

TDEMO – Révisions 1^e année Induction

0 Etudes classiques :

- Auto-induction : inductance propre d'une bobine (ex 2)
- Inductance mutuelle entre deux bobines : transformateur (MPSI) ; recharge sans fil (ex 3)
- Rails de Laplace générateurs / Freinage par induction (MPSI / DM1 / ex 1 & 4)
- Alternateur (ex 5)
- Haut-parleur (MPSI / TP6A / ex 6)

Rappels : Méthodes pour un problème d'induction



Analyse qualitative préalable

Analyse **qualitative** de la situation pour prévoir l'évolution du système.

- ① Identifier en quoi la situation étudiée met en jeu un phénomène d'induction → préciser la cause de variation du flux du champ magnétique.
- ② Exploiter la loi de **Lenz** pour prévoir les effets de l'induction.



Mise en équation dispositif inductif

A. Etude électrique : En l'absence de précision, on néglige le flux propre devant le flux du champ extérieur i.e. que l'on néglige le phénomène d'auto-induction.

- ① Appliquer la loi de **Faraday** : orienter le circuit et exprimer la f.e.m. induite.
- ② Donner le schéma électrique équivalent et appliquer la **loi des mailles** ⇒ (EE).

B. Etude mécanique

- ① Positionner le problème : système, référentiel, schéma mécanique, BAME.
- ② Exprimer la force^{*} de **Laplace** ou son moment^{*} et appliquer une **loi de mécanique adaptée**^{*} ⇒ (EM).

C. Combiner (EE) et (EM) puis les résoudre.

(EE) et (EM) forme un système de deux équations différentielles COUPLEES à deux inconnues : la vitesse du système et l'intensité du courant induit.

^{*} selon le mouvement du système (translation / rotation), on adapte l'étude mécanique.

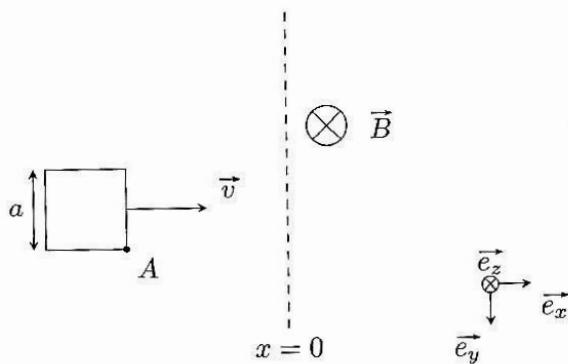


Bilan de puissance électromécanique

- ① Multiplier la relation donnant la f.e.m. par le courant induit.
- ② Multiplier l'équation mécanique par la vitesse.

1 Freinage (Lorentz)

Soit un cadre carré de côté a qui avance à la vitesse $\vec{v} = v\vec{e}_x$ vers une zone où règne un champ magnétique. Pour $x > 0$, on a un champ magnétique uniforme et permanent de la forme $\vec{B} = B\vec{e}_z$.



➲ Prévoir qualitativement l'évolution du dispositif.

2 Inductance propre d'une bobine de grande longueur (Neumann)

On considère un solénoïde de longueur a et de rayon R constituée de N spires avec $a \gg R$.

➲ En considérant que le solénoïde est infini et que le champ magnétique qu'il crée a la même expression dans l'ARQS qu'en régime stationnaire, montrer que son inductance propre s'exprime sous la forme :

$$L = \mu_0 \frac{N^2}{a} \pi R^2$$

3 Recharge d'un téléphone (Neumann)

On considère un système permettant la recharge sans fil d'un téléphone portable. Le circuit du téléphone est le circuit induit que l'on modélise par une spire unique de résistance R_2 et d'inductance propre L_2 . La plaque sur laquelle on pose le téléphone afin de le charger possède un circuit appelé inducteur, modélisé par une spire unique comportant un générateur de tension sinusoïdale $v_1(t)$, une résistance R_1 et une inductance propre L_1 . Le couplage entre les deux circuits est caractérisé par une inductance mutuelle M .

- 1) Schématiser le circuit électrique équivalent de cet ensemble.
- 2) Etablir les équations électriques des deux circuits.
- 3) En RSF, exprimer l'impédance équivalente $Z_{\text{éq}}$ vue depuis la source de tension $v_1(t)$.
- 4) Effectuer un bilan énergétique afin d'identifier l'énergie magnétique totale sous la forme :

$$A i_1^2 + B i_2^2 + C i_1 i_2$$

Vous préciserez les expressions de A, B et C.

- 5) En déduire comment s'opère la recharge sans fil du téléphone.

4 Interaction de deux tiges

Deux tiges T_1 et T_2 identiques, de masse m de résistance électrique $R/2$, sont mobiles sans frottement sur deux rails parallèles (distants de d), situés dans un plan horizontal.

Le dispositif baigne dans un champ magnétique permanent, uniforme et vertical.

On néglige la résistance des rails.

A l'instant $t = 0$, la tige T_1 est animée d'une vitesse horizontale de norme V_0 , tandis que T_2 est immobile.

- 1) Prévoir qualitativement l'évolution du dispositif.
- 2) Etablir l'expression des vitesses de chaque tige en fonction du temps et des données.
- 3) Décrire le mouvement des tiges au bout d'une durée « suffisamment longue ».

5 Réponse à un échelon de circuits couplés (d'après oral PT)

Considérons le montage de la figure 2 dans lequel les deux bobines L_1 et L_2 sont couplées par induction mutuelle. Les deux bobines ont même résistance interne $r_1 = r_2 = 15 \Omega$.

- 1 - Donner les relations entre les tensions u_1 et u_2 et les courants i_1 et i_2 .

Le circuit secondaire est en circuit ouvert. On ajoute en série au circuit primaire un générateur de tension de résistance interne $r_g = 50 \Omega$, qui impose une tension créneau de valeur minimale nulle, et une résistance additionnelle $R_0 = 100 \Omega$. La figure 3 représente la tension u aux bornes de R_0 mesurée à l'oscilloscope.

- 2 - Interpréter le terme « en circuit ouvert » et en déduire l'équation différentielle sur i_1 .

- 3 - En expliquant la méthode, déterminer L_1 .

- 4 - On donne $M = 0,1 \text{ H}$. Représenter $u_2(t)$.

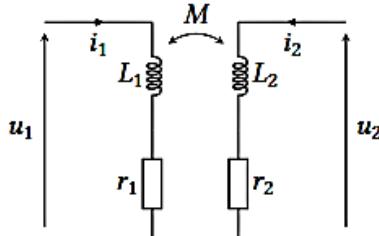


Figure 2 – Bobines couplées.

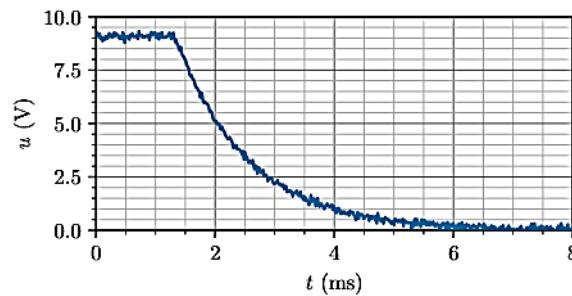


Figure 3 – Tensions aux bornes de la résistance R_0 .

6 Modélisation du fonctionnement d'un alternateur (d'après PT 2023)



Rotor d'un alternateur

La vapeur entraîne la rotation des pièces mécaniques de la turbine ce qui entraîne à son tour la rotation de l'alternateur. On modélise la rotation de l'alternateur par celle d'un circuit conducteur C de N spires placées en série (figure 6) confondues spatialement avec un carré de centre O et de côté 2a. Ce circuit tourne à vitesse angulaire constante $\omega = \dot{\theta}$ autour de son axe Oz. Dans cet espace règne un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B_0 \vec{e}_x$. On note R la résistance du circuit. On néglige le champ magnétique propre des bobines devant le champ extérieur $B_0 \vec{e}_x$.

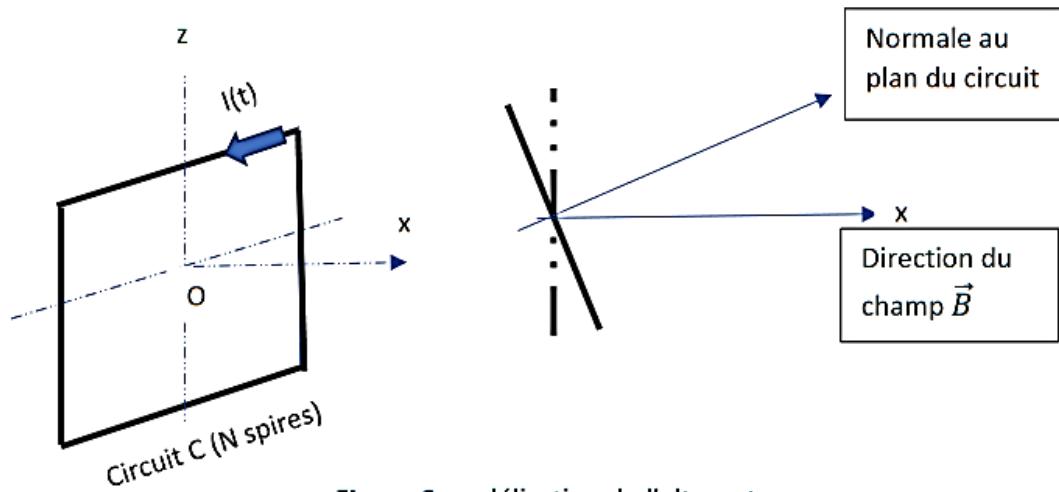


Figure 6 modélisation de l'alternateur

- 25) Expliquer pourquoi il y a des phénomènes d'induction.
- 26) Exprimer l'intensité i du courant dans le circuit C en fonction de l'angle θ entre la normale au plan des spires et la direction de \vec{B} . On suppose qu'à l'instant initial ($t = 0$), le plan de la spire est orthogonal au champ \vec{B} . Indiquer les caractéristiques du courant qui passe dans le circuit primaire du transformateur.
- 27) Établir l'expression du moment résultant $\vec{\Gamma}_L$ des forces de Laplace exercées sur Le circuit C. On rappelle qu'une boucle de moment dipolaire magnétique \vec{M} placée dans un champ magnétique extérieur uniforme \vec{B}_{ext} subit un couple égal à $\vec{M} \wedge \vec{B}_{ext}$. Commenter le résultat obtenu.
- 28) Quel couple faut-il exercer pour maintenir la vitesse de rotation constante ? Est-il moteur ou résistant ?
- 29) Calculer la puissance moyenne du moment des forces de Laplace. Comparer à la puissance électrique moyenne reçue par la résistance. Interpréter.

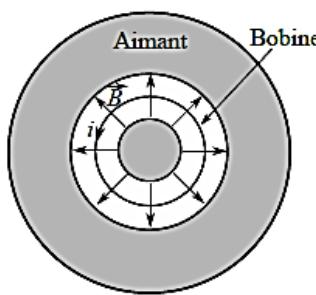
7 Modélisation d'un haut-parleur

Un haut-parleur est un appareil électromécanique qui transforme un signal électrique en un signal sonore. **L'onde sonore est générée par le déplacement d'une membrane dans l'air.** Il s'agit donc d'une **conversion de puissance électrique en puissance mécanique**.

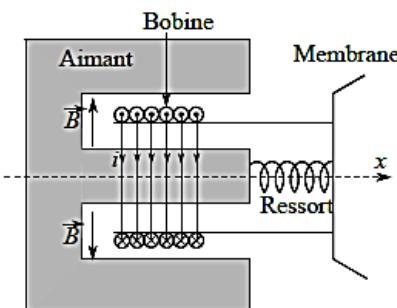
Un aimant fixe par rapport au référentiel terrestre crée un champ magnétique permanent dans lequel se déplace le système mobile {bobine + membrane} relié à l'aimant par un ressort, cf figures ci-dessous.



Photographie d'un haut-parleur



Vue de face d'un haut-parleur



Vue de profil d'un haut-parleur

Pour simplifier l'étude du haut-parleur, on étudie son fonctionnement dans la géométrie simplifiée des **rails de Laplace**, cf ci-dessous.

Dans ce modèle, la membrane est solidaire de la **tige (T) conductrice, de longueur a , qui modélise la bobine**. La masse totale du système mobile {tige (T) + membrane} est notée m .

La tige (T) est reliée au **bâti**, qui modélise l'aimant, par l'intermédiaire d'un **ressort** de constante de raideur k et de longueur à vide l_0 .

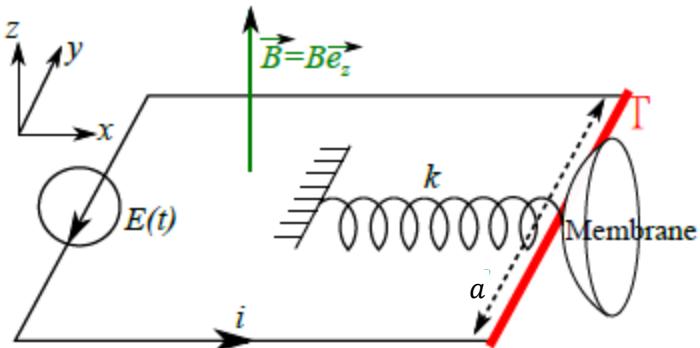
L'origine O de l'axe x est telle que la longueur du ressort est égale à sa longueur à vide.

On suppose que la tige glisse selon (Ox) sur les rails sans frottements.

Pour tenir compte de la **perte d'énergie au niveau de la membrane liée à l'émission de l'onde sonore**, on introduit une force de frottement due à l'air : $\vec{f}_f = -\alpha \vec{v}$, avec $\vec{v} = \dot{x} \vec{u}_x$.

Le générateur de tension $E(t)$ délivre le signal électrique à convertir en signal sonore.

On note R la **résistance totale du circuit** et L l'**inductance propre du circuit** (égale à celle de la bobine \Rightarrow non négligée).



♦ Analyse physique qualitative

1) Prévoir l'évolution du système.

♦ Equations électrique et mécanique

2) Appliquer la méthode donnée p.1 pour obtenir les équations électrique et mécanique.

♦ Bilan de puissance

3) Appliquer la méthode donnée p.1 pour établir le bilan de puissance sous la forme :

$$Ei = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2 \right) + Ri^2 + \frac{dE_m}{dt} + \alpha v^2$$