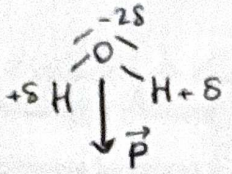
Mise en évidence du caract. polaire d'un solvant.

tige chargée = distr de charges qui crée un champ $\vec{E}$ non uniforme

filet d'eau constitué de m H_2O



m polaires de moment dipolaire $\vec{p}$.

situat° : dipôle électrost. stationnaire permanent de mom^t $\vec{p}$

dans $\vec{E}$ extérieur stationnaire et non uniforme

→ effet d'orientat° et de déplacem^t vers les zones de champ élevé.

$\|\vec{E}\| \nearrow$ en se rapprochant de la tige chargée

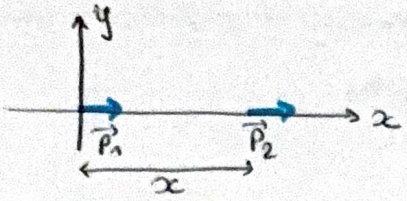
⇒ m se rapprochent de la tige ⇒ déviat° du filet d'eau.

cas du cyclohexane C_6H_{12}  m apolaire

⇒ pas d'effet de la tige chargée sur filet de C_6H_{12}.

Interace de 2 dipôles

1)



$$\vec{F}_{1\to2} = \overrightarrow{grad}\left(\vec{p}_2 \cdot \vec{E}_1\right)$$

$$= \overrightarrow{grad}\left(p\,\vec{u}_x \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 x^3}\left(3\,\frac{(p\vec{u}_x \cdot x\vec{u}_x)}{x}\vec{u}_x - x^2 p\vec{u}_x\right)\right)$$

$$= \overrightarrow{grad}\left(\frac{p}{4\pi\varepsilon_0}\vec{u}_x\left(2\frac{p}{x^3}\vec{u}_x\right)\right)$$

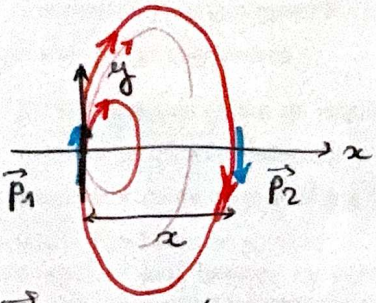
$$= \frac{2p^2}{4\pi\varepsilon_0}\overrightarrow{grad}\left(\frac{1}{x^3}\right)$$

$$= \frac{2p^2}{2\cdot 4\pi\varepsilon_0}(-3)\cdot\frac{1}{x^4}\vec{u}_x$$

$$\vec{F}_{1\to2} = \frac{-3}{2\pi\varepsilon_0}\frac{p^2}{x^4}\vec{u}_x \quad \curvearrowright D \text{ selon } -\vec{u}_x \Rightarrow \text{attractive}$$

dipôles tels que leurs moments sont alignés
effet d'orientation effectué
effet de déplacement $\|\vec{E}_1\|$
⊕ intense près de $\vec{p}_1$
⇒ dipôle 2 tend à s'approcher de $\vec{p}_1$ $\curvearrowright D$ $\vec{F}_{1\to2}\cdot\vec{u}_x < 0$.

2)



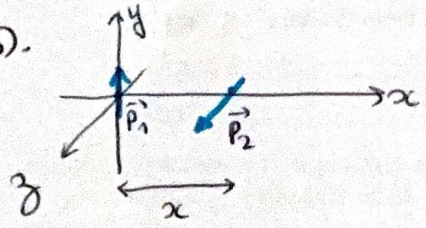
$$\vec{F}_{1\to2} = \overrightarrow{grad}\left(-p\vec{u}_y \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 x^5}\left(3\underbrace{(+p\vec{u}_y \cdot x\vec{u}_x)}_{=0}x\vec{u}_x - x^2 p\vec{u}_y\right)\right)$$

$$= \frac{p^2}{4\pi\varepsilon_0}\overrightarrow{grad}\left(\frac{1}{x^3}\right)$$

$$= -\frac{p^2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{3}{x^4}\vec{u}_x \quad \curvearrowright D \text{ selon } -\vec{u}_x \Rightarrow \text{attractive}$$

car $\vec{p}_2$ orienté selon $\|\vec{E}\|$ créés par $\vec{p}_1$
et effet de déplacement cf 1)

3).

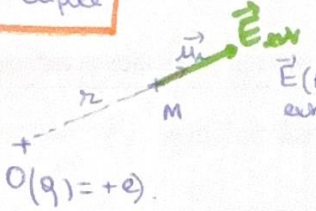


$$\vec{F}_{1\to2} = \overrightarrow{grad}\left(p\,\underbrace{\vec{u}_z}_{\perp}\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 x^5}\left(3\underbrace{(p\vec{u}_y\cdot x\vec{u}_x)}_{=0.}x\vec{u}_x - x^2 p\vec{u}_y\right)\right)$$

$= \vec{0} \curvearrowright D$ $\vec{p}_1$ sans effet sur $\vec{p}_2$.

Interac° ion - dipôle

1). ion

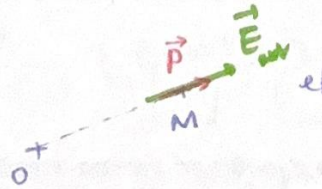


$\vec{E}_{ext}(M) = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r$

Champ non uniforme $\rightarrow E_p = -\vec{p}\cdot\vec{E}_{ext}$

m d'eau tend à minimiser E_p. $\Rightarrow \vec{p} \parallel \vec{E}_{ext}$ $\Rightarrow \vec{p}$ selon $+\vec{u}_r$.

$\vec{p}$ selon + $\vec{E}_{ext}$. $\Leftrightarrow \vec{p}$ orienté radialement / à l'ion.



effet d'orientation

2). $\vec{F}_{ion \rightarrow H_2O} = \vec{grad}(\vec{p}\cdot\vec{E}_{ext}) = \vec{grad}\left(p\vec{u}_r \cdot \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\vec{u}_r\right) = p\frac{e}{4\pi\varepsilon_0}\vec{grad}\left(\frac{1}{r^2}\right)$.

($\vec{E}_{ext}$: ion → H_2O ; $\vec{p}$: H_2O → ion)

$= \frac{pe}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r^2}\right)\vec{u}_r$

$\Leftrightarrow \left\| \vec{F}_{ion \rightarrow H_2O} = \frac{-2pe}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^3}\vec{u}_r \right\|$ N° attractive.

3). $\vec{F}_{H_2O \rightarrow ion} = e\cdot\vec{E}_{dip}(O) = e\cdot\frac{1}{4\pi\varepsilon r^5}\left(3(p\vec{u}_r\cdot(-r)\vec{u}_r)(-r\vec{u}_r) - r^2 p\vec{u}_r\right)$.

($\vec{p}$; $\vec{E}$; q = e)

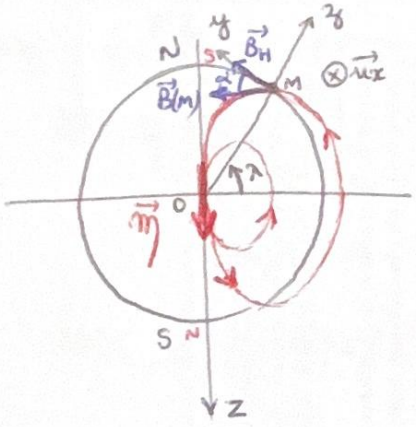
$= \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^{3/3}}\left(3pr^2\vec{u}_r - r^2 p\vec{u}_r\right)$.

$\Leftrightarrow \left\| \vec{F}_{H_2O \rightarrow ion} = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \times 2p\vec{u}_r = -\vec{F}_{ion \rightarrow H_2O} \right\|$ 3e loi de Newton

attractive

Moment dipolaire du géomagnétisme

1)

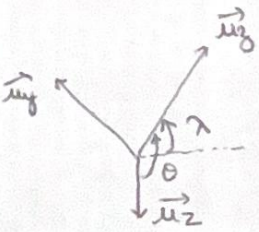


actuellement : nord magnétique ≈ sud géographique

$\vec{m}$ à peu près dirigé et sens que axe N→S géographiques

2). $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi R_T^5}\left(3(m\vec{u}_z \cdot R_T\vec{u}_z)R_T\vec{u}_z - R_T^2 \cdot m\vec{u}_z\right)$

$\Leftrightarrow \vec{B}(M) = \frac{\mu_0 m}{4\pi R_T^3}\left(3(\vec{u}_z\cdot\vec{u}_z)\vec{u}_z - \vec{u}_z\right)$



avec $\vec{u}_z = \cos(\theta)\vec{u}_z + \sin\theta\,\vec{u}_y$

$\vec{u}_z = \cos(\lambda+\frac{\pi}{2})\vec{u}_z + \sin(\lambda+\frac{\pi}{2})\vec{u}_y$

$\vec{u}_z = -\sin\lambda\,\vec{u}_z - \cos\lambda\,\vec{u}_y$

$\Leftrightarrow \vec{B}(M) = \frac{\mu_0 m}{4\pi R_T^3}\left(-3\sin\lambda\,\vec{u}_z + \sin\lambda\,\vec{u}_z + \cos\lambda\,\vec{u}_y\right)$

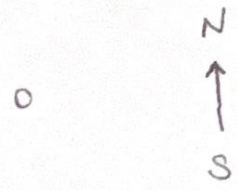
$\Leftrightarrow \vec{B}(M) = \frac{\mu_0 m}{4\pi R_T^3}\left(-2\sin\lambda\,\vec{u}_z + \cos\lambda\,\vec{u}_y\right)$.

$\tan\alpha = \frac{|B_z|}{|B_y|} = \frac{|-2\sin\lambda|}{\cos\lambda} = 2\tan\lambda \Rightarrow \alpha = \arctan(2\tan\lambda) = 66{,}4°$ → ok avec valeur donnée en ODG ≠ liée à $\mu(\alpha)_{exp}$ et modélisait Terre par dipôle

3). On a $B_H = |B_y| = \frac{\mu_0 m \cos\lambda}{4\pi R_T^3}$ $\Leftrightarrow m = \frac{4\pi R_T^3 \cdot B_H}{\mu_0 \cos\lambda} = 8{,}06.10^{22}\ A\cdot m^2$

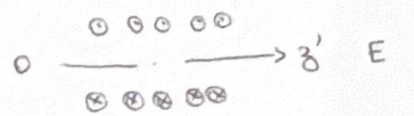
$\approx 10^{23}\ A\cdot m^2$ (ODG à connaître)

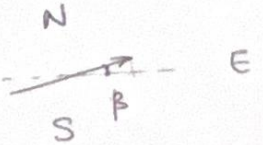
4). en l'abs. de courant dans la solénoïde : $\vec{B} = \vec{B}_T \Rightarrow$ aiguille selon $\vec{u}_\theta$



$i = 0$.

$i \neq 0$ $\vec{B} = \vec{B}_T + \vec{B}_S$ ⊗ cours $\vec{B}_S = \mu_0 nI\,\vec{u}_{z'}$





$\tan\beta = \frac{|B_H|}{B_S}$ $\Leftrightarrow |B_H| = B_S\tan\beta = \mu_0 nI\cdot\tan\beta$

AN: $|B_H| = 2{,}05\cdot 10^{-5}\ T$.

Principe de l'Ⓐ à cadre mobile.

syst { cadre } → solide en rotate autour de (Oz) fixe ds R_T galilien.
→ assimilable à un dipôle magnétique

BAME : $\vec{P}$
acc pivot supposé parfait
Couple de rappel de torse
Couple des forces de laplace

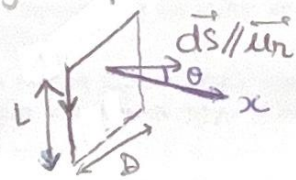
TMC /à (Oz) fixe /à R_T : $\frac{d\sigma_{(Oz)}}{dt} = \mathcal{M}^{ext}_{(Oz)}$

$\mathcal{M}_{(Oz)}(\vec{P}) = 0$ car $\vec{P} // \vec{u_z}$.

$\mathcal{M}^{pivot}_{(Oz)} = 0$ car hyp liaison pivot parfaite

$\mathcal{M}^{torse}_{(Oz)} = -C(\theta_0 - \theta)$ → NB: θ_0 : angle d'équilibre lorsque $i = 0$.

$\mathcal{M}^{laplace}_{(Oz)} = (\vec{m} \wedge \vec{B})_z$ avec $\vec{m} = i\vec{S}$



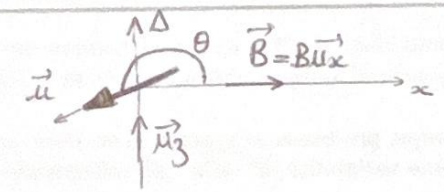
à l'éq. $\begin{cases} \theta = \theta_{éq} \\ \dot{\theta} = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $0 = -C(\theta_0 - \theta_{éq}) + (iS\vec{u_r} \wedge B\vec{u_x}) \cdot \vec{u_z}$.

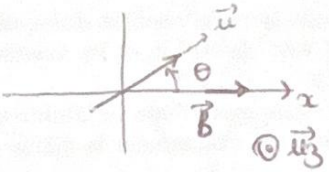
$\Leftrightarrow$ $0 = -C(\theta_0 - \theta_{éq}) + iSB \sin\theta_{éq}$.

$\Leftrightarrow$ $i = \frac{-C}{SB} \frac{\theta_0 - \theta_{éq}}{\sin\theta_{éq}}$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{i = \frac{-C}{L \cdot D \cdot B} \frac{\theta_0 - \theta_{éq}}{\sin\theta_{éq}} = \frac{C(\theta_{éq} - \theta_0)}{LDB \sin\theta_{éq}}}$

Oscillateur harmoniques d'une boussole





syst {boussole} solide en rotation autour de Δ fixe dans R_T gal

Bilf : | $\vec{F}_{magn}$ ↳ dipôle magn.
| $\vec{P} \nparallel (\Delta)$
| pivot d'axe (Δ) supposée parfaite

TMC / à Δ $\quad \frac{d\sigma_\Delta}{dt} = \mathcal{M}_\Delta^{ext} = (\vec{m} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{u}_z + 0 + 0.$

$$J_\Delta \ddot{\theta} = -m.B \sin\theta$$

$$\Leftrightarrow \ddot{\theta} + \frac{mB}{J_\Delta} \sin\theta = 0.$$

pour des pts oscillat : faible amplitude $|\theta| \ll 1$ rad

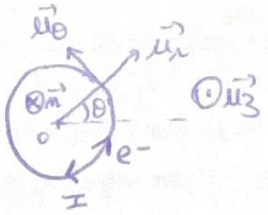
$$\ddot{\theta} + \underbrace{\frac{mB}{J_\Delta}}_{\omega_0^2} \theta = 0.$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{J_\Delta}{mB}}$$

s ; J_Δ : kg.m² ; mB : N.m = kg.m².s⁻²

ODG d'un moment magnétique

1). Échelle μ → magnéton de Bohr.



a) • $\vec{L_o} = \vec{OM} \wedge m\vec{v} = R\,\vec{u_r} \wedge mR\dot{\theta}\,\vec{u_\theta}$

$\Leftrightarrow \vec{L_o} = mR^2\dot{\theta}\,\vec{u_z}$

• $\vec{m} = I.\vec{S} = I \times \pi R^2 (-\vec{u_z})$

avec $I = \frac{dq}{dt} = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\pm e}{T} = \frac{\pm e}{2\pi}\dot{\theta}$

$\Leftrightarrow \vec{m} = \frac{-\pi R^2 e}{2\pi}\dot{\theta}\,\vec{u_z}$

$\Leftrightarrow \vec{m} = -\frac{e}{2}R^2\dot{\theta}\,\vec{u_z}$

b) on a $\vec{m} = -\frac{\vec{L_o}}{m} \times \frac{e}{2}$ ainsi $\gamma = -\frac{e}{2m}$ rapport gyromagnétique.

c). $\| \vec{L_o} \| = n\hbar \Rightarrow \vec{m} = -\frac{n\hbar e}{2m}\vec{u_z}$.

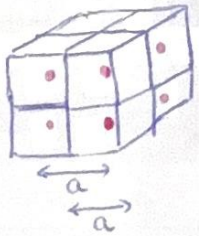
$n \in \mathbb{N}^*$

ainsi $\vec{m} = -n\,\mu_B\,\vec{u_z}$. avec $\mu_B = \frac{\hbar . e}{2m} = 9{,}2.10^{-24}\ A.m^2 \simeq \underline{10^{-23}\ A.m^2}$

↳ magnéton de Bohr

2) Échelle macro.

a). $n = \frac{d^3N}{d^3\tau}$



1 atome par cube de côté a.

$\Rightarrow n = \frac{1}{a^3}$

$\underline{a \simeq 10^{-10}\ m} \Rightarrow \underline{n \simeq 10^{30}\ \text{atomes}/m^3}$.

$\boxed{A = n \times \mu_B} \Rightarrow \underline{A \simeq 10^7\ A.m^{-1}}$ ← ds tableau $6.10^5\ A.m^{-1}$; $1{,}7.10^6\ A.m^{-1}$; (2 à $5.10^6\ A.m^{-1}$.

ODG ok.

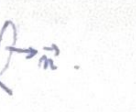
A calculée surestimée car tous les moments atomiques ne sont pas tous // et de même sens.

b). 

en NaFeB. $\boxed{\|\vec{m}\| = A \times V = A \times \pi r^2 \times e}$ AN avec $A \simeq 3000\ kA.m^{-1}$

$\Rightarrow \underline{\|\vec{m}\| = 0{,}24\ A.m^2}$

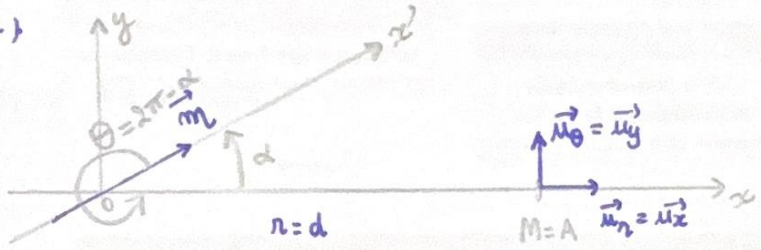
• $\vec{m} = N.I.S\vec{n}$ $\|\vec{m}\| = N.I.\pi r^2 \Leftrightarrow \underline{N = \frac{\|\vec{m}\|}{I.\pi r^2} = 30.10^4\ \text{spires !}}$



Principe de fct d'un alternateur CCS TSi 2012

A) Aspect élec.

A.1)



$$\vec{B}(A) = \frac{\mu_0 m}{4\pi d^3}\left(\underbrace{2\cos(2\pi-\alpha)}_{\cos\alpha}\vec{u}_x + \underbrace{\sin(2\pi-\alpha)}_{-\sin\alpha}\vec{u}_y\right)$$

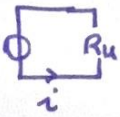
A.2).



$\vec{dS} = dS\,\vec{u}_x$ avec $\vec{B}(M)$ uniforme en tous points de la bobine

$$\Phi^{ext} = \iint \vec{B}.\vec{dS} = \frac{\mu_0 m}{4\pi d^3} \cdot 2\cos\alpha \cdot S \cdot N \quad \text{avec } S = \pi a^2$$

A.3). Schéma équivalent :



Loi de Faraday : $e = -\frac{d\Phi}{dt}$ avec $\Phi = \Phi^{ext} + \Phi_p$ et $\Phi_p = Li$

$$\Rightarrow + \frac{\mu_0 m}{4\pi d^3} \cdot 2\pi a^2 N \cdot \underbrace{\dot{\alpha}}_{\omega} \sin\alpha - L\frac{di}{dt} = R_u \cdot i$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{di}{dt} + \frac{R_u}{L} i = \frac{\mu_0 m}{L\,4\pi d^3} \cdot 2\pi a^2 N \omega \sin(\omega t)$$

A.4).

$$i(t) = i_0 \sin(\omega t + \varphi) = i_0 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \omega t - \varphi\right)$$
$$= i_0 \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\underline{i} = i_0 e^{j(\omega t + \varphi)} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

2nd membre $\underbrace{\frac{\mu_0 m \cdot 2\pi a^2 N \omega}{2L\,4\pi d^3}}_{S_0} \sin(\omega t) = s(t)$

$$\underline{s} = S_0 e^{j\omega t} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$j\omega \underline{i} + \frac{R_u}{L}\underline{i} = S_0 e^{j\omega t} e^{-j\frac{\pi}{2}}$$

$$\left(j\omega + \frac{R_u}{L}\right) i_0 e^{j(\omega t+\varphi)} e^{-j\frac{\pi}{2}} = S_0 e^{j\omega t} e^{-j\pi/2}$$

$$i_0 e^{j\varphi} = \frac{L S_0}{jL\omega + R_u}$$

$$i_0 = \frac{L S_0}{\sqrt{R_u^2 + (L\omega)^2}} \quad \text{et} \quad \varphi = -\arctan\left(\frac{L\omega}{R_u}\right)$$

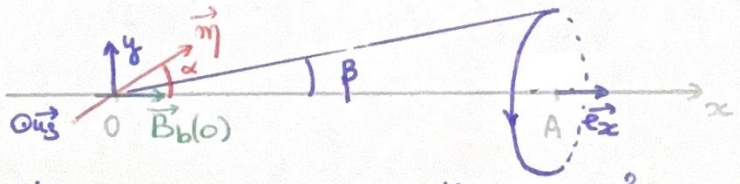
car $\mathrm{Re}\left(\frac{L S_0}{R_u + jL\omega}\right) > 0$.

A.5). $\mathcal{P}_J(t) = R_u\, i(t)^2 = R_u \cdot i_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$

$$\Rightarrow \boxed{\langle \mathcal{P}_J(t) \rangle = \mathcal{P}_J = \frac{R_u i_0^2}{2}}$$

B. Aspect mécanique.

B.1)



$$\vec{B}_b(0) = N \frac{\mu_0 i(t)}{2a} \underbrace{\sin^3(\beta)}_{\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+d^2}}\right)^3} \vec{e_x} = N \frac{\mu_0 i(t)}{2} \cdot \frac{a^2}{(a^2+d^2)^{3/2}} \cdot \vec{e_x}$$

avec $d \gg a \Rightarrow \boxed{\vec{B}_b(0) \simeq N \frac{\mu_0 i(t)}{2} \cdot \frac{a^2}{d^3} \vec{e_x}}$

B.2). {aimant} dans R_{labo} galiléen

BAME : $\vec{P}$ négligé

couple turbine de moment $\Gamma(t)$

action bobine $\vec{\Gamma} = \vec{m} \wedge \vec{B}_b(0)$

TMC avec aimant en rotation uniforme autour de (O_3) axe fixe dans R_{labo}

$$\underbrace{\frac{d\sigma_{O_3}}{dt}}_{=0} = \mathcal{M}_{O_3}^{ext} \Leftrightarrow \Gamma(t) + \underbrace{(\vec{m} \wedge \vec{B}_b(0))}_{-m \cdot N \frac{\mu_0 i}{2} \frac{a^2}{d^3} \cdot \sin(\alpha)} \cdot \vec{u_3} = 0.$$

car $\sigma_{O_3} = J_{O_3} \cdot \omega$ "axe"

$$\Rightarrow \boxed{\Gamma(t) = m \cdot N \frac{\mu_0 a^2}{2d^3} i_0 \underbrace{\sin(\omega t + \varphi) \cdot \sin(\omega t)}_{-\frac{1}{2}(\cos(2\omega t + \varphi) - \cos(\varphi))}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\langle \Gamma(t) \rangle = m N \frac{\mu_0 a^2}{2d^3} \cdot i_0 \frac{1}{2} \cos\varphi}$$

B.3). $\mathcal{P}_m = \Gamma \cdot \omega = m N \frac{\mu_0 a^2}{4d^3} \underbrace{i_0 \cos\varphi}_{\text{avec } i_0 \cos\varphi = \frac{L S_0 R_u}{R_u^2 + (L\omega)^2}} \cdot \omega$ or $i_0 = \frac{L S_0}{\sqrt{R_u^2 + (L\omega)^2}}$ avec $S_0 = \frac{\mu_0 m}{2} \frac{a^2 N \omega}{d^3 L}$

$$\mathcal{P}_J = \frac{R_u}{2} \cdot \frac{L^2}{R_u^2 + (L\omega)^2} \cdot \left(\frac{\mu_0 m}{2} \frac{a^2 N \omega}{d^3 L} \right)^2$$

et $\boxed{\mathcal{P}_m = m \frac{N \mu_0 a^2}{4d^3} \omega \cdot \frac{L R_u}{R_u^2 + (L\omega)^2} \cdot \frac{\mu_0 m}{2} \frac{a^2 N \omega}{d^3 L} = \mathcal{P}_J}$

CCL : la puissance moyenne fournie par la turbine pour maintenir une rotation uniforme de l'aimant correspond à la puissance dissipée par effet Joule.