode du minimum de déviation, cf TP.

Pour un ordre m donné, la déviation du rayon incident est :

$$D_m = \theta_m - \theta_0$$

On tourne le réseau autour de l'axe vertical (on fait ainsi varier l'angle d'incidence θ_0) et pour une longueur d'onde λ_0 donnée et pour un ordre m donné, on cherche un extremum (qui s'avère être un minimum) de D_m .

4 - Montrer que le minimum de déviation $D_{m,min}$ vérifie :

$$\sin\left(\frac{D_{m,min}}{2}\right) = \frac{m \cdot n \cdot \lambda_0}{2}$$

Rq : La question 4 de cet exercice correspond à une partie de l'étude théorique du TP10F.

2 Etalonnage d'un réseau (d'après oral Mines Télécom MP)

Un réseau est éclairé en incidence quasi-normale par une source de longueur d'onde $\lambda = 435 \text{ nm}$. On lit sur le vernier d'un goniomètre la position de la lunette pour différents ordres.

p	-2	-1	1	2
α_p	$23^\circ 23'$	$42^\circ 38'$	$77^\circ 20'$	$96^\circ 40'$

- 1 - Rappeler la formule des réseaux et l'expliquer qualitativement.
- 2 - Le réseau est-il bien éclairé en incidence normale ?
- 3 - Calculer le pas du réseau et le nombre de traits par millimètre.
- 4 - On éclaire le réseau en incidence normale par une source de longueur d'onde λ' . Pour l'ordre 2 on relève $\alpha'_2 = 108^\circ 30'$. Déterminer λ' .

3 Réseau par transmission : résolution et recouvrement

On considère un réseau par transmission comportant $n = 800$ traits par mm. Il est éclairé par une source lumineuse située dans le plan focal objet d'une lentille convergente.

1. Résolution du réseau

On considère une 1^e source qui émet deux radiations de longueurs d'onde $\lambda_1 = 500 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 505 \text{ nm}$ (on parle de doublet de raies).

On éclaire d'abord le réseau sous incidence normale.

a) Déterminer le nombre d'ordres visibles pour chacune des deux longueurs d'onde. Calculer numériquement les angles correspondants, on notera θ_p l'angle correspondant à l'ordre p . Rassembler les valeurs dans un tableau.

b) Pour un ordre p donné, calculer l'écart entre les angles correspondant aux deux longueurs d'onde $\Delta\theta_p = |\theta_{p2} - \theta_{p1}|$.

On éclaire maintenant le réseau sous une incidence $i_0 = 30^\circ$.

c) Comment sont modifiés les résultats précédents ? On construira un nouveau tableau.

d) Commenter sachant que la fonction première d'un réseau est la séparation des longueurs d'onde de la source qui l'éclaire.

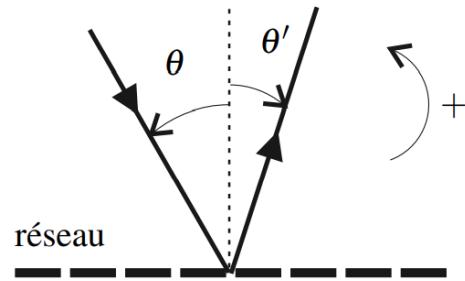
2. Recouvrement d'ordres

On considère une 2^e source qui émet des radiations dans l'intervalle : $\lambda_{\min} = 404,7 \text{ nm}$ (violet) et $\lambda_{\max} = 579,1 \text{ nm}$ (jaune). Le réseau est éclairé sous incidence normale avec cette 2^e source.

Les spectres se recouvrent-ils et si oui, à partir de quel ordre ?

4 Réseau par réflexion

Dans un réseau plan par réflexion, les fentes transparentes sont remplacées par des bandes rectangulaires réfléchissantes séparées par des traits pratiquement non réfléchissants. Un faisceau lumineux parallèle, monochromatique de longueur d'onde λ_0 tombe sur ce réseau avec un angle d'incidence algébrique θ .



1. Établir la relation, faisant intervenir un entier relatif k , donnant les angles θ' repérant les directions dans lesquelles on trouve des franges brillantes (*il s'agit de la relation fondamentale pour les réseaux par réflexion*). Commenter la direction de l'ordre 0.

2. On envoie sous l'incidence $\theta = 30^\circ$ un faisceau parallèle de lumière blanche. Déterminer la(s) longueur(s) d'onde(s) qui donne(nt) lieu à une frange brillante dans la direction du faisceau incident sachant que le réseau comporte 1000 traits par millimètre.

On dispose d'une lampe au mercure, munie d'un filtre jaune, de sorte que la lumière incidente est constituée d'un doublet de raies de longueurs d'onde 577 nm et 579 nm. La lampe éclaire la fente source d'un collimateur. Le réseau est éclairé en incidence normale.

Le spectre d'ordre 1 est observé dans le plan focal image d'une lentille telle que $f' = 1 \text{ m}$.

3. Déterminer la distance d qui sépare les franges brillantes relatives aux deux raies du doublet.

Donnée :

La lumière subit un déphasage supplémentaire de π lorsque le rayon lumineux subit une réflexion sur une surface métallique.

5 Ordre manquant (*prise en compte de la variation d'intensité liée à la diffraction*)

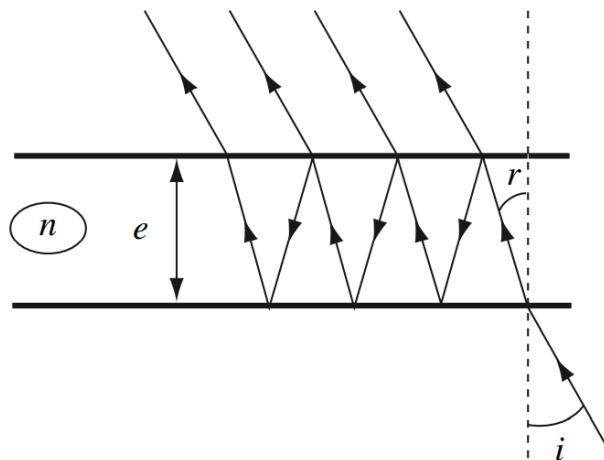
Un réseau de diffraction plan par transmission est éclairé sous incidence normale par un faisceau situé dans le plan xOz de lumière monochromatique à la longueur d'onde λ . Le réseau est constitué de N fentes très longues selon Oy , de largeur ℓ parallèlement à Ox , régulièrement disposées le long de cet axe avec une périodicité a . On observe la lumière diffractée à l'infini dans une direction i du même plan xOz . La diffraction est responsable de la présence d'une fonction de diffraction $\mathcal{D}(i)$ dans l'éclairage obtenu avec le réseau. La fonction $\mathcal{I}(i)$ est la fonction d'interférence à N ondes. On a :

$$\mathcal{E}(i) = \mathcal{E}_0 \mathcal{D}(i) \times \mathcal{I}(i) \quad \text{avec} \quad \mathcal{D}(i) = \text{sinc}^2 \frac{\pi \ell \sin i}{\lambda}$$

1. Quelle est l'influence de $\mathcal{D}(i)$ sur l'énergie lumineuse diffractée par le réseau ?
2. On suppose, dans cette question, que les fentes sont infiniment fines ($\ell \rightarrow 0$). Déterminer l'expression $\mathcal{I}(i)$ de l'intensité résultant des interférences entre les N fentes. Cette expression est appelée fonction d'interférences.
3. L'observation du spectre montre que le 5^{ème} ordre est absent. Que peut-on en déduire sur ℓ ?

6 Filtre interférentiel

Un filtre interférentiel est une lame transparente, d'indice n et d'épaisseur e , dont les faces sont traitées. Elles réfléchissent la lumière avec un coefficient de réflexion en amplitude ρ tel que $|\rho| \simeq 1$ et la transmettent avec un coefficient de transmission en amplitude τ . Pour un rayon lumineux arrivant sous l'incidence i , ce dispositif donne une infinité de rayons transmis qui ont subi 0, 2, 4, ..., $2p$, ... réflexions à l'intérieur de la lame. Ces réflexions n'introduisent aucun déphasage.



1. Dans cette question, $i = 0$.

a. Exprimer le déphasage φ entre deux rayons transmis successifs.

b. Les nombres de vibrations qui interfèrent étant très élevé, l'intensité transmise sera non nulle uniquement si toutes les ondes qui interfèrent sont en phase. On considère que le filtre ne laisse passer que les longueurs d'onde pour lesquelles les interférences sont constructives. Quelle épaisseur doit avoir la lame pour que la seule radiation visible soit la raie verte du mercure de longueur d'onde $\lambda = 546$ nm. On prendra $n = 1.5$.

2. Dans cette question, $i \neq 0$.

a. Exprimer le déphasage φ entre deux rayons transmis successifs en fonction de l'angle r et de l'indice n .

b. De quelle couleur apparaît le filtre de la question 1 lorsqu'on regarde à travers sous un angle $i = 60^\circ$?