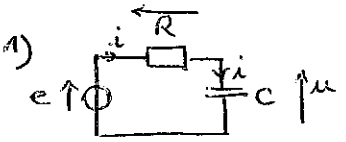
TP1. RT de syst. linéaires (révis° 1re année).

Corrigé préparation.

1) 

loi des mailles $E = u + Ri$ (pour $t > 0$)

avec $i = C\dfrac{du}{dt}$

$$\Leftrightarrow E = u + RC\frac{du}{dt}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{du}{dt} + \frac{u}{RC} = \frac{E}{RC}} \qquad \boxed{\tau = RC}$$

2) $u(t) = u_h(t) + u_p(t)$ avec $\begin{cases} u_h(t) = k\,e^{-t/\tau}, \ k \in \mathbb{R} \\ u_p(t) = k', \ k' \in \mathbb{R} \ \text{tq} \ 0 + \dfrac{k'}{\tau} = \dfrac{E}{\tau} \Leftrightarrow k' = E \end{cases}$

CI : $u(t=0^+) = u(t=0^-) = 0$

$\downarrow$ $u(t)$ f° $\mathcal{C}^0$; $\downarrow$ condensateur déchargé pour $t<0$

$\Leftrightarrow k \cdot 1 + E = 0 \Leftrightarrow k = -E$

d'où $\boxed{u(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$

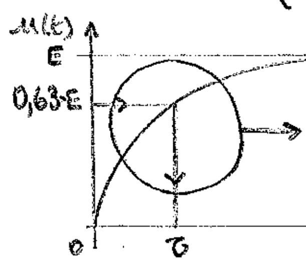
3) • $u(t \to +\infty) = 0 + E = E$

• $u(t_r) = 95\% \cdot E = E\left(1 - e^{-t_r/\tau}\right) \Leftrightarrow 1 - \dfrac{95}{100} = e^{-t_r/\tau}$

$$\Leftrightarrow \boxed{t_r = -\tau \ln\left(\frac{5}{100}\right)} = \underline{\tau \ln 20 \simeq 3\tau}$$

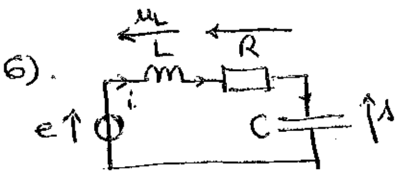
4). $u(t=\tau) = E\left(1 - e^{-1}\right) \simeq 0{,}63 \cdot E$; choix de f fréq. du signal créneau $e(t)$: il faut $\dfrac{T}{2} > 5\tau \leftarrow$ = durée (dé)charge.

$$\Leftrightarrow \boxed{f < \frac{1}{10 \cdot \tau}}$$



→ dilatation des échelles ac sensibilités [horiz. / vertic. + curseurs

↳ méthode la ⊕ précise.

6). 

loi des mailles : $E = s + Ri + u_L$ pour $t > 0$

avec $u_L = L\dfrac{di}{dt}$ et $i = C\dfrac{ds}{dt}$

$$\Leftrightarrow E = s + RC\frac{ds}{dt} + LC\frac{d^2s}{dt^2}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{d^2s}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{ds}{dt} + \frac{1}{LC}s = \frac{E}{LC}}$$

avec $\boxed{\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$ et $\dfrac{\omega_0}{Q} = \dfrac{R}{L} \Leftrightarrow \boxed{Q = \omega_0 \cdot \dfrac{L}{R} = \dfrac{1}{\sqrt{LC}} \cdot \dfrac{L}{R} = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}}$

7). $s(t) = s_h(t) + s_p(t)$ avec $\boxed{s_p(t) = K', \ K' \in \mathbb{R}}$ tq $0 + 0 + \omega_0^2 K' = \omega_0^2 E \Leftrightarrow \boxed{K' = E}$

8) Éq° caract. associée à l'éq° diff. homogène :

$$r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0$$

$$\Delta = \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 - 4\,\omega_0^2 = \omega_0^2\left(\frac{1}{Q^2} - 4\right)$$

- si $Q < 0{,}5$ alors $\Delta > 0$ $\quad \boxed{r_{1,2} = \frac{-\omega_0/Q \pm \sqrt{\Delta}}{2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm \omega_0\sqrt{\frac{1}{4Q^2} - 1}} \in \mathbb{R}^-$

$$\boxed{s_h(t) = A e^{r_1 t} + B e^{r_2 t}} \quad , (A,B) \in \mathbb{R}^2 \quad \text{rég. apériodique}$$

- si $Q = 0{,}5$ alors $\Delta = 0$ $\quad r_0 = -\frac{\omega_0}{2Q} = -\omega_0$

$$\boxed{s_h(t) = (At + B)e^{-\omega_0 t}} \quad , (A,B) \in \mathbb{R}^2 \quad \text{rég. critique}$$

- si $Q > 0{,}5$ alors $\Delta < 0$ $\quad \boxed{r_{1,2} = \frac{-\omega_0/Q \pm j\sqrt{-\Delta}}{2} = -\underbrace{\frac{\omega_0}{2Q}}_{1/\tau} \pm j\overbrace{\omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}}^{\omega_p}}$

$$\boxed{s_h(t) = A e^{-t/\tau} \cos(\omega_p t + \varphi)} \quad (A,\varphi) \in \mathbb{R}^2 \quad \text{rég. pseudo-périodique}$$

Rq : avec $m = \frac{1}{2Q}$, on a $\boxed{\omega_p = \omega_0\sqrt{1 - m^2}}$