TP2 préparation

1). Total = Points × T_e

$s_1(t)$ de fréquence f $\Rightarrow$ $\text{Total} = 3T = \dfrac{3}{f}$ et $T_e = \dfrac{T}{100} = \dfrac{1}{100 \times f}$ $\Rightarrow$ Points = 300

$\text{Total} = 3\,ms$

ou $T_e = \dfrac{T}{1000} = \dfrac{1}{1000 \times f}$ $\Rightarrow$ Points = 3000

---

6) $\dashv\vdash \underset{\omega \to 0}{\Leftrightarrow} - \llcorner$ $\qquad$ $\dashv\vdash \underset{\omega \to +\infty}{\Leftrightarrow}$ —•—

$\Rightarrow i = 0$ $\qquad$ $\Rightarrow s = 0$

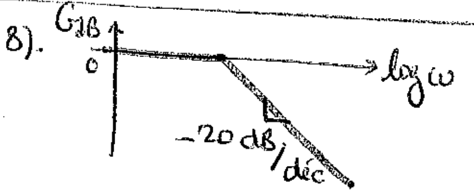
$\Rightarrow s = e - Ri = e$ ⟶ $\boxed{\text{passe-bas}}$

---

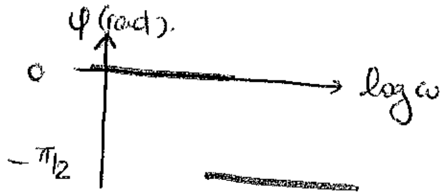
7). $\underline{H} = \dfrac{\underline{s}}{\underline{e}} \underset{\text{PDT}}{=} \dfrac{1/jC\omega}{R + 1/jC\omega} = \dfrac{1}{1 + jRC\omega}$ $\longleftrightarrow$ ED : $s + RC\dfrac{ds}{dt} = e$

---

8).



car $\underset{\omega \to 0}{\underline{H} \sim 1}$ $\Rightarrow$ $G_{dB} \underset{\omega \to 0}{\longrightarrow} 0$ et $\varphi \underset{\omega \to 0}{\longrightarrow} 0$



$\underline{H} \underset{\omega \to +\infty}{\sim} \dfrac{1}{jRC\omega}$ $\Rightarrow$ $\underbrace{G_{dB} \sim -20\log(RC\omega)}_{\omega \to +\infty}$ et $\varphi \underset{\omega \to +\infty}{\longrightarrow} -\dfrac{\pi}{2}$ rad

---

9). $G(\omega_c) = \dfrac{G_{max}}{\sqrt{2}}$ ici $G(\omega_c) = \dfrac{1}{\sqrt{1 + (RC\omega_c)^2}}$ et $G_{max} = 1$ $\Rightarrow$ $\omega_c = \dfrac{1}{RC}$

$BP = [0, \omega_c]$.

---

10). $\underline{H} \underset{\omega \gg \omega_c}{\sim} \dfrac{1}{jRC\omega}$ comportemt intégrateur pour $\omega > 10\,\omega_c$.

---

11). Protocole pour obtenir le diag. de Bode :

$e(t) = E\cos(2\pi f t)$ → signal d'entrée sinusoïdal d'amplitude E

$s(t) = S\cos(2\pi f t + \varphi)$.

À l'oscilloscope, on mesure E, S et φ pour $f \in [10\,Hz, 10\,kHz]$.

$|\varphi| = 2\pi f \times \Delta t$ — "retard" $s(t)$/à $e(t)$.

↳ balayage "logarithmique" $f = 10, 20, 50, 100, 200, 500 \dots$ Hz.

On calcule $G_{dB} = 20\log\left(\dfrac{S}{E}\right)$. On trace $\begin{cases} G_{dB} = f(\log f) \\ \varphi = f(\log f) \end{cases}$

↳ signe de φ > 0 si $s(t)$ en avance sur $e(t)$

< 0 si $s(t)$ en retard sur $e(t)$.

14). cf Q6.

$\omega \to 0$ $\quad i = 0$ $\qquad\qquad\qquad$ $\omega \to +\infty$ $\quad s = e - \underbrace{u_C}_{=0} = e$

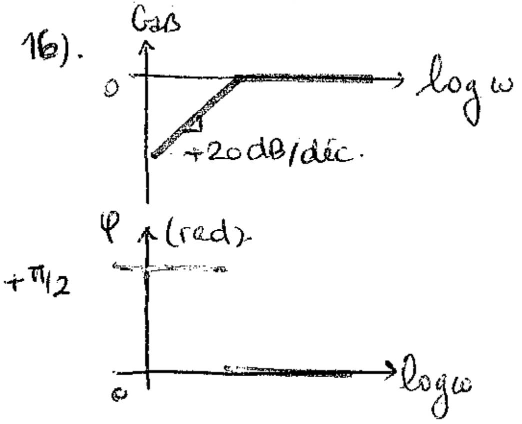
$s = Ri = 0$ $\longrightarrow$ $\boxed{\text{filtre passe-haut}}$ $\longleftarrow$

---

15). $\underset{(\text{PDT})}{\underline{H}} = \dfrac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}$ $\longleftrightarrow$ ED : $s + RC\dfrac{ds}{dt} = RC\dfrac{de}{dt}$.

---

16).



car $\underline{H} \underset{\omega \to 0}{\sim} jRC\omega \Rightarrow G_{dB} \underset{\omega \to 0}{\sim} 20\log(RC\omega)$ et $\varphi \underset{\omega \to 0}{\longrightarrow} +\frac{\pi}{2}$ rad

$\underline{H} \underset{\omega \to +\infty}{\sim} 1 \Rightarrow G_{dB} \underset{\omega \to +\infty}{\longrightarrow} 0$ et $\varphi \underset{\omega \to +\infty}{\longrightarrow} 0$.

---

17). ici $G(\omega_c) = \dfrac{RC\omega_c}{\sqrt{1 + (RC\omega_c)^2}}$ et $G_{max} = 1 \Rightarrow \omega_c = \dfrac{1}{RC}$.

$BP = [\omega_c, +\infty[$.

---

18). $\underset{\omega \ll \omega_c}{\underline{H}} \sim jRC\omega$ comportem^t dérivateur pour $\omega < \dfrac{\omega_c}{10}$.

NB : pour un signal comportant des harmoniques de rang n élevé et d'amplitudes non négligeables, ces harmoniques ne sont pas dérivées : elles ne vérifient pas $f_n < \dfrac{f_c}{10}$.

---

20). Pour vérifier le comportem^t dérivateur :

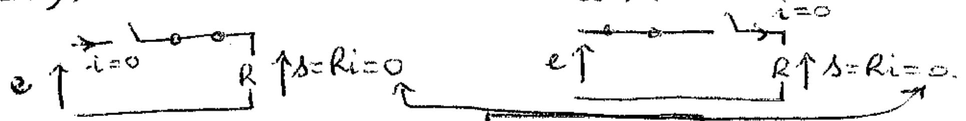
$e(t)$ = signal triangle alternatif de fréq $f < \dfrac{f_c}{10}$ par ex $f = 15\,Hz$.
ici $f_c = 159\,Hz$

en sortie, on doit observer $s(t)$: signal créneau alternatif de fréq. f.

Rq : on a $S < E$

créneau obtenu en sortie $\longrightarrow$ pas de discontinuité pour passer de $-S$ à $+S$
$\downarrow$
contenues dans harmoniques de rang très élevé
$\downarrow$
absents du spectre.

23). $\omega \to 0$ $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\omega \to +\infty$



$\boxed{\text{passe-bande}}$

---

24) $\underline{H} = \dfrac{R}{R + jL\omega + 1/jC\omega}$ (PDT).

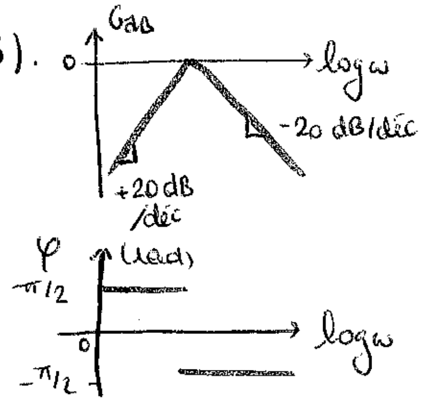
$$\Leftrightarrow \underline{H} = \frac{1}{1 + j\frac{1}{R}\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)} = \frac{1}{1 + j\underbrace{\frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}}_{Q}\left(\sqrt{LC}\,\omega - \frac{1}{\sqrt{LC}\,\omega}\right)} \quad \omega_0$$

$$\Leftrightarrow \underline{H} = \frac{jRC\omega}{1 - \underbrace{LC}_{\frac{1}{\omega_0^2}}\omega^2 + j\underbrace{RC}_{\frac{2m}{\omega_0}}\omega} \qquad T_0 = 1. \qquad m = \frac{1}{2Q} = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$\Leftrightarrow \quad \text{ED} : \; s + LC\frac{d^2s}{dt^2} + RC\frac{ds}{dt} = RC\frac{de}{dt}.$$

---

25).



car $\underset{\omega\to 0}{\underline{H} \sim} jRC\omega \Rightarrow G_{dB} \underset{\omega\to 0}{\sim} 20\log(RC\omega)$ et $\varphi \underset{\omega\to 0}{\to} +\frac{\pi}{2}$ rad

$\underset{\omega\to+\infty}{\underline{H} \sim} -j\frac{R}{L\omega} \Rightarrow G_{dB} \underset{\omega\to+\infty}{\sim} -20\log\left(\frac{L\omega}{R}\right)$ et $\varphi \underset{\omega\to+\infty}{\sim} -\frac{\pi}{2}$ rad

---

26). ici $\quad G(\omega_c) = \dfrac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega_c}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_c}\right)^2}}$ et $G_{max} = G(\omega_0) = 1$

$\omega_{c_{1,2}} = \pm \dfrac{\omega_0}{2Q} + \omega_0\sqrt{\dfrac{1}{4Q^2} + 1}$ (*détails) $\qquad BP = [\omega_{c_1}, \omega_{c_2}]$.

$\Delta\omega_c = \omega_{c_2} - \omega_{c_1} = \dfrac{\omega_c}{Q}$: $\Delta\omega_c \searrow$ lorsque $Q \nearrow$

$\Leftrightarrow$ sélectivité du filtre $\nearrow$ avec Q.

$\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = 503$ Hz

29). Pour vérifier comportement intégrateur :

$e(t)$: signal créneau alternatif de fréq. $f > 10 \times f_0$ par ex $f = 6$ kHz

en sortie, on doit observer $s(t)$: signal triangle alternatif de fréq. f.

Rq : on a $S < E$.

31). cf Q23

$\omega \to 0 \quad s = e - \underset{0}{\underset{\|}{u_L}} - \underset{0}{\underset{\|}{Ri}} = e \qquad \omega \to +\infty \quad s = 0$ ⟶ $\boxed{\text{filtre passe-bas}}$

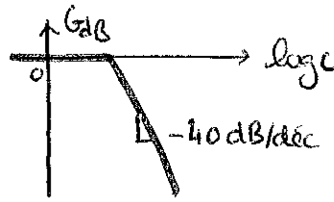
---

32). $\underline{H} = \dfrac{1 \; (H_0)}{1 - \underbrace{LC}_{\frac{1}{\omega_0^2}}\omega^2 + j\underbrace{RC}_{\frac{1}{Q\omega_0}}\omega}$ $\iff$ ED : $s + RC\dfrac{ds}{dt} + LC\dfrac{d^2s}{dt^2} = e$.

$Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$

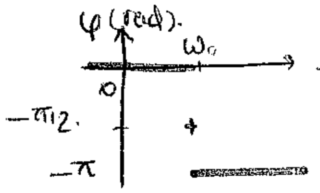
---

33).



car $\underline{H} \underset{\omega \to 0}{\sim} 1 \Rightarrow G_{dB} \underset{\omega \to 0}{\to} 0$ et $\varphi \underset{\omega \to 0}{\to} 0$.

$\underline{H} \sim \dfrac{1}{-LC\omega^2} \Rightarrow G_{dB} \sim -40\log\left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)$ et $\varphi \underset{\omega \to +\infty}{\to} \pm\pi$ rad



et $\underline{H}(\omega_0) = \dfrac{1}{jQ} \Rightarrow \varphi(\omega_0) = -\dfrac{\pi}{2}$ rad ⟶ $\varphi \underset{\omega \to +\infty}{\to} -\pi$ rad

---

34). résonance en G ⇔ max de G ⇔ min de $\left(1 - \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(\dfrac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2 = g(\omega)$. (**détails)

ω	0		ω_r		$+\infty$
$\dfrac{dg}{d\omega}$	0	−	0	+	$+\infty$
g		↘	min ⇒ résonance	↗	

$\omega_r = \omega_0\sqrt{1 - \dfrac{1}{2Q^2}}$ pour $Q > \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ | pour $Q \leq \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

ω	0		$+\infty$
$\dfrac{dg}{d\omega}$	0	+	$+\infty$
g		↗	

∅ de résonance.

$Q = 10$; 2 → p^ce résonance

$Q = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$; $0{,}1$ → ∅ de résonance

* détails calculs Q26.

$$G(\omega_c) = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2\left(\frac{\omega_c}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_c}\right)^2}} = \frac{G_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow \quad 1 + Q^2\left(\frac{\omega_c}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_c}\right)^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow \quad \left(\frac{\omega_c}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_c}\right)^2 = \frac{1}{Q^2}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{\omega_c}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_c} = \pm \frac{1}{Q}$$

$$\Leftrightarrow \quad \omega_c^2 - \omega_0^2 \mp \frac{1}{Q}\omega_0\omega_c = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad \omega_c^2 \mp \frac{\omega_0}{Q}\omega_c - \omega_0^2 = 0$$

$$\Delta = \left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 + 4\omega_0^2 > 0$$

$$\omega_c = \frac{\pm \frac{\omega_0}{Q} \pm \sqrt{\Delta}}{2} \quad \text{or } \omega_c > 0 \text{ et } \sqrt{\Delta} = \sqrt{\left(\frac{\omega_0}{Q}\right)^2 + 4\omega_0^2} > \frac{\omega_0}{Q}$$

on retient donc $\omega_c = \dfrac{\pm \frac{\omega_0}{Q} + \sqrt{\Delta}}{2}$

$$\omega_{c_1} = \frac{\sqrt{\Delta}}{2} - \frac{\omega_0}{2Q} \quad \text{et} \quad \omega_{c_2} = \frac{\sqrt{\Delta}}{2} + \frac{\omega_0}{2Q}$$

$$\Delta\omega = \omega_{c_2} - \omega_{c_1} = \frac{\omega_0}{2Q} \times 2 = \frac{\omega_0}{Q}$$

** détails calculs Q34.

on cherche un min de $g(\omega) = \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2$

$$\frac{dg}{d\omega} = 2 \cdot \left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right) \cdot \left(-2\frac{\omega}{\omega_0^2}\right) + 2\frac{\omega}{(Q\omega_0)^2} = \frac{2\omega}{\omega_0^2}\left[-2\left(1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right) + \frac{1}{Q^2}\right]$$

$$\frac{dg}{d\omega} = 0 \Leftrightarrow \omega = 0 \quad \text{ou} \quad 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 = \frac{1}{2Q^2}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2}$$

$$\Leftrightarrow \omega_r = \omega_0\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \text{ ssi } \frac{1}{2Q^2} \leqslant 1 \Leftrightarrow Q \geqslant \frac{1}{\sqrt{2}}$$