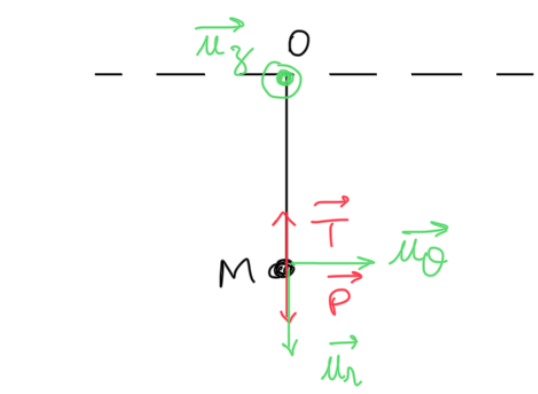
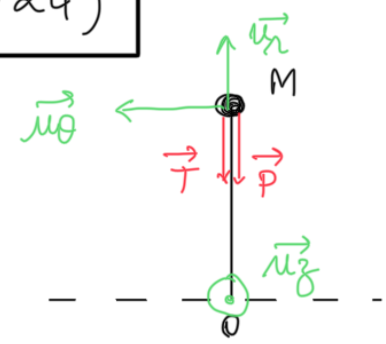
# Révolut° (CMT 2024)

à $t = 0$



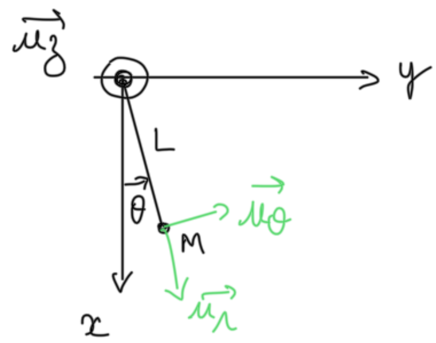




à $t = \frac{T}{2}$

syst $\{M(m)\}$ ds $R_{terrestre}$ galiléen

Bdf : $\vec{T} \perp \vec{v}$ si fil tendu pendant tout le tour

$\vec{P}$ conservative $E_{p\,pes} = -mgx$




avec $x = L\cos\theta$

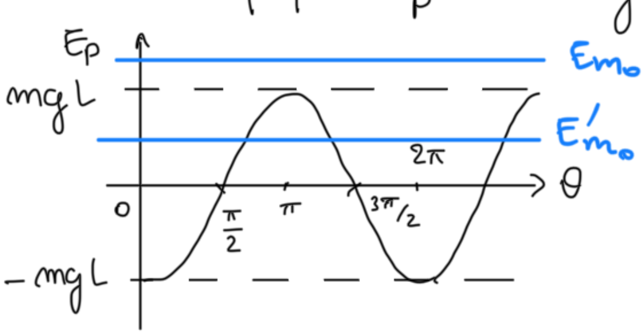
- TPM : $\frac{dE_m}{dt} = \mathcal{P}^{nc} = \vec{T}\cdot\vec{v} = 0.$

ainsi $E_m$ est constante

$E_m = E_c + E_p$

à $t = 0$ $\quad E_{m_0} = \frac{1}{2} m v_0^2 - mgL$

à $t$ qcq $\quad E_p = -mgL\cos\theta$




On a un système conservatif à 1 seul ddl

pour que la posit° $\theta = \pi$ soit atteinte il faut que

$E_{m_0} > E_{p\,max} = mgL$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 - mgL > mgL$

$\Leftrightarrow v_0^2 > 4gL$

$\Leftrightarrow \boxed{v_0 > 2\sqrt{gL}}$ $(*)$

- Par ailleurs,

à t qcq , on a $\vec{a} = -L\dot{\theta}^2 \vec{u_r} + L\ddot{\theta}\vec{u_\theta}$

le PFD donne $m\vec{a} = \vec{P} + \vec{T}$

lorsque $\theta = \pi$, on a $-mL\dot{\theta}^2 = -T - mg$ (selon $\vec{u_r}$)

ainsi $T = mL\dot{\theta}^2 - mg$

le fil est tendu ssi $T > 0$

Le système étant conservatif, on a $E_m(\theta=0) = E_m(\theta=\pi)$

$$\frac{1}{2}m v_0^2 - mgL = \frac{1}{2}m v_\pi^2 + mgL$$

$$\Leftrightarrow \quad v_\pi^2 = v_0^2 - 4gL$$

NB: avec la cdt° (*), on a $v_\pi^2 > 0$

Enfin, on a $v = L\dot{\theta} \Leftrightarrow L\dot{\theta}^2 = \frac{v^2}{L}$

Pour que le fil soit tendu en $\theta = \pi$, il faut donc

$$m\frac{v_\pi^2}{L} - mg > 0$$

$$\Leftrightarrow \quad v_\pi^2 > gL$$

$$\Leftrightarrow \quad v_0^2 - 4gL > gL$$

$$\Leftrightarrow \quad v_0^2 > 5gL$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{v_0 > \sqrt{5gL}}$$

cdt° ⊕ exigeante que (*)

AN: $v_0 = \sqrt{5 \times 10 \times 1} \simeq \underline{7 \text{ m.s}^{-1}}$