

### Chapitre EM8. Rayonnement dipolaire électrique et diffusion



*Une antenne est un dispositif permettant de rayonner (ou de capter) les ondes électromagnétiques. On distingue différents types d'antennes, les plus simples sont les antennes filaires : antennes dipôles, Yagi-Uda (ou antenne « râteau » qui correspond à un réseau d'antennes élémentaires, cf ci-contre)...*

*L'antenne dipolaire ou « dipôle demi-onde » est constituée d'un élément conducteur de longueur égale à la demi-longueur d'onde.*

#### INTRO :

Dans les chapitres précédents, on a décrit les propriétés des **ondes électromagnétiques** et leur propagation sans préciser les **sources** qui leur ont donné naissance. Ici, on étudie la plus simple des sources : le **dipôle électrique oscillant** et on analyse le champ électromagnétique qu'il rayonne. Après une étude générale, on s'intéresse à la **diffusion** d'une onde électromagnétique par une molécule se comportant comme un dipôle induit.

Buts de ce chapitre : décrire le modèle du dipôle électrique oscillant ; analyser la structure du champ EM rayonné et les propriétés de la puissance rayonnée ; décrire le phénomène de diffusion à l'aide du modèle de la charge élastiquement liée.

#### Prérequis :

MPSI : Superposition d'ondes ; Régime Sinusoïdal Forcé ; Mécanique du point.

MP : tous les chapitres EM.

#### Plan du chapitre :

A) Champ électromagnétique et puissance rayonnés par un dipôle oscillant.....	2
1) Modèle du dipôle oscillant .....	2
2) Champ électromagnétique rayonné par un dipôle oscillant.....	4
3) Aspects énergétiques .....	6
B) Diffusion d'une onde électromagnétique par une molécule .....	8
1) Action d'une onde électromagnétique sur une molécule – Phénomène de diffusion.....	8
2) Modélisation – Mise en équation .....	8
3) Applications : couleurs du ciel et du Soleil.....	11

## A) Champ électromagnétique et puissance rayonnés par un dipôle oscillant

### 1) Modèle du dipôle oscillant

#### a) Dipôle électrostatique et moment dipolaire (rappels ChEM3)

DEFINITION :

Un **DIPOLE ELECTROSTATIQUE** est un ensemble de deux charges opposées  $-q$  et  $q$  avec  $q > 0$ , assimilées à des charges ponctuelles :  $\{N(-q); P(q)\}$ . Cela décrit un système globalement neutre de taille caractéristique  $a$ , tel que le **barycentre des charges positives  $P$**  et celui des charges négatives  $N$  ne sont **pas confondus**.

On caractérise un dipôle électrostatique par son **MOMENT DIPOLAIRE** :

$$\vec{p} = q \cdot \vec{NP}$$

#### b) Dipôle électrique oscillant

DEFINITION :

Un **DIPOLE ELECTRIQUE OSCILLANT** est un ensemble de charges électriques globalement neutre, de taille caractéristique  $a$  et de moment dipolaire  $\vec{p}$  tel que  $\vec{p}$  a une direction fixe mais sa norme varie périodiquement avec une période  $T$  et a une moyenne nulle.

L'exemple le plus simple de dipôle oscillant est un ensemble de deux charges  $q$  et  $-q$  dont la première est fixe en  $P = O$  et la deuxième oscille de sorte que sa position  $N$  est :  $\vec{ON} = a \cdot \cos(\omega t + \psi) \vec{u}$ .

On obtient :

$$\vec{p} = -qa \cdot \cos(\omega t + \psi) \vec{u} = -p_0 \cdot \cos(\omega t + \psi) \vec{u}$$

avec  $p_0 = qa$

Exemples :

- L'atome d'hydrogène peut émettre une onde EM visible ou du proche ultraviolet : la charge fixe est le proton du noyau et la charge mobile est l'électron qui oscille avec une amplitude  $a$  autour du proton,  $a \approx \text{rayon atomique} = 53 \text{ pm}$ .
- Les antennes émettant dans le domaine Hertzien : une antenne est un conducteur parcouru par un courant, on a donc un mouvement d'électrons autour des cations fixes du réseau cristallin.
- Les molécules de l'atmosphère se comportent aussi comme des dipôles induits par le champ EM solaire, cf § B.2.

#### c) Trois échelles de longueur et cadre de l'étude

On introduit trois échelles caractéristiques de longueur pour l'étude du rayonnement du dipôle :

- la **taille du dipôle  $a$**  ;
- la **distance  $r = OM$**  entre le dipôle dont le centre est situé en  $O$  et  $M$  un point où on étudie le champ électromagnétique émis par le dipôle ;
- la **longueur d'onde  $\lambda$**  du champ électromagnétique émis par le dipôle.

### ♦ Approximation dipolaire (rappel ChEM3)

On étudie le dipôle oscillant dans le cadre de l'**APPROXIMATION DIPOLAIRE** i.e. qu'on étudie le champ qu'il rayonne en des points  $M$  tels que  $\mathbf{r} = \mathbf{OM} \gg a$ .

Rq : Dans le cadre de l'approximation dipolaire, on obtient la propriété suivante :

Quel que soit le point  $P$  de la source, le point  $M$  est suffisamment loin de celle-ci pour que la durée de propagation soit considérée comme quasiment constante pour l'ensemble des points  $P$  :  $\forall P, \frac{PM}{c} \approx \frac{OM}{c} = \frac{r}{c}$ .

### ♦ Cadre de la mécanique classique (non relativiste)

Pour des charges constitutives du dipôle électrique **non relativistes**, on a  $a \ll \lambda$ .

⇒ A savoir refaire : Démontrer cette condition en déterminant l'ordre de grandeur de la vitesse de déplacement d'une charge oscillante.

Retour sur les exemples :

- La condition  $a \ll \lambda$  est bien vérifiée pour l'atome d'hydrogène.
- Pour les ondes hertziennes (jusqu'à quelques centaines de MHz), les longueurs d'onde peuvent être supérieures au mètre, ce qui est comparable à la taille des antennes (cf p.1 antenne « demi-onde »). Le modèle du dipôle ne correspond pas à une antenne complète mais à un élément infinitésimal d'antenne.

Rq : La condition  $a \ll \lambda$  revient à négliger le délai de propagation, à la célérité  $c$ , entre deux points de la distribution de charge devant la période d'oscillation :  $\frac{a}{c} \ll T$ .

### ♦ Zone de rayonnement (champs lointains)

On se place dans la **ZONE DE RAYONNEMENT** :  $\mathbf{r} = \mathbf{OM} \gg \lambda$

La distance que doit parcourir l'onde entre son émission et sa réception est très grande par rapport à la longueur d'onde : approximation des champs lointains. **On ne peut donc pas négliger les effets liés à la propagation.**

Autrement dit, cette hypothèse sous-entend que la durée  $\Delta t$  de propagation de l'onde entre le dipôle et  $M$  est très grande devant la période de l'onde :  $\Delta t \approx \frac{r}{c} \gg T = \frac{\lambda}{c}$ .

Exemples - ODG :

- En optique, les longueurs d'onde sont de l'ordre de 500 nm, on observe les phénomènes à quelques dizaines de centimètres des sources (ou plus) : il s'agit bien de la zone de rayonnement.
- Pour les ondes radio en modulation de fréquence ( $f \approx 100 \text{ MHz}$ ), les longueurs d'ondes sont de l'ordre de quelques mètres ; les récepteurs, à distance de l'émetteur variant entre la centaine de mètres et quelques dizaines de kilomètres, sont bien dans la zone de rayonnement.
- Pour les grandes ondes où les longueurs d'onde sont de l'ordre du kilomètre, les récepteurs ne sont dans la zone de rayonnement que s'ils ne sont pas trop près des émetteurs.

### BILAN

L'étude du rayonnement émis par un dipôle oscillant se fait dans le cadre :  $a \ll \lambda \ll r$

## 2) Champ électromagnétique rayonné par un dipôle oscillant

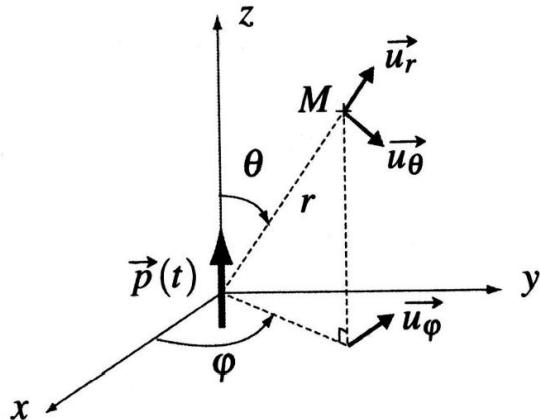
On considère un dipôle électrique oscillant sinusoïdalement suivant la direction fixe (Oz) :

$$\vec{p}(t) = p(t)\vec{u}_z = p_0 \cdot \cos(\omega t + \psi) \vec{u}_z$$

Ce dipôle, supposé seul dans l'espace, crée dans le vide un champ électromagnétique.

On note  $O$  le centre du dipôle électrique oscillant.

Dans la suite, on étudie les propriétés du dipôle en **coordonnées sphériques** de centre  $O$  et d'axe (Oz).



### a) Expression du champ EM dans la zone de rayonnement

Dans la zone de rayonnement, le champ électromagnétique créé par le dipôle électrique oscillant est :

$$\vec{E}(M, t) = \frac{\mu_0 \sin(\theta)}{4\pi r} \cdot \ddot{p} \left( t - \frac{r}{c} \right) \cdot \vec{u}_\theta = -\frac{\mu_0 \omega^2 \sin(\theta)}{4\pi r} \cdot p_0 \cdot \cos(\omega t - kr + \psi) \vec{u}_\theta$$

$$\vec{B}(M, t) = \frac{\mu_0 \sin(\theta)}{4\pi r c} \cdot \ddot{p} \left( t - \frac{r}{c} \right) \cdot \vec{u}_\phi = -\frac{\mu_0 \omega^2 \sin(\theta)}{4\pi r c} \cdot p_0 \cdot \cos(\omega t - kr + \psi) \vec{u}_\phi$$

avec  $\omega = kc$  et  $\ddot{p} = \frac{d^2 p}{dt^2}$

Ces expressions seront fournies par l'énoncé.

### b) Analyse et interprétation de l'expression champ EM rayonné par le dipôle

#### ♦ Analyse des symétries et invariances

⇒ A savoir refaire : Vérifier la compatibilité du champ électromagnétique créé par le dipôle avec les symétries et les invariances du dipôle (i.e. de la source du champ EM)

**NB** : Dépendances des champs en  $r$  et en  $\theta$ .

♦  $\|\vec{E}(M, t)\|$  et  $\|\vec{B}(M, t)\|$  décroissent en  $\frac{1}{r}$ , cf § A.3.c.

Le champ électromagnétique du dipôle oscillant est donc un **champ à longue portée**. En effet, il décroît bien plus lentement que :

- le champ électrostatique créé par une charge ponctuelle qui décroît en  $\frac{1}{r^2}$ , cf ChEM1
- le champ créé par un dipôle électrostatique qui décroît en  $\frac{1}{r^3}$ , cf ChEM3.
- ♦  $\|\vec{E}(M, t)\|$  et  $\|\vec{B}(M, t)\|$  dépendent de  $\theta$  : Le champ créé par un dipôle oscillant n'est donc **pas rayonné de manière isotrope**, cf § A.3.b.

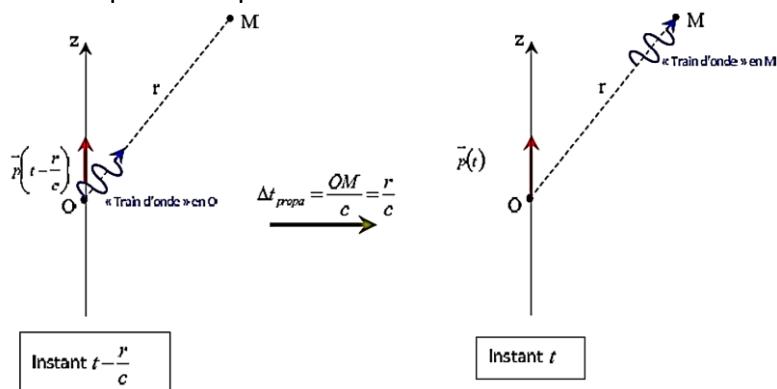
#### ♦ Analyse dimensionnelle

⇒ A savoir refaire : Vérifier l'homogénéité des expressions des champs électrique et magnétique.

Pour cela, vous pouvez exploiter les théorèmes de Gauss et d'Ampère.

## ◆ Durée de propagation

Le champ électromagnétique mesuré à la date  $t$  en  $M$  est fonction de l'état du dipôle oscillant à l'instant « retardé »  $t_{\text{retardé}} = t - \frac{r}{c}$ . La différence entre  $t_{\text{retardé}}$  et  $t$  correspond à la durée de propagation de l'onde, à la célérité  $c$ , entre le dipôle et le point  $M$ .



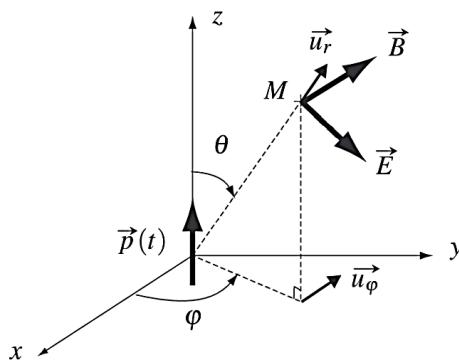
## ◆ Structure locale d'onde plane

L'onde rayonnée par un dipôle électrique oscillant n'est donc pas plane mais elle a LOCALEMENT une structure d'onde plane :

le trièdre  $(\vec{k}, \vec{E}, \vec{B})$  est **orthogonal direct** et on a  $\vec{B} = \frac{\vec{u}_r \wedge \vec{E}}{c}$

➲ A savoir refaire : Etablir ce résultat.

- Par analogie avec une onde plane, identifier le vecteur d'onde  $\vec{k}$  de l'onde  $EM$  rayonnée (autrement dit identifier la direction locale de propagation de l'onde).
- Que peut-on dire des directions locales de  $\vec{k}$ ,  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  ?
- Vérifier que  $\vec{B}$  peut s'écrire localement selon la relation de structure d'onde plane :  $\vec{B} = \frac{\vec{u}_r \wedge \vec{E}}{c}$ .



Rq : Si l'on se place dans un plan perpendiculaire à  $\vec{u}_r$ , l'amplitude des champs n'est pas constante, puisque  $r$  et  $\theta$  varient. Mais si l'on « explore » le plan sur une distance faible par rapport à  $r$ , les variations de  $r$  et  $\theta$  sont négligeables : d'où le terme de structure locale d'onde plane.

## ◆ Polarisation

Le champ électrique en  $M$  garde constamment la direction du vecteur  $\vec{u}_\theta$ . Ceci est dû au fait que l'on a pris un dipôle oscillant gardant une direction fixe.

Plus généralement, pour un dipôle oscillant de direction fixe :

- L'onde rayonnée est **polarisée rectilignement** en tout point  $M$  ;
- La **direction de polarisation** est contenue dans le **plan contenant  $M$  et le dipôle et perpendiculaire à la direction de propagation**.

### 3) Aspects énergétiques

#### a) Vecteur de Poynting

Avec les champs électrique et magnétique, on calcule le vecteur de Poynting :

$$\vec{\Pi}(M, t) = \frac{\mu_0 \sin^2(\theta)}{16\pi^2 r^2 c} \cdot \vec{p}^2 \left( t - \frac{r}{c} \right) \cdot \vec{u}_r = \frac{\mu_0 \omega^4 \sin^2(\theta)}{16\pi^2 r^2 c} \cdot p_0^2 \cdot \cos^2(\omega t - kr + \psi) \vec{u}_r$$

⇒ A savoir refaire : Etablir ce résultat et en déduire sa valeur moyenne.

On note que  $\vec{\Pi}(M, t)$  est porté par le vecteur  $\vec{u}_r$  : la direction locale de propagation de l'énergie est donc radiale, ce qui est cohérent avec le § A.2.b.

#### b) Anisotropie du rayonnement

Le vecteur de Poynting dépend de  $\theta$  : l'émission dipolaire est **anisotope**. Elle est **maximale** dans les **directions perpendiculaires au moment dipolaire** et elle est **nulle** dans la **direction du dipôle**.

⇒ A savoir refaire : Retrouver les directions de maximum et de minimum d'émission.

Pour caractériser l'anisotropie, on trace **L'INDICATRICE DE RAYONNEMENT**. A une distance  $r$  donnée, il s'agit de la surface définie par :

$$R(\theta, \varphi) = \frac{\|\langle \vec{\Pi} \rangle(\theta, \varphi)\|}{\|\langle \vec{\Pi} \rangle_{max}\|} = \sin^2(\theta)$$

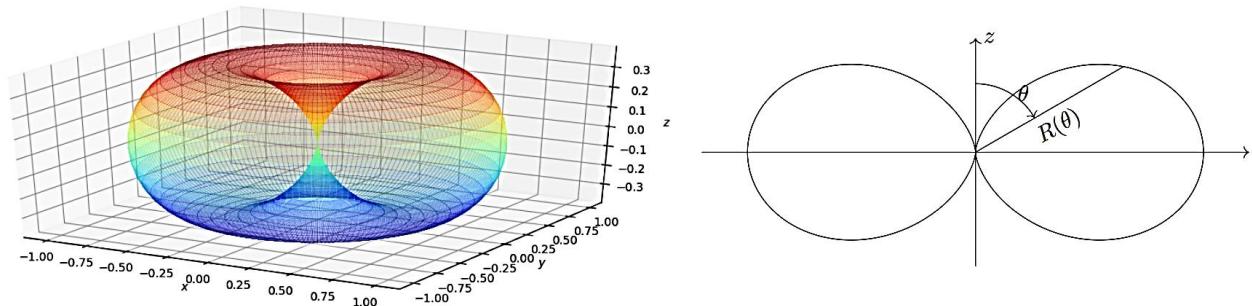


FIGURE 2 – Indicatrice de rayonnement d'un dipôle électrique oscillant parallèle à  $(Oz)$ .

Le lobe de droite de la figure de droite représente la coupe de l'indicatrice par un plan méridien  $\varphi = \text{constante}$ .

Le lobe de gauche correspond à  $\varphi' = \varphi + \pi$ .

### c) Puissance moyenne

La puissance moyenne rayonnée au travers d'une sphère de rayon  $r$  s'écrit :

$$\langle P \rangle = \frac{\mu_0 \langle \vec{p}^2 \rangle}{6\pi c} = \frac{\mu_0 \omega^4}{12\pi c} p_0^2$$

⇒ A savoir refaire : Etablir ce résultat sachant que  $\int_0^\pi \sin^3(\theta) \cdot d\theta = \frac{4}{3}$ .

#### ♦ Conservation de l'énergie - Décroissance de l'amplitude du champ rayonné

La puissance moyenne  $\langle P \rangle$  est indépendante de  $r$ , le rayon de la sphère considérée. Ainsi, toutes les sphères de centre  $O$  sont traversées par la même puissance moyenne, ce qui traduit la conservation de l'énergie : entre deux sphères de centre  $O$ , il n'y a pas d'énergie électromagnétique produite ni consommée, la puissance traversant les deux sphères doit donc être la même. Cette puissance est la puissance rayonnée par le dipôle électrique oscillant.

Ce résultat est à relier à la décroissance en  $\frac{1}{r}$  des champs électrique et magnétique. Cette décroissance de l'amplitude des champs lorsque la distance à la source augmente ne doit pas être confondu avec une atténuation due à des pertes (cf ChEM7).

La décroissance des champs électrique et magnétique en  $\frac{1}{r}$  traduit la conservation de l'énergie.

#### ♦ Dépendance en $\omega$

La puissance moyenne  $\langle P \rangle$  est proportionnelle à  $\omega^4$ .

Elle augmente donc très rapidement avec la fréquence émise, autrement dit, elle diminue très rapidement avec la longueur d'onde. Ceci permet d'expliquer la **couleur bleue du ciel**, cf § B.3.b.

#### ♦ Généralisation

La puissance moyenne  $\langle P \rangle$  est proportionnelle à  $\langle \vec{p}^2 \rangle$ .

En revenant au modèle du dipôle constitué d'une charge fixe et d'une charge oscillante, la puissance moyenne  $\langle P \rangle$  est donc proportionnelle à la valeur moyenne du carré de l'accélération de la charge en mouvement :

$$\langle P \rangle = \frac{\mu_0 \cdot q^2 \cdot \langle \vec{a}^2 \rangle}{6\pi c}$$

Il s'agit de la formule de Larmor, formule générale qui relie la puissance rayonnée par une charge  $q$ , non relativiste, au carré de son accélération : toute particule chargée accélérée émet dans l'espace une puissance électromagnétique donc perd de l'énergie.

## B) Diffusion d'une onde électromagnétique par une molécule

### 1) Action d'une onde électromagnétique sur une molécule – Phénomène de diffusion

De nombreuses théories sur le bleu du ciel se sont succédées au cours du temps. Vers 1900, J. W. S. Rayleigh (physicien anglais, lauréat du prix Nobel en 1904) a proposé le modèle suivant : **l'onde électromagnétique émise par le Soleil excite les électrons de valence des atomes ou des molécules de l'atmosphère**. Ceux-ci deviennent des **dipôles oscillants** qui rayonnent à leur tour une onde électromagnétique dans tout l'espace. C'est le phénomène de **DIFFUSION**.

### 2) Modélisation – Mise en équation

#### a) Champ électrique de l'onde incidente

On considère une **onde incidente PPM polarisée rectilignement** telle que son champ électrique s'écrit :

$$\vec{E}_i = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_z \Leftrightarrow \underline{\vec{E}_i} = E_0 e^{i(\omega t - kx)} \vec{u}_z$$

#### b) Charge élastiquement liée

Sous l'effet du champ électrique, les charges de la molécule se mettent en mouvement mais l'amplitude du mouvement du noyau est négligeable vis-à-vis du mouvement des électrons puisque  $m_{proton} \gg m_e$ .

Par ailleurs, dans le nuage électronique de la molécule, on distingue les  $N_v$  électrons de valence des électrons de cœur, très liés au noyau.

Ainsi, on considère que le noyau et les électrons de cœur sont fixes. On note  $O$  le barycentre de cet ensemble de charge  $q$  ( $q = +N_v e$ ). On note  $N$  le barycentre des électrons de valence de charge  $-q$ .

#### Modèle de la charge élastiquement liée

La force exercée par  $O$  sur  $N$  se modélise par une force de rappel élastique :  $\vec{f}_{\text{él}} = -K \vec{ON}$  avec  $K$  la constante de raideur d'un ressort reliant  $O$  à  $N$  de longueur à vide  $l_0 = 0$ .

➲ **Exercice classique** : Par des considérations électrostatiques, justifier ce modèle.

- i) On suppose que le nuage d'électrons de valence constitue une sphère de centre  $N$  et de rayon  $R$ , uniformément chargée en volume, de charge totale  $-q$ . Montrer que le champ électrostatique créé en  $O$  par les électrons de valence s'écrit :  $\vec{E}_v(O) = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 R^3} \vec{NO}$  tel que  $NO = r < R$ .
- ii) En déduire la force exercée par le nuage d'électrons de valence sur l'ensemble {noyau + électrons de cœur} assimilé au point  $O$  de charge totale  $q$ .
- iii) En déduire la force exercée par l'ensemble {noyau + électrons de cœur} sur le nuage d'électrons de valence. Conclure en montrant que  $K = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 R^3}$ .

### c) Etude mécanique du nuage d'électrons de valence – Dipôle induit

On assimile le nuage d'électrons de valence au point  $\{N\}$  de masse  $m = N_v m_e$  et de charge  $-q = -N_v e$ .

On étudie le système ponctuel  $\{N\}$  non relativiste dans le référentiel terrestre galiléen.

Le système est soumis à la **force de Lorentz électrique**, à la **force de rappel élastique** et à une **force de frottement fluide**  $\vec{f}_f = -\alpha \vec{v}$ .

*Le poids et la composante magnétique de la force de Lorentz sont négligeables devant la composante électrique de la force de Lorentz.*

⇒ Exercice classique : Montrer que l'équation du mouvement de  $\{N\}$  s'écrit :

$$\frac{d^2 \vec{ON}}{dt^2} + \frac{\alpha}{m} \frac{d \vec{ON}}{dt} + \frac{K}{m} \vec{ON} = -\frac{qE_0}{m} \cos(\omega t - kx_N) \vec{u}_z$$

On suppose que la **longueur d'onde**  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$  de l'**onde EM** incidente est telle que  $\lambda \gg a$  avec  $a$  l'amplitude du mouvement de  $N$  autour de  $O$ , autrement dit  $a$  correspond à la **taille de la molécule**.

Le **champ EM** incident est donc **uniforme à l'échelle de la molécule**.

ODG pour une molécule :  $a \approx 10^{-10} \text{ m} \Rightarrow \lambda \gg 10^{-10} \text{ m} \Leftrightarrow \omega \ll 10^{19} \text{ rad.s}^{-1}$

Ainsi, une onde EM incidente **visible** vérifie la condition pour des molécules.

*Rq : Pour les gouttes d'eau d'un nuage ( $a \in [1,100] \mu\text{m}$ ), la condition est  $\lambda \gg 10^{-6} \text{ m}$ . La diffusion d'une onde EM visible par les gouttes d'eau d'un nuage relève de la diffusion de Mie (hors programme).*

Ainsi on pose  $kx_N = \varphi$  indépendant du temps d'où :

$$\frac{d^2 \vec{ON}}{dt^2} + \frac{\alpha}{m} \frac{d \vec{ON}}{dt} + \frac{K}{m} \vec{ON} = -\frac{qE_0}{m} \cos(\omega t - \varphi) \vec{u}_z$$

Il s'agit de l'équation d'un **oscillateur amorti en régime sinusoïdal forcé**.

On pose  $\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$  la **pulsation propre** de la molécule et  $Q = \frac{\sqrt{mK}}{\alpha}$  le **facteur de qualité**.

Par projection et en régime permanent, on a donc  $\vec{ON} = a \cos(\omega t + \psi) \vec{u}_z$

La molécule constitue donc un **dipôle induit oscillant** de moment dipolaire  $\vec{p}$  dont l'amplitude  $p_0$  dépend de  $\omega$  :

$$\vec{p} = -qa \cdot \cos(\omega t + \psi) \vec{u}_z = -p_0 \cdot \cos(\omega t + \psi) \vec{u}_z \text{ avec } p_0(\omega) = q \cdot a(\omega) = \frac{q^2 E_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega_0 \omega}{Q}\right)^2}}$$

⇒ Exercice classique : Etablir l'expression de  $p_0(\omega)$ . Sachant que pour les molécules, on a  $Q \gg 10^3$ , montrer que  $p_0(\omega) \approx \frac{q^2 E_0}{m} \frac{1}{|\omega_0^2 - \omega^2|}$  pour  $\omega \ll \omega_0$  ou  $\omega \gg \omega_0$ .

#### BILAN :

Selon ce modèle, la **diffusion** est un phénomène **linéaire** ⇒ la **pulsation de l'onde diffusée est la même que la pulsation incidente**.

La molécule constitue un **dipôle induit oscillant** de moment dipolaire dont l'amplitude dépend de  $\omega$ .

Pour une **onde incidente polarisée rectilignement**, le **moment dipolaire a une direction constante** qui est celle du champ électrique incident.

Pour des molécules, le facteur de qualité est très élevé, ce qui correspond à une modélisation sans force de frottement fluide. Dans ce cadre, la **diffusion** est un phénomène **élastique** : toute la puissance absorbée est réémise.

## d) Domaine de résonance et domaine de Rayleigh

### ◆ Domaine de résonance :

Le domaine de résonance est un **intervalle de pulsations proches de la pulsation propre** :  $\omega \approx \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$ .

Dans cet intervalle, l'amplitude des oscillations du dipôle est élevée : l'énergie empruntée par la molécule à l'onde EM incidente est maximale.

⇒ **ODG** : Justifier que la résonance en élongation a lieu pour  $\omega \approx \omega_0$  et en considérant un atome d'Hydrogène, montrer que  $\omega_0 \approx 10^{16} \text{ rad.s}^{-1}$ . En déduire que la diffusion d'une onde EM par une molécule est résonante pour des ondes UV.

### ◆ Domaine de Rayleigh :

Le domaine de Rayleigh correspond aux pulsations vérifiant :  $\omega \ll \omega_0$ .

ODG pour une molécule :  $\omega_0 \approx 10^{16} \text{ rad.s}^{-1}$

⇒ **ODG** : Justifier que les ondes visibles appartiennent au domaine de Rayleigh.

Rq : Le cadre de la diffusion de Rayleigh impose 2 conditions :  $\lambda \gg a \Leftrightarrow \omega \ll \frac{2\pi c}{a}$  et  $\omega \ll \omega_0$

Pour des molécules, il faut  $\omega \ll \frac{2\pi c}{a} \approx 10^{19} \text{ rad.s}^{-1}$  et  $\omega \ll \omega_0 \approx 10^{16} \text{ rad.s}^{-1}$  soit simplement  $\omega \ll \omega_0 \approx 10^{16} \text{ rad.s}^{-1}$ .

On a alors  $p_0(\omega) \approx \frac{q^2 E_0}{m \omega_0^2} \Rightarrow$  l'amplitude du moment dipolaire est indépendante de  $\omega$ . Ainsi, on se retrouve dans la situation étudiée au § A.2 :

$$\vec{p}(t) = p_0 \cdot \cos(\omega t + \psi') \vec{u}_z \quad \text{avec } p_0 = \frac{q^2 E_0}{m \omega_0^2} \text{ et } \psi' = \psi + \pi$$

Lorsque les conditions  $a \ll \lambda \ll r$  sont vérifiées\*, on peut alors exploiter les résultats obtenus au § A.2-3, en particulier :

- L'onde diffusée par la molécule a localement une structure d'onde plane, cf *conséquence sur la polarisation au § B.3.d.*
- La puissance moyenne diffusée par la molécule s'écrit :

$$\langle P_{diff} \rangle = \frac{\mu_0 \omega^4}{12\pi c} p_0^2 = \frac{\mu_0 q^4 E_0^2}{12\pi m^2 c \omega_0^4} \omega^4$$

\* ⇒ **ODG** : Pour l'étude de la diffusion de la lumière par les molécules de l'atmosphère, vérifier que les conditions  $a \ll \lambda \ll r$  sont effectivement valides.

CCL : Dans le domaine de Rayleigh i.e. pour  $\omega \ll \omega_0$ , l'onde diffusée

- a localement une structure d'onde plane

- et sa puissance est d'autant plus élevée que la pulsation est élevée :

$$\langle P_{diff} \rangle \propto \omega^4 \Leftrightarrow \langle P_{diff} \rangle \propto \frac{1}{\lambda^4}$$

Rq : pour  $\omega \gg \omega_0$ , on parle de *domaine de Thomson* (hors programme).

### 3) Applications : couleurs du ciel et du Soleil

Les couleurs observées dans le ciel (arc-en-ciel, aurores boréales, bleu du ciel, rouge du Soleil couchant...) sont d'origines très variées. Elles résultent d'un ensemble de phénomènes physiques liés aux rayonnements émis par le Soleil et à leur interaction avec l'atmosphère terrestre.

#### a) Luminosité du ciel le jour et ciel noir la nuit

Sur Terre, la nuit, en l'absence d'éclairage artificiel, les molécules de l'atmosphère ne sont pas excitées car l'onde EM solaire ne les atteint pas, elles ne diffusent donc pas de lumière et le ciel est noir.

Le jour, sous l'effet de l'onde EM solaire visible, elles se comportent comme des dipôles oscillant en RSF. Elles diffusent donc de la lumière et le ciel est lumineux.

#### b) Bleu du ciel pendant la journée

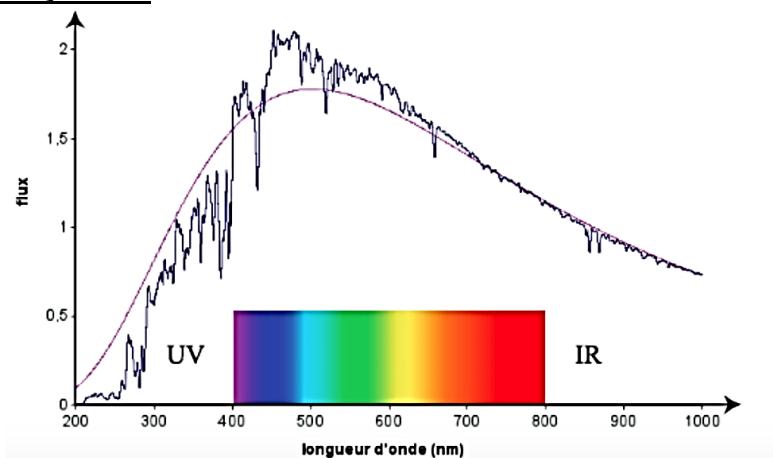
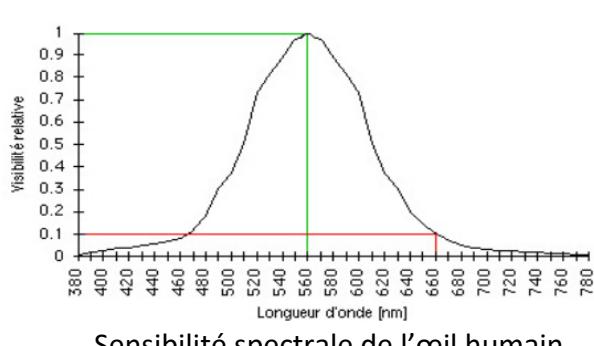


FIGURE 3 – Spectre d'émission du soleil. L'unité de flux est  $\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{nm}^{-1}$  ce qui correspond à l'éclairement -par unité d'intervalle spectral en nm- reçu en un point proche de la Terre, hors de l'atmosphère

Le rayonnement solaire nous parvenant à la surface de la Terre est presque exclusivement réduit au visible. En effet, l'atmosphère absorbe les ultraviolets B et C de courte longueur d'onde (grâce à la couche d'ozone) et les infrarouges (grâce à l'humidité de l'air).



Sensibilité spectrale de l'œil humain

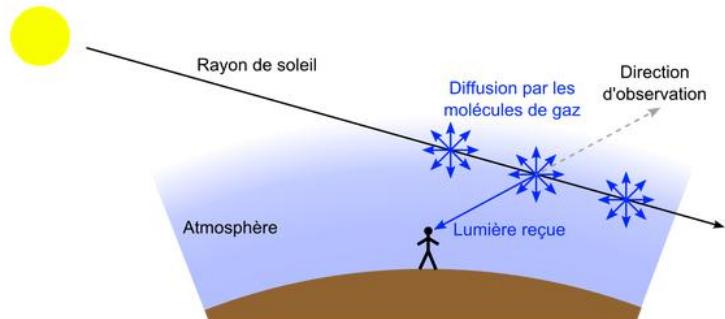


Schéma de principe pour interpréter le bleu du ciel

Pendant la journée, l'œil humain perçoit sur Terre une lumière bleutée provenant de toutes les directions.

Cette **couleur bleue du ciel** perçue provient :

- du spectre de la lumière solaire et de la sensibilité de l'œil humain maximaux dans le vert
- et de la diffusion Rayleigh maximale dans le violet

➲ **Exercice classique** : Toutes choses égales par ailleurs, comparer la puissance de l'onde diffusée par une molécule pour une radiation rouge et une radiation violette. Conclure.

Rq : Couleur des nuages

La diffusion de la lumière par les gouttes d'eau d'un nuage ne s'explique pas par le modèle développé ici car la condition  $\lambda \gg a$  n'est pas respectée pour les ondes EM visibles, cf § B.2.c. C'est pourquoi nous ne voyons pas les nuages bleus. C'est la diffusion de Mie qui est le modèle adapté à cette situation et la puissance diffusée est alors indépendante de la pulsation. Ceci explique que les nuages sont blancs pendant la journée.

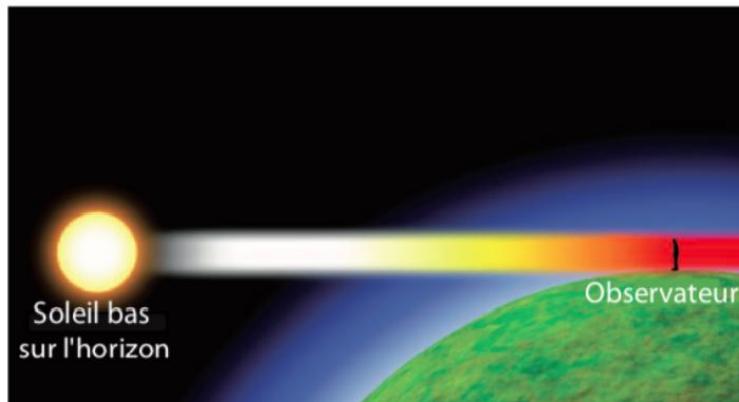
### c) Rouge du Soleil couchant

D'après le § b, ce sont surtout les radiations de courte longueur d'onde (violet – bleu) qui sont diffusées ainsi la lumière directement transmise dans l'axe Soleil-observateur s'appauvrit en ces radiations. Du fait de la **diffusion Rayleigh**, il s'opère donc une sorte de **filtrage de type passe-bas en fréquence**.

Lorsque le Soleil est au zénith, la lumière solaire traverse environ 40 km d'atmosphère, cette épaisseur n'est pas suffisante pour que le filtrage ait un effet perceptible et le Soleil apparaît blanc.

Lorsque le **Soleil est bas sur l'horizon**, la lumière solaire traverse une **épaisseur d'atmosphère bien plus élevée** : quelques centaines de km. Dans cette situation, **l'effet du filtrage passe-bas est perceptible : le Soleil apparaît donc rouge et moins lumineux**.

*Cf TD pour une interprétation plus quantitative.*



*Observation expérimentale relative aux § b et c :*

<https://phymain.unisciel.fr/bleu-du-ciel-et-soleil-couchant/>

## d) Polarisation de la lumière du ciel

### ◆ Observations :

Alors que la lumière à l'origine de la diffusion, émise par le Soleil n'est pas polarisée, dans certaines directions d'observation, la lumière diffusée par l'atmosphère est polarisée.

On voit par exemple que la perception du ciel avec et sans lunettes de soleil à verres polarisés est nettement différente.

Sur les photographies ci-contre, on voit qu'en fonction de l'orientation d'un polariseur présent devant l'objectif de l'appareil photo, l'intensité lumineuse du ciel est atténuée. On voit donc que, dans cette direction d'observation, on perçoit une lumière du ciel polarisée puisque pour une direction particulière du polariseur, il y a quasiment extinction (cf ChEM5 loi de Malus).



Rq : La lumière diffusée par les nuages n'est pas polarisée car elle relève de la diffusion de Mie et non de la diffusion de Rayleigh, cf § B.3.b. L'utilisation d'un polariseur permet donc d'augmenter le contraste C de la photographie avec  $C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$ , cf ChO1.

### ◆ Interprétation :

**L'onde lumineuse diffusée** par une molécule de l'atmosphère **a localement une structure d'onde plane**, cf § B.2.d.

Les champs électrique et magnétique incidents sont transverses i.e. situés dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation.

- Si l'on regarde **dans la direction de propagation de la lumière incidente**, le champ électrique diffusé  $\vec{E}_{diff}$  présente toutes les directions possibles du plan d'onde qui nous fait face. Selon cette direction d'observation, **l'onde diffusée n'est pas polarisée**.
- Si l'on observe **dans une direction perpendiculaire à la direction de propagation de la lumière incidente**, le champ électrique diffusé  $\vec{E}_{diff}$  a une direction constante. Selon cette direction d'observation, **l'onde diffusée est polarisée rectilignement**.

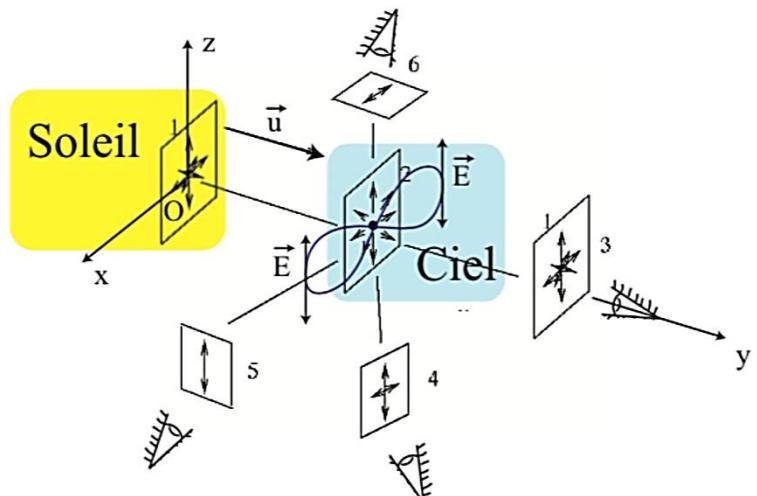


FIGURE 7 – Illustration du phénomène de polarisation

◆ Exercice classique : Justifier que, selon la direction d'observation, l'onde diffusée est polarisée ou non.

- i) Dans quelle direction par rapport au moment dipolaire du dipôle le champ électrique rayonné est-il nul / le plus intense ? Dans ce dernier cas, quelle est alors la polarisation du champ électrique rayonné ?
- ii) Analyse de la figure 7 : refaire le schéma qu'on observerait dans le cas où la polarisation de la lumière solaire incidente est selon (Oz) (en bleu) et dans le cas où elle est selon (Ox) (en rouge). On superposera sur un même schéma ces deux configurations. On fera apparaître dans chaque cas : la direction de polarisation du champ incident, la direction du dipôle et le champ diffusé observé aux positions 3, 5 et 6. En déduire que dans le cas d'une lumière solaire incidente non polarisée, le rayonnement arrivant en 3 n'est pas polarisé tandis qu'il est polarisé rectilignement en 5 et en 6.